

Rysowanie i analiza wykresów zależności drogi i prędkości od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym

Wstęp do tematu dotyczącego graficznego opisu ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego. Zasób zawiera: ogólny wstęp do tematu, fotografię, odwołanie do wcześniejszej wiedzy ucznia oraz cele lekcji sformułowane w języku ucznia.

Zasób zawiera informacje o przyspieszeniu wraz z wykresem $a(t)$ dla ruchu jednostajnie przyspieszonego.

Zasób zawiera: przypomnienie określenia ruchu jednostajnie przyspieszonego; wzór na prędkość końcową wraz z objaśnieniem; wykres zależności prędkości od czasu dla dwóch ciał; wykres zależności prędkości od czasu dla jednego ciała; aplikację do generowania wykresów w ruchu jednostajnie przyspieszonym wraz z zadaniem tekstowym.

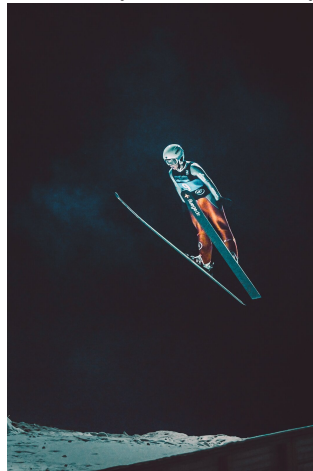
Zasób zawiera: informację wprowadzającą do wyznaczania drogi na podstawie wykresu $v(t)$ wraz z ilustracją; animację pokazującą jak obliczyć drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym; wzór na drogę w ruchu bez prędkości; początkowej; dwa polecenia dla ucznia (zadania tekstowe rachunkowe); ilustrację pt. Wykres zależności drogi od czasu; animację pt. Zależność drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym; ciekawostkę wraz z animacją pt. Zależność drogi od czasu.

Zasób zawiera zestawienie informacji o wykresach zależności drogi i przyspieszenia od czasu oraz zestaw trzech zadań tekstowych.

Zestaw dwóch zadań interaktywnych (wyboru odpowiedzi i z miejscem do wypełnienia).

Rysowanie i analiza wykresów zależności drogi i prędkości od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym

Graficzna ilustracja zależności między wielkościami fizycznymi, które wpływają na przebieg zjawiska fizycznego, pozwala na uproszczenie jego opisu, ułatwia ich odczyt i obliczenie szukanych wartości. Korzystaj z wykresów, kiedy to tylko możliwe!



Jedyną siłą napędową skoczka podczas najazdu jest siła grawitacji, ale wystarczy ona, by nadać mu przyspieszenie. By dokładniej opisać ten ruch, trzeba się posłużyć odpowiednim wykresem.

Źródło: dostępny w internecie: unsplash.com, licencja: CC BY-SA 3.0.

Przed przystąpieniem do zapoznania się z tematem, należy znać poniższe zagadnienia

- definicja ruchu;
- klasyfikacja ruchów ze względu na tor ruchu;
- klasyfikacja ruchów ze względu na zmianę prędkości;
- jak odróżnić prędkość średnią od chwilowej;
- obliczanie prędkości i zmianę jej jednostek;
- definicja przyspieszenia;
- ruch przyspieszony i opóźniony;
- jak obliczać przyspieszenie;
- obliczanie zmiany prędkości podczas ruchu jednostajnie przyspieszonego.

Ich opracowanie znajdziesz materiałach:

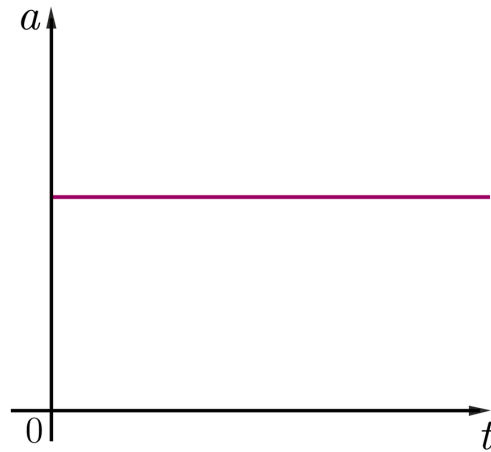
- [Ruch i spoczynek. Względność ruchu,](#)
- [Prędkość i jej jednostki. Odczytywanie prędkości i drogi z wykresów,](#)
- [Wyznaczanie prędkości ruchu na podstawie pomiaru czasu i drogi,](#)
- [Ruch zmienny prostoliniowy. Przyspieszenie. Prędkość średnia i chwilowa,](#)
- [Ruch jednostajnie przyspieszony prostoliniowy.](#)

Nauczysz się

- obliczać drogę przebytą przez ciało w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym;
- sporządzać wykresy zależności drogi od czasu, przyspieszenia od czasu i prędkości od czasu dla ciał poruszających się ruchem jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym;
- odczytywać wykresy i obliczać na ich podstawie wartości drogi, przyspieszenia i prędkości.

Zależność przyspieszenia od czasu

W ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym wektor przyspieszenia **jest stały**.



Wykres zależności przyspieszenia od czasu dla ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego.

Źródło: GroMar Sp. z o. o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Zapamiętaj!

Wykresem zależności przyspieszenia od czasu jest linia prosta równoległa do osi czasu. Obrazuje ona to, że w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym przyspieszenie jest stałe.

Zależność prędkości od czasu

Ruch jednostajnie przyspieszony prostoliniowy odbywa się ze stałym przyspieszeniem.

Oznacza to, że w równych odstępach czasu obserwujemy określony, zawsze jednakowy przyrost prędkości poruszającego się ciała. Prędkość końcową obliczamy za pomocą wzoru:

$$v_k = v_0 + a \cdot t$$

gdzie:

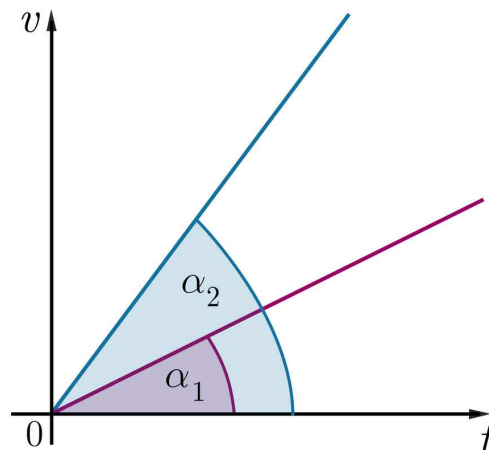
v_k – prędkość końcowa;

v_0 – prędkość początkowa;

a – przyspieszenie;

t – czas.

Zależność $v(t)$ ruchu możemy przedstawić graficznie. Poniżej na jednym rysunku przedstawiono te zależności dla dwóch różnych ruchów bez prędkości początkowej. Różnią się one kątem nachylenia do osi czasu.

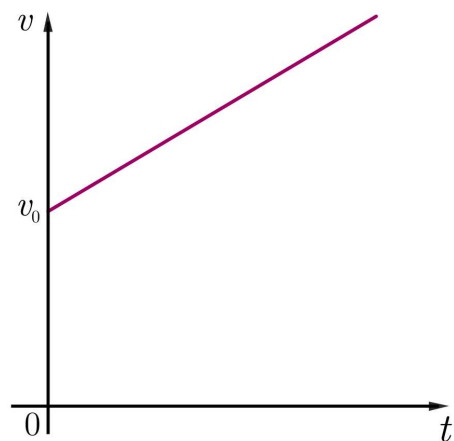


W ruchu prostoliniowym ze stałym przyspieszeniem wartość prędkości ciała rośnie liniowo, a nachylenie prostej do osi czasu zależy od przyspieszenia.

Źródło: GroMar Sp. z o. o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Im większa jest wartość przyspieszenia (szybszy przyrost prędkości), tym kąt nachylenia wykresu do osi czasu jest większy.

W przypadku, gdy zaczynamy obserwować ciało będące już w ruchu, jego prędkość początkowa jest różna od zera i wykres $v(t)$ przedstawia się następująco.



Wykres zależności prędkości od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym z prędkością początkową.

Źródło: GroMar Sp. z o. o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Polecenie 1

Za pomocą aplikacji odczytaj wartości prędkości ciał w ruchu jednostajnym prostoliniowym, jeśli:

a. $a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ w 1, 5 i 10 s ruchu;

b. $a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ w 1, 5 i 10 s ruchu;

c. $a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $v_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ w 3, 4 i 5 s ruchu;

d. $a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ w 3, 4 i 5 s ruchu;

e. $a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $v_0 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ w 3, 5 i 7 s ruchu;

f. $a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ w 3, 5 i 7 s ruchu.

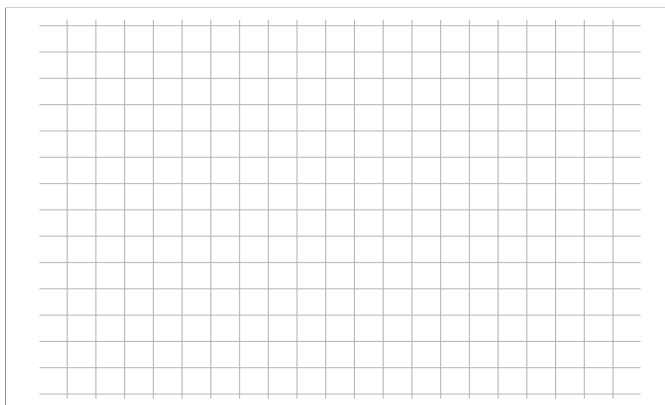


Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PfNbwoaxV>

Konstruktor wykresów $v(t)$ dla ruchu jednostajnie przyspieszonego

Polecenie 2

Narysuj w zeszycie wykres zależności prędkości od czasu dla ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego. Przyjmij, że prędkość początkowa $v_0 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Rozważ kilka wybranych wartości przyspieszenia.

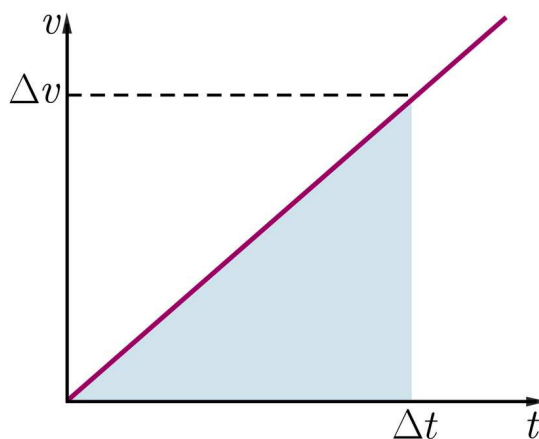


Źródło: Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, licencja: CC BY 3.0.

Droga w ruchu jednostajnie przyspieszonym

Jeśli znamy pole powierzchni figury znajdującej się pod wykresem zależności $v(t)$, możemy obliczyć drogę, którą przebyło ciało w pewnym przedziale czasowym.

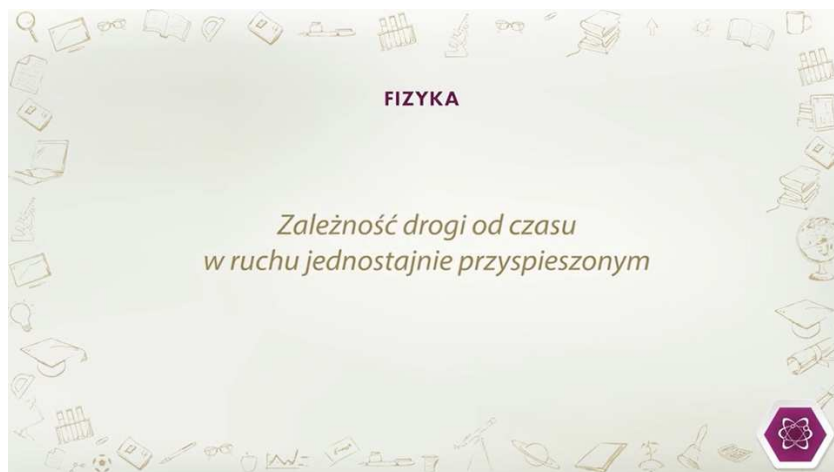
Gdy ciało rozpoczęło ruch ze stanu spoczynku ($v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$), to obszar pod wykresem odpowiada polu powierzchni trójkąta.



Prędkość w ruchu jednostajnym przyspieszonym bez prędkości początkowej.

Źródło: GroMar Sp. z o. o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Na poniższej animacji zobaczysz, jak wyprowadzić wzór na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R17hVrvU8JR3r>

Jak obliczyć drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym?

Źródło: Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, edycja: GroMar Sp. z o. o., licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia wyprowadzenie wzoru na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym bez prędkości początkowej.

Zapamiętaj!

Jeśli ciało poruszające się ruchem jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym rozpoczynało ruch ze stanu spoczynku ($v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$), drogę oblicza się za pomocą wzoru:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

gdzie:

$s[\text{m}]$ – droga;

$a[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}]$ – przyspieszenie;

$t[\text{s}]$ – czas ruchu ciała.

Polecenie 3

Jaką drogę przebędzie ciało w ciągu 8 sekund, jeśli jego prędkość początkowa była równa zero, a przyspieszenie wyniosło $3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$? Dokonaj obliczeń, wynik potwierdź za pomocą aplikacji, a następnie zaznacz poprawną odpowiedź.

$s = 96 \text{ m}$

$s = 24 \text{ m}$

$s = 98 \text{ m}$

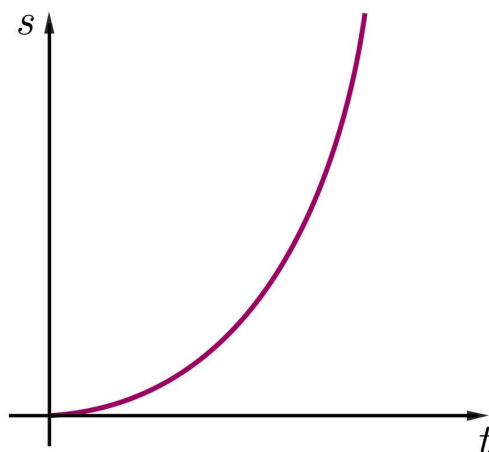
$s = 36 \text{ m}$

$s = 27 \text{ m}$

Źródło: Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, licencja: CC BY 3.0.

W ruchu jednostajnym prostoliniowym wykres zależności drogi od czasu jest linią prostą nachyloną pod pewnym kątem do osi czasu. Czy tak samo jest w ruchu jednostajnie przyspieszonym?

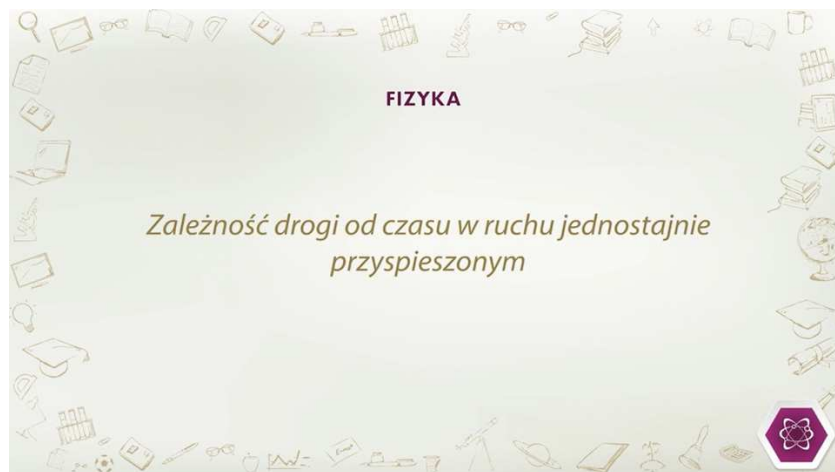
W ruchu jednostajnym prostoliniowym ciało w równych odstępach czasu ciało pokonuje takie same odcinki drogi – prędkość jego stała. Natomiast w ruchu jednostajnie przyspieszonym prędkość ciała w tych samych przedziałach czasu rośnie, a więc musi wzrastać także długość kolejnych odcinków drogi pokonywanej przez to ciało. Wykres zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym bez prędkości początkowej nie jest już linią prostą. Krzywa, która tworzy ten wykres, to część paraboli, tj. wykresu funkcji kwadratowej $y = a \cdot x^2$.



Droga w ruchu jednostajnie przyspieszonym jest kwadratową funkcją czasu.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Skonstruujmy wykres zależności $s(t)$ dla ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RsvL5l6a4JYfW>

Jak narysować wykres zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym?

Źródło: Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, edycja: GroMar Sp. z o. o., licencja: CC BY 3.0.

Film przedstawiający startującego do lotu ptaka wodnego.

Animacja w przejrzysty sposób pokazała, że obliczone długości odcinków pokonywanych w kolejnych sekundach mają się do siebie tak, jak następujące po sobie liczby nieparzyste. W kolejnej animacji zobaczysz jak można to też wykazać w inny sposób.

Ciekawostka



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RlHrFtRvQWerN>

Droga a kolejne liczby nieparzyste.

Źródło: Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, edycja: GroMar Sp. z o. o., licencja: CC BY 3.0.

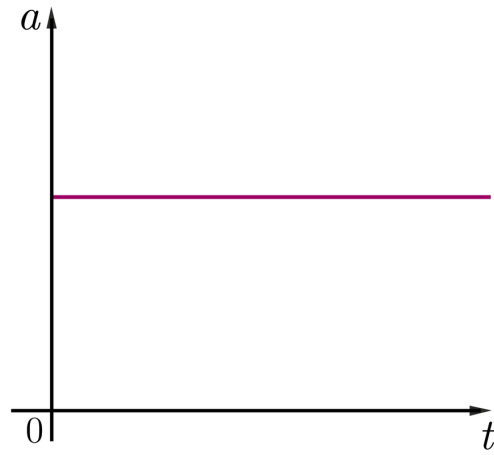
Film przedstawiający ciekawostkę dotyczącą wyznaczania drogi.

Zapamiętaj!

W ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym przyrosty przebytej drogi w kolejnych sekundach ruchu mają się do siebie tak, jak następujące po sobie liczby nieparzyste.

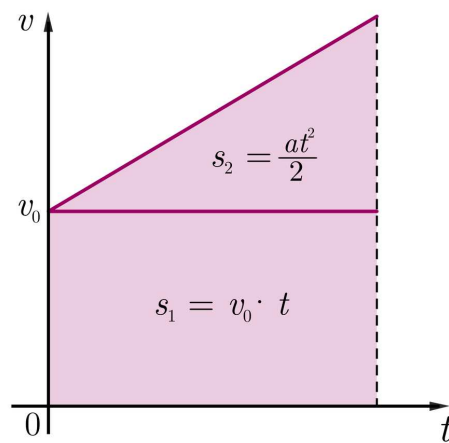
Podsumowanie

- Wykresem zależności przyspieszenia od czasu jest linia prosta równoległa do osi czasu. Jest tak, ponieważ w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym wartość przyspieszenia jest stała.



Wykres zależności przyspieszenia od czasu dla ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego.
 Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

- Pole powierzchni zawarte pod wykresem zależności prędkości od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym jest równe drodze, którą przebyło ciało w określonym czasie.



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

- Jeśli ciało przed rozpoczęciem ruchu znajdowało się w stanie spoczynku ($v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$) i porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym, drogę oblicza się za pomocą wzoru:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

gdzie:

$s[\text{m}]$ – droga;

$a[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}]$ – przyspieszenie;

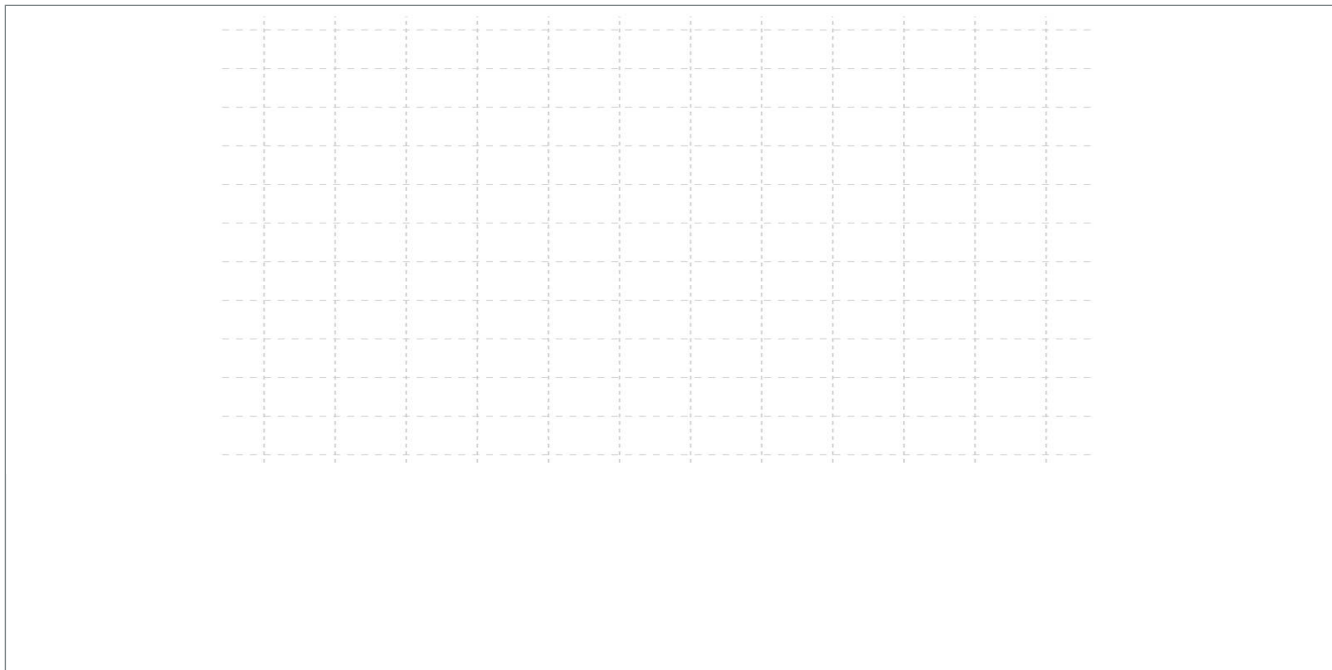
$t[\text{s}]$ – czas ruchu ciała.

- W ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym przyrosty przebytej drogi w kolejnych sekundach ruchu mają się do siebie tak, jak następujące po sobie liczby nieparzyste.

Polecenie 4

Ciało porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym z przyspieszeniem $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, w przedziale czasu od 0 do 10 s. Wartość prędkości początkowej wynosiła $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Narysuj wykres zależności drogi od czasu dla tego ciała.

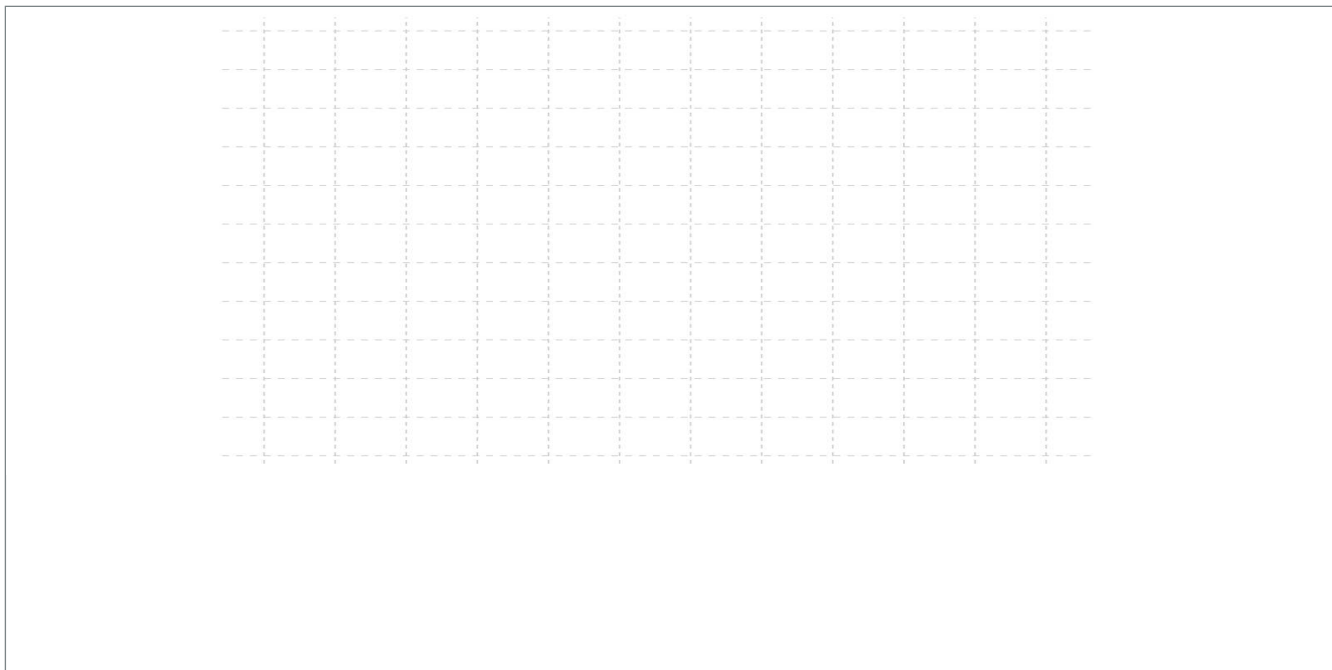


Źródło: Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 5

Ciało porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ w przedziale czasu od 0 do 8 s.

Narysuj wykres zależności prędkości od czasu dla tego ciała. Na podstawie otrzymanego wykresu oblicz drogę przebytą przez to ciało w przedziale czasu od 2 do 5 s.



Źródło: Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, licencja: CC BY 3.0.

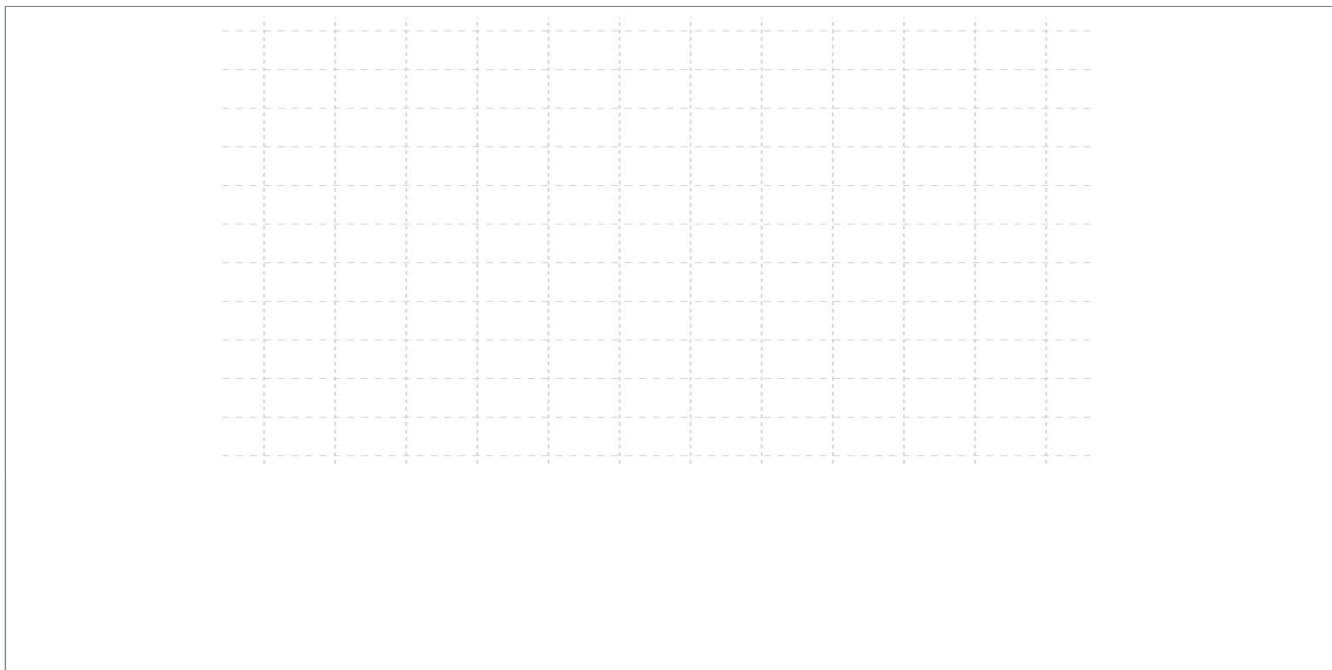
Polecenie 6

Ciało poruszało się przez 10 sekund z przyspieszeniem o wartości $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, a jego prędkość początkowa wynosiła $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Narysuj wykres zależności wartości prędkości od czasu dla ciała.

a. Wiesz, że pole pod wykresem $v(t)$ jest równe drodze przebytej przez ciało. Zaznacz na wykresie drogę, jaką przebyłoby ciało, gdyby jego prędkość była równa prędkości początkowej równej $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, oraz drogę, jaką przebyło ono dzięki wzrostowi wartości prędkości.

b. Jaki kształt ma pole pod wykresem? Jak je obliczyć?



Źródło: Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, licencja: CC BY 3.0.

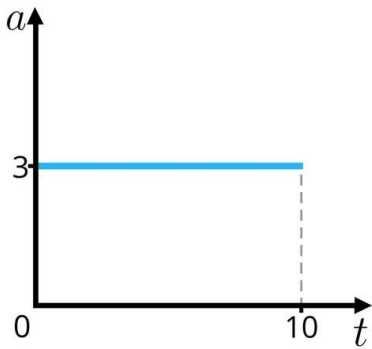
Zadania

Ćwiczenie 1

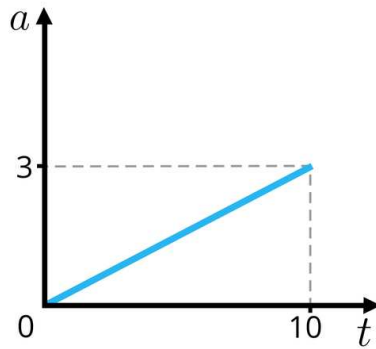


Wskaż prawidłowy wykres przedstawiający wartość przyspieszenia od czasu dla ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego.

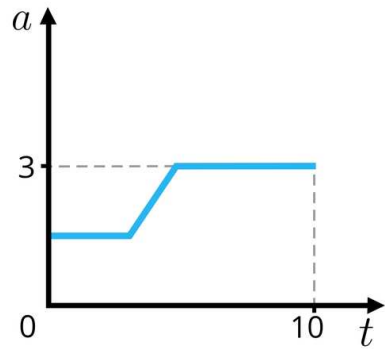
a



b



c



b

c

a

Źródło: Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Uzupełnij lukę w zdaniu tak, aby było prawdziwe.

Odcinki drogi przebyte w równych odcinkach czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym bez prędkości początkowej mają się jak kolejne liczby .

Źródło: Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, licencja: CC BY 3.0.