



Przybliżenia

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Infografika
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



W życiu codziennym bardzo często mamy do czynienia z sytuacjami, w których używamy przybliżeń. W Urzędzie Skarbowym, na zakupach, określając wiek czy podając położenie – zazwyczaj podajemy przybliżone wartości cen, wieku czy też odległości lub wagi.

Używając zwrotów: „mniej więcej”, „w przybliżeniu”, „około”, „prawie”, czy „trochę ponad”, podajemy przybliżenie danej wartości.

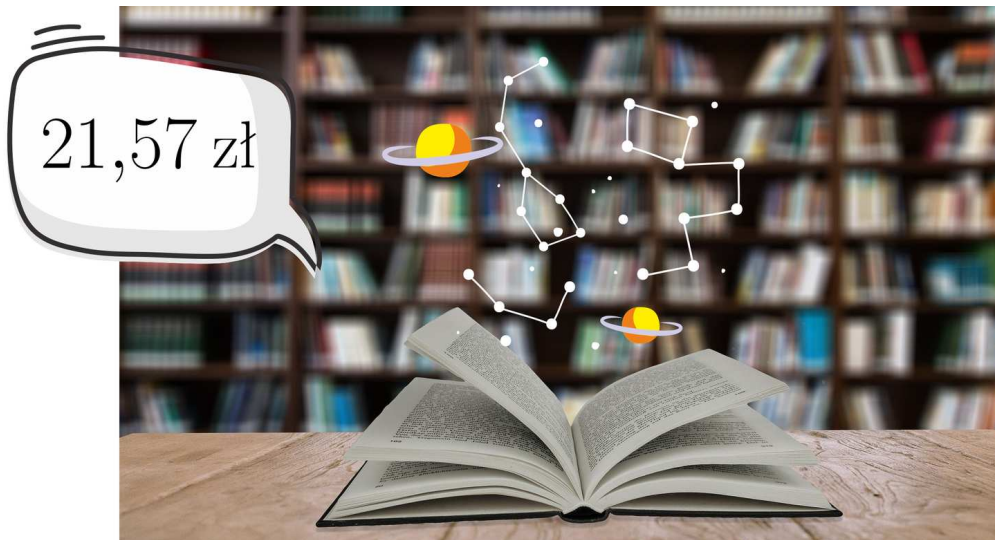
Twoje cele

- Dowiesz się, kiedy używamy przybliżeń.
- Poznasz rodzaje przybliżeń.
- Przypomnisz sobie pojęcie rozwinięcia dziesiętnej liczby rzeczywistej.
- Przypomnisz sobie, jak wyznacza się rozwinięcie dziesiętne ułamka zwykłego.

Przeczytaj

Przykład 1

W ulubionej księgarni czwórki przyjaciół interesujących się kosmosem, książka „Astronomia” kosztuje 21,57 zł.



Źródło: Pixabay, dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/ksi%C4%85%C5%BCki-biblioteka-odczyt-3480216/>, domena publiczna.

Po powrocie do domu Tomek powiedział, że książka kosztowała prawie 25 zł, Tymek – że trochę ponad 20 zł, Wojtek – prawie 22 zł, a Adam, że około 21 zł.

Każdy z chłopców podał przybliżoną wartość ceny książki. Zwróć uwagę, że niektóre z tych przybliżeń są większe od dokładnej wartości, a pozostałe są od niej mniejsze.

Przykład 2

W sklepie do ceny netto dolicza się podatek VAT, wynoszący 23% wartości, za którą właściciel chce sprzedać towar.



1689 zł

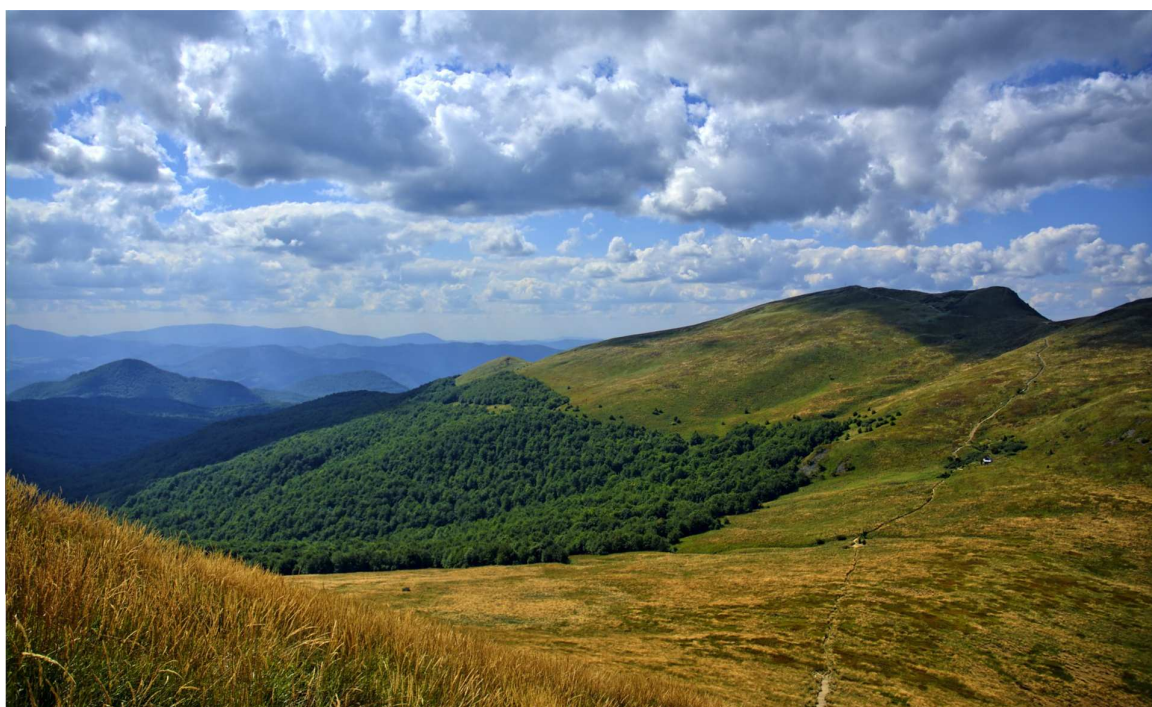
Źródło: Pixabay, dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/kosiarka-zajmowa%C4%87-si%C4%99-ogr%C3%B3dkiem-1593898/>, domena publiczna.

Jeśli cena netto kosiarki spalinowej do trawy wynosi 1373,17 zł i doliczymy do niej 23% podatku, to otrzymamy kwotę 1688,9991 zł.

Oczywiście cena brutto podana przez sprzedawcę będzie przybliżeniem powyższej – 1689 zł.

Przykład 3

Uczniowie zaplanowali wycieczkę w Bieszczady. Postanowili pokonać jedną ze znanych tras Rozsypaniec i Halicz.



Bieszczady

Źródło: jarekgrafik, dostępny w internecie: pixabay.com, domena publiczna.

Korzystając z informacji zawartych na portalach internetowych i mapach, ustalili następujące etapy wyprawy:

1. Wołosate – Rozsypaniec – 9,3 km; 2 godz. 20 min.
2. Rozsypaniec – Halicz – 1,4 km; 19 min.
3. Halicz – Przełęcz Goprowska – 3,4 km; 50 min.
4. Przełęcz Goprowska – Tarnica – 1,2 km; 26 min.
5. Tarnica – Wołosate – 4,9 km; 1 godz. 11 min.

Oszacowali długość trasy:

$$9 \text{ km} + 1,5 \text{ km} + 3,5 \text{ km} + 1 \text{ km} + 5 \text{ km} = 20 \text{ km}$$

oraz czas, jaki powinni przeznaczyć na wycieczkę:

$$2,5 \text{ h} + 0,5 \text{ h} + 1 \text{ h} + 0,5 \text{ h} + 1 \text{ h} = 5,5 \text{ h}$$

Sprawdźmy dokładność ich obliczeń.

Długość trasy:

$$9,3 \text{ km} + 1,4 \text{ km} + 3,4 \text{ km} + 1,2 \text{ km} + 4,9 \text{ km} = 20,2 \text{ km.}$$

Czas potrzebny na pokonanie trasy:

$$\begin{aligned} 2 \text{ godz } 20 \text{ min} + 19 \text{ min} + 50 \text{ min} + 26 \text{ min} + 1 \text{ godz } 11 \text{ min} = \\ = 3 \text{ godz } 126 \text{ min} = 5 \text{ godz } 6 \text{ min} \end{aligned}$$

A zatem ich przybliżenia okazały się być bliskie dokładnej sumy podanych wartości.

W powyższych przykładach pokazaliśmy, gdzie możemy spotkać się z przybliżeniami. Korzystamy z nich na co dzień. Są potrzebne i przydatne. Ale oczywiście przybliżenia to matematyka.

Przykład 4

Najbardziej znanym w matematyce jest [przybliżenie liczby \$\pi\$ \(pi\)](#).

Już w starożytności Archimedes – słynny starożytny matematyk oszacował liczbę π jako $\frac{22}{7}$.

W III wieku n.e. Liu Hui ustalił, że wartość π jest równa 3,14159.

Z biegiem lat pasjonaci matematyki starali się znaleźć coraz dokładniejsze przybliżenia tej liczby.

W XVII w. niemiecki matematyk Ludolph van Ceulen, podał rozwinięcie liczby π z dokładnością do 35 miejsc po przecinku.

W XIX wieku brytyjski pasjonat matematyki William Shanks obliczył jej wartość z dokładnością do 707 miejsc po przecinku. Obliczenia te prowadził przez 15 lat.

W obecnych czasach w obliczeniach pomagają maszyny.

W styczniu 2010 r. francuski informatyk Fabrice Bellard, korzystając z domowego komputera, obliczył prawie 2, 7 bilionów cyfr po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym liczby π .

Liczba π jest liczbą niewymierną, a zatem jej **rozwinięcie dziesiętne** jest nieskończone i nieokresowe.

$$\pi = 3, 14159265358979323846 \dots$$

Najczęściej używane przybliżenie liczby π :

$$\pi \approx 3, 14$$

Przykład 5

Często też przybliżamy wartości innych liczb niewymiernych np. pierwiastków:

$$\sqrt{2} = 1, 414213562 \dots \approx 1, 41$$

$$\sqrt{17} = 4, 123105626 \dots \approx 4, 123$$

$$\sqrt[3]{16} = 2, 5198421 \dots \approx 2, 5$$

Oczywiście możemy również obliczać przybliżenia dziesiętne liczb wymiernych.

Rozwinięcie dziesiętne liczby wymiernej jest skończone lub nieskończone okresowe.

Może się ono składać z bardzo długiego ciągu cyfr, a zatem często wygodniej nam używać przybliżeń tych liczb.

Przypomnijmy, że aby znaleźć rozwinięcie dziesiętne liczby wymiernej przedstawionej w postaci ułamka zwykłego należy podzielić licznik tego ułamka przez jego mianownik.

$$\frac{2}{7} = 0, 2857142857142857 \dots \approx 0, 2857$$

$$4\frac{1}{3} = 4, 33333333 \dots \approx 4, 3$$

Słownik

rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej

przedstawienie liczby w postaci ułamka dziesiętnego

przybliżenie liczby

podanie wartości liczby z pewną dokładnością

Infografika

Polecenie 1

Zapoznaj się z infografiką i z rodzajami przybliżeń w niej przedstawionymi. Następnie na jej podstawie wykonaj znajdujące się poniżej polecenie.

Polecenie 2

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2

Określ, czy przybliżenie liczby π podane przez Archimedesesa jest przybliżeniem z nadmiarem, czy niedomiarem.



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Przeanalizuj tabelę umieszczoną na stronie Głównego Urzędu Statystycznego przedstawiającą działalność bibliotek w Polsce na przełomie lat 2014–2018.

Działalność placówek bibliotecznych

Wyszczególnienie	2014	2015	2016	2017	2018
Biblioteki publiczne i filie ^a	8094	8050	7984	7953	7925
Punkty biblioteczne ^a	1290	1295	1260	1210	1083
Czytelnicy w tys. ^b	6302,5	6232,9	6096,3	6020,7	5953,1
Wypożyczenia księgozbioru w mln wol. ^b	115,4	112,4	110,2	105,4	101,9

a) Stan w dniu 31 *XII*. b) W ciągu roku.

Oblicz, ile średnio rocznie w tym czasie, działało bibliotek publicznych i ich filii.

Otrzymany wynik przybliź do najbliższej liczby naturalnej.

Określ, czy jest to przybliżenie z niedomiarem czy z nadmiarem.

Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Autor: Beata Wojciechowska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Przybliżenia

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

I. Liczby rzeczywiste. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- wie co to jest przybliżenie
- zna rodzaje przybliżeń
- wyznacza rozwinięcia dziesiętne liczb i zapisuje ich przybliżenia

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza przypadku
- metoda odwróconej klasy

Formy pracy:

- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie będą pracować metodą odwróconej klasy. W tym celu, w domu przypominają sobie informacje dotyczące rozwinięć dziesiętnych liczb rzeczywistych, zamiany ułamków zwykłych na dziesiętne, przybliżeń i ich rodzajów.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel dzieli uczniów na trzy grupy. Zadaniem każdej grupy jest krótka prezentacja przygotowanych w domu informacji na zadany przez nauczyciela temat.
 - GRUPA I – Rozwinięcie dziesiętne liczb rzeczywistych. Rozwinięcie dziesiętne liczb wymiernych i liczb niewymiernych.
 - GRUPA II – Wyznaczanie rozwinięcia dziesiętnego ułamków zwykłych.
 - GRUPA III – Przybliżenia i rodzaje przybliżeń.
2. Uczniowie analizują przykłady zawarte w części „Przeczytaj” oraz infografice.
3. Uczniowie konsultują z nauczycielem pojawiające się problemy i wątpliwości, a następnie wykonują indywidualnie polecenia umieszczone pod medium bazowym.
4. Uczniowie pracując w parach wykonują ćwiczenia interaktywne 1 – 8.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ćwiczeń.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne, których nie zdążyli wykonać na lekcji.

Materiały pomocnicze:

[Przybliżenia i zaokrąglenia liczb](#)

Wskazówki metodyczne:

Infografika może być wykorzystana przez uczniów jako pomoc przy rozwiązywaniu ćwiczeń interaktywnych. Może być również pomocna przy utrwalaniu w domu wiadomości z lekcji.