



Rozwiązanie równania z wartością bezwzględną
typu $|x + 1| + |x - 2| = 5$

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Rozwiązywanie równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych polega na znalezieniu liczby, która spełnia dane równanie lub wykazaniu, że równanie nie posiada rozwiązania. W tym celu przekształcamy równania równoważnie, sprowadzając je do jak najprostszej postaci. Metody rozwiązywania równań liniowych wykorzystamy również do rozwiązywania równań z kilkoma wartościami bezwzględnymi.

Twoje cele

- Rozwiązesz równania z dwiema wartościami bezwzględnymi.
- Udoskonalisz umiejętności rozwiązywania równań z wartością bezwzględną.

Przeczytaj

Już wiesz

Dla dowolnej liczby rzeczywistej a wartość bezwzględną definiujemy jako:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{dla } a \geq 0 \\ -a & \text{dla } a < 0 \end{cases}$$

Przykład 1

Rozwiążemy równanie $|x - 5| = |3 - 4x|$.

Aby rozwiązać równanie skorzystamy z tego, że:

$$|a| = |b| \iff a = b \text{ lub } a = -b$$

Zatem $x - 5 = 3 - 4x$ lub $x - 5 = -(3 - 4x)$.

Zajmiemy się najpierw rozwiązaniem równania $x - 5 = 3 - 4x$.

$$x + 4x = 3 + 5$$

$$5x = 8$$

$$x = 1\frac{3}{5}$$

Teraz rozwiążemy równanie $x - 5 = -(3 - 4x)$.

$$x - 5 = -3 + 4x$$

$$x - 4x = -3 + 5$$

$$-3x = 2$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

Zatem rozwiązaniem równania są liczby $x \in \{-\frac{2}{3}, 1\frac{3}{5}\}$.

Przykład 2

Rozwiążemy równanie $|x + 4| + |x - 3| = 10$.

Najpierw zapiszemy wyrażenie $|x + 4|$ bez użycia wartości bezwzględnej.

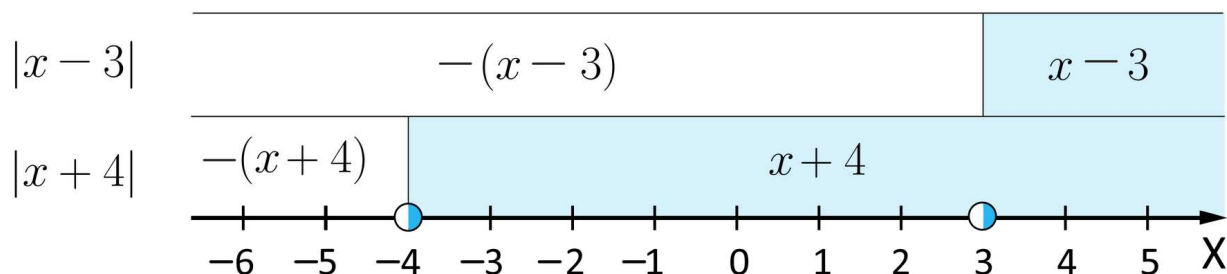
Korzystając z definicji otrzymujemy:

$$|x + 4| = \begin{cases} x + 4 & \text{dla } x \geq -4 \\ -(x + 4) & \text{dla } x < -4 \end{cases}$$

Analogicznie

$$|x - 3| = \begin{cases} x - 3 & \text{dla } x \geq 3 \\ -(x - 3) & \text{dla } x < 3 \end{cases}$$

Przedstawimy teraz jak zmieniają się znaki wartości bezwzględnej w wyznaczonych przedziałach na osi liczbowej.



Przedział 1.

$$x \in (-\infty, -4)$$

$$-(x + 4) - (x - 3) = 10$$

$$-x - 4 - x + 3 = 10$$

$$-2x - 1 = 10$$

$$-2x = 11$$

$$x = -5\frac{1}{2}$$

Teraz należy sprawdzić, czy liczba $x = -5\frac{1}{2}$ należy do przedziału, w którym się znajdujemy.

$$x = -5\frac{1}{2} \in (-\infty, -4)$$

Przedział 2.

$$x \in \langle -4, 3 \rangle$$

$$x + 4 - (x - 3) = 10$$

$$x + 4 - x + 3 = 10$$

$$7 = 10$$

Sprzeczność.

Przedział 3.

$$x \in \langle 3, \infty \rangle$$

$$x + 4 + x - 3 = 10$$

$$2x + 1 = 10$$

$$2x = 9$$

$$x = 4\frac{1}{2}$$

Teraz należy sprawdzić, czy liczba $x = 4\frac{1}{2}$ należy do przedziału, w którym się znajdujemy.

$$x = 4\frac{1}{2} \in \langle 3, \infty \rangle$$

Zatem rozwiązaniami równania są liczby $x = -5\frac{1}{2}$, $x = 4\frac{1}{2}$, .

Przykład 3

Dla jakiej wartości parametru m równanie $|x - 5| + |x + 5| = m$ ma nieskończenie wiele rozwiązań?

Korzystając z definicji wartości bezwzględnej otrzymujemy:

$$|x - 5| = \begin{cases} x - 5 & \text{dla } x \geq 5 \\ -(x - 5) & \text{dla } x < 5 \end{cases}$$

$$|x + 5| = \begin{cases} x + 5 & \text{dla } x \geq -5 \\ -(x + 5) & \text{dla } x < -5 \end{cases}$$

Przedział 1.

$$x \in (-\infty, -5)$$

$$-(x - 5) - (x + 5) = m$$

$$-x + 5 - x - 5 = m$$

$$-2x = m$$

$$x = -\frac{m}{2}$$

Przedział 2.

$$x \in \langle -5, 5 \rangle$$

$$-(x - 5) + x + 5 = m$$

$$-x + 5 + x + 5 = m$$

$$10 = m$$

Przedział 3.

$$x \in \langle 5, \infty \rangle$$

$$x - 5 + x + 5 = m$$

$$2x = m$$

$$x = \frac{m}{2}$$

Zatem równanie będzie miało nieskończenie wiele rozwiązań dla $m = 10$.

Słownik

wartość bezwzględna liczby rzeczywistej a

$$|a| = \begin{cases} a & \text{dla } a \geq 0 \\ -a & \text{dla } a < 0 \end{cases}$$

Film samouczek

Polecenie 1

Zapoznaj się z filmem samouczkiem pokazującym sposób rozwiązywania równań z dwiema wartościami bezwzględnymi.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DP5DElvJs>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącego rozwiązywania równań z dwiema wartościami bezwzględnymi.

Polecenie 2

Rozwiąż równanie $3 \cdot |x - 3| + |2x + 7| = 4$.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Rozwiąż równanie $||x + 3| + |2x - 1|| = 6$.

Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Rozwiązanie równania z wartością bezwzględną typu $|x + 1| + |x - 2| = 5$

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres rozszerzony.

Uczeń:

4) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o stopniu trudności nie większym niż: $2|x + 3| + 3|x - 1| = 13$, $|x + 2| + 2|x - 3| < 11$.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- rozwiązuje równania z dwiema wartościami bezwzględnymi
- doskonali umiejętności rozwiązywania równań z wartością bezwzględną
- tworzy algorytmy rozwiązywania równań różnych typów
- dobiera model matematyczny do określonej sytuacji

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- śnieżna kula
- dyskusja

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca w parach

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Uczniowie w domu przypominają sobie metody algebraiczną i graficzną rozwiązywania równań liniowych z wartością bezwzględną.
2. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w parach nad przykładami przedstawionymi w części „Przeczytaj”
2. Każda para próbuje samodzielnie rozwiązać przykłady.
3. Po upływie wyznaczonego czasu uczniowie łączą się w 6 osobowe grupy i dzielą się wnioskami i uwagami o sposobach rozwiązania przykładów. Porównują swoje rozwiązania.
4. Uczniowie wspólnie oglądają film samouczek.
5. Rozwiązują samodzielnie przykład zapisany pod filmem i konsultują rozwiązania.
6. Uczniowie rozwiązują ćwiczenia interaktywne 1-5 i omawiają wyniki z nauczycielem.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie przedstawiciele grup krótko omawiają trudności, jakie napotkali podczas rozwiązywania zadań.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują w domu zadania 6 – 8 z sekcji „Sprawdź się”.

Materiały pomocnicze:

- [Wartość bezwzględna - definicja](#)
- [Wartość bezwzględna liczby](#)

Wskazówki metodyczne:

Film może być materiałem inspirującym do przygotowania przez uczniów własnego samouczka.