



Jak zinterpretować wykres przemian gazu doskonałego?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Jak zinterpretować wykres przemian gazu doskonałego?

Czy to nie ciekawe?

Prawa opisujące przemiany gazowe przedstawiamy zwykle w postaci równań i stwierdzeń, które są ich interpretacją. Wiele informacji o przemianach gazowych możemy też odczytać z wykresów przemian. Często z wykresu można łatwo wyznaczyć wielkości, które bardzo trudno obliczyć, korzystając z równań przemian. Porównując wykresy różnych przemian, możemy dowiedzieć się o tych przemianach bardzo wiele.

Twoje cele

- dowiesz się, jak można przedstawiać przemiany gazowe na wykresach,
- zrozumiesz od czego zależy położenie izotermy,
- zrozumiesz od czego zależy nachylenie wykresów przemian izobarycznej i izochorycznej,
- zastosujesz związek między wartością pracy gazu i polem powierzchni pod wykresem w układzie $p - V$ do obliczania tej pracy,
- przeanalizujesz i zinterpretujesz wykresy przemiany izotermicznej i adiabatycznej.

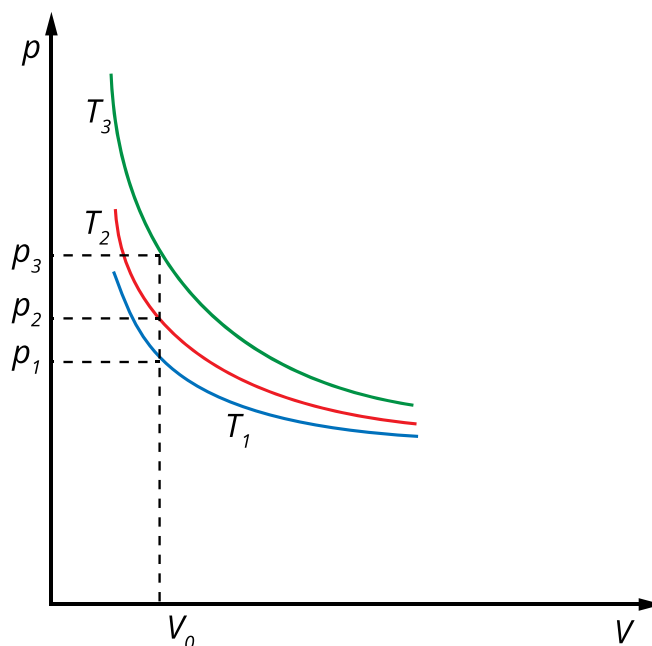
Warto przeczytać

1. **Przemiana izotermiczna** to przemiana, w której stała jest temperatura, a ciśnienie i objętość są do siebie odwrotnie proporcjonalne, $p \cdot V = \text{const}$. Wykresem zależności ciśnienia p od objętości V jest hiperbola, zwana izotermą (Rys. 1.). Od wartości stałej po prawej stronie powyższego równania zależna jest wartość ciśnienia w danej objętości. Tę stałą możemy wyznaczyć z równania Clapeyrona:

$$pV = nRT \quad (1)$$

gdzie n to liczba moli gazu, $R = 8,31 \text{ J/K}$ – stała gazowa, T – temperatura w skali Kelwina.

Na Rys. 1. widzimy trzy izotermy dla trzech różnych temperatur. Z równania (1) wynika, że większej wartości ciśnienia p odpowiada większa wartość temperatury T , w której zachodzi przemiana. Skoro więc $p_3 > p_2 > p_1$, to $T_3 > T_2 > T_1$. Im wyższa temperatura przemiany, tym wyżej leży izoterma na wykresie.

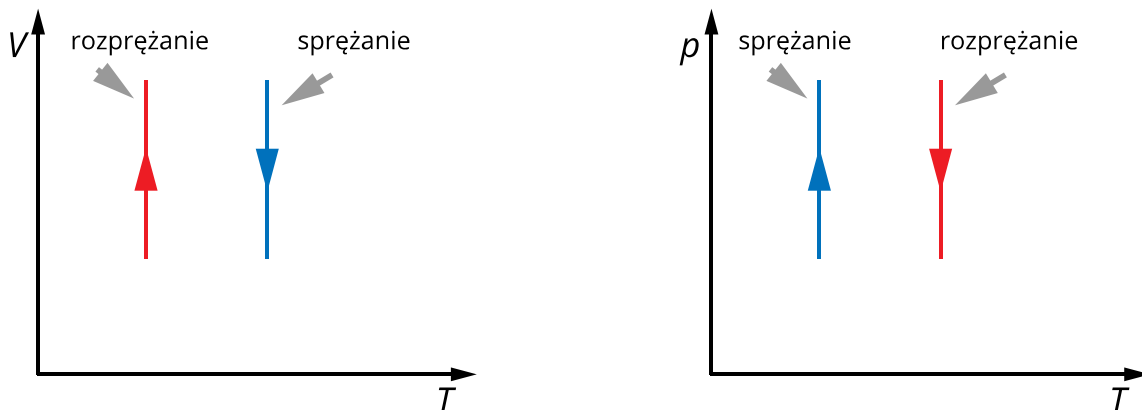


Rys. 1. Wykresy przemian izotermicznych zachodzących w różnych temperaturach $T_3 > T_2 > T_1$

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Można również zilustrować przemianę izotermiczną za pomocą wykresu w układzie o współrzędnych V i T oraz p i T . Ponieważ temperatura jest stała, wykresy mają postać pionowych odcinków (Rys. 2.). Na wykresie $V - T$ bezpośrednio widać, która z przemian odpowiada sprężaniu, czyli zmniejszaniu objętości gazu, a która rozprężaniu. Na wykresie $p - T$ nie jest to takie oczywiste. Aby odpowiedzieć na to pytanie, należy uwzględnić

zależność ciśnienia od objętości. Skoro ciśnienie rośnie, gdy objętość maleje, to przemiana prowadząca do zwiększenia ciśnienia odpowiada sprężaniu gazu.

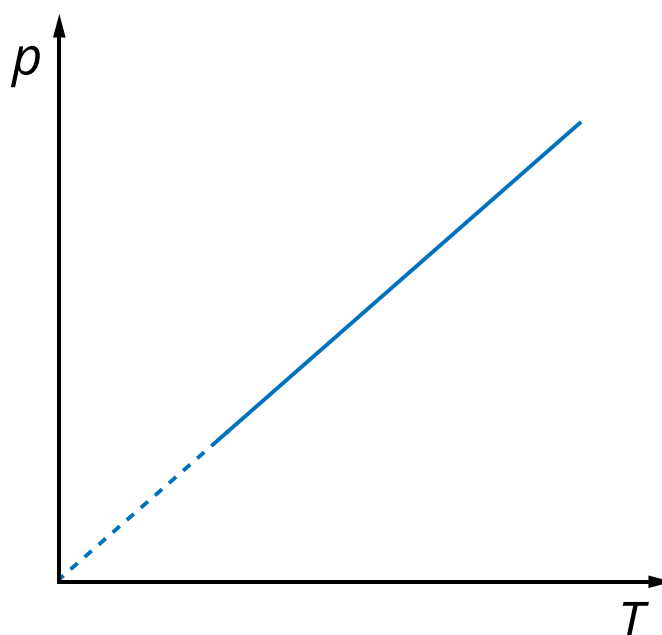


Rys. 2. Przemiana izotermiczna na wykresach $V - T$ oraz $p - T$

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

2. **Przemiana izochoryczna** to przemiana gazu doskonałego, w której stała jest objętość, a ciśnienie gazu p jest wprost proporcjonalne do temperatury w skali Kelwina T , $\frac{p}{T} = \text{const}$. Wykresem zależności ciśnienia od temperatury w przemianie izochorycznej jest odcinek, którego przedłużenie przechodzi przez punkt $(0,0)$ (Rys. 3.). W zakresach bardzo niskich i bardzo wysokich temperatur zależność $\frac{p}{T} = \text{const}$ nie jest spełniona, ponieważ w tych warunkach substancja nie ma cech gazu.

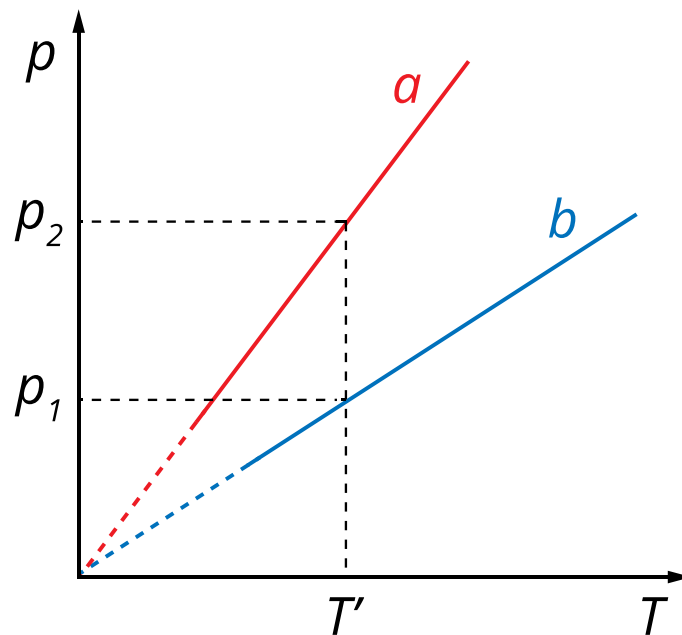
Więcej wiadomości na ten temat znajdziesz w e-materiale „Definicja gazu doskonałego”.



Rys. 3. Zależność ciśnienia gazu od temperatury w skali Kelwina w przemianie izochorycznej

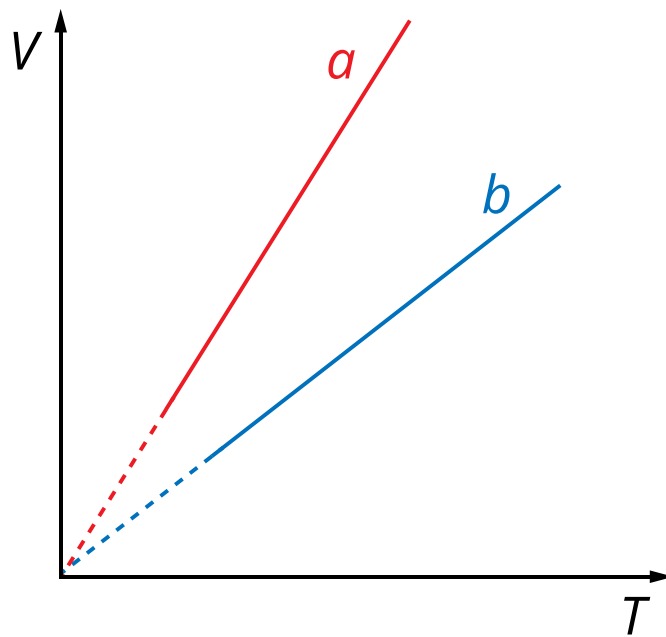
Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Od czego zależy nachylenie wykresu przemiany izochorycznej do osi temperatury? Wyznaczymy ciśnienie p z równania Clapeyrona (1): $p = \frac{nR}{V}T$. Wyrażenie $\frac{nR}{V}$ jest współczynnikiem kierunkowym prostej, $\frac{nR}{V} = \tan \alpha$, gdzie α to kąt między prostą a osią temperatury. Widzimy, że nachylenie wykresu jest tym większe, im mniejsza jest objętość gazu V , a także rośnie wraz ze wzrostem liczby moli n . Przykład pokazany jest na Rys. 4. Ta sama ilość gazu zamknięta jest raz w naczyniu o objętości V (a), a drugi raz w naczyniu o objętości $2V$ (b). W pierwszym przypadku ciśnienie w temperaturze T' wynosi $p_2 = \frac{nR}{V}T'$, w drugim przypadku ciśnienie w temperaturze T' wynosi $p_1 = \frac{nR}{2V}T' = \frac{p_2}{2}$.



Rys. 4. Wykres (a) przedstawia zależność ciśnienia gazu od temperatury w przemianie, w której objętość gazu V jest stała. Wykres (b) odpowiada przemianie izochorycznej tej samej masy gazu zachodzącej w objętości $2V$.
Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

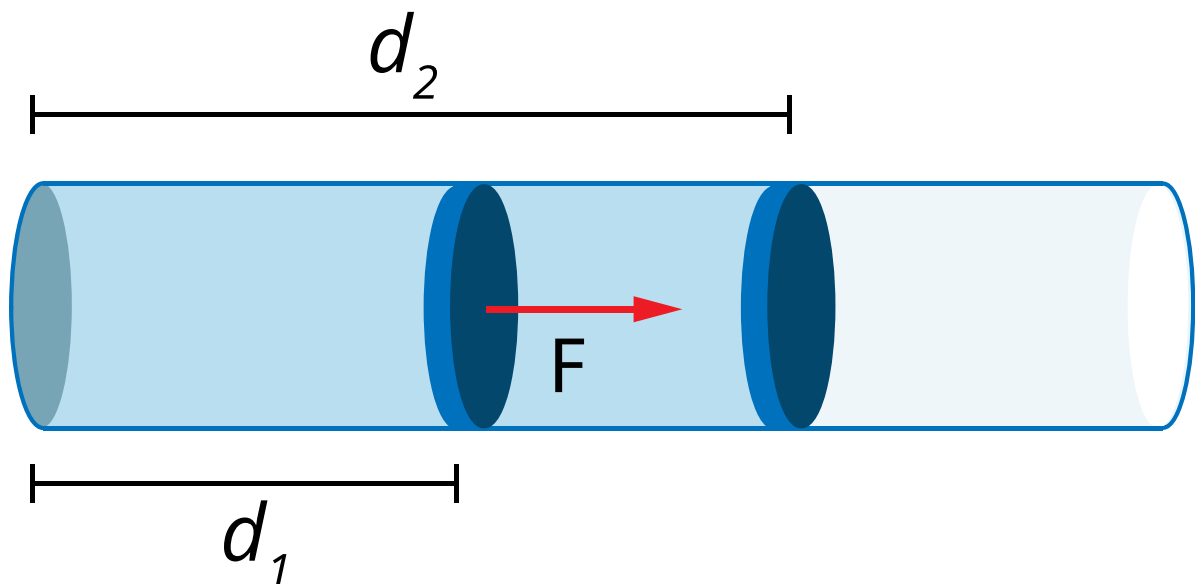
3. **Przemiana izobaryczna** to przemiana gazu doskonałego, w której stałe jest ciśnienie, a objętość gazu V jest wprost proporcjonalna do temperatury w skali Kelwina T , $\frac{V}{T} = \text{const}$. Wykresem zależności objętości od temperatury w przemianie izobarycznej jest odcinek prostej, przechodzącej przez punkt (0,0) (Rys. 5.).



Rys. 5. Zależność objętości gazu od temperatury w skali Kelwina w przemianie izobarycznej (a). Wykres (b) odpowiada przemianie izobarycznej tej samej masy gazu zachodzącej przy większym ciśnieniu

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Nachylenie wykresu do osi temperatury możemy przeanalizować podobnie, jak dla przemiany izochorycznej. Objętość w temperaturze T wynosi $V = \frac{nR}{p}T$. W tym przypadku współczynnik kierunkowy prostej jest odwrotnie proporcjonalny do ciśnienia gazu p i wprost proporcjonalny do liczby moli n .



Rys. 6. Gaz rozpręża się przy stałym ciśnieniu. Siła parcia gazu F wykonuje pracę, przesuując tłok

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Przemiana izobaryczna przedstawiona w układzie współrzędnych $p - V$ ma ciekawą i ważną, ze względu na zastosowanie, interpretację. Rozważmy gaz zamknięty w cylindrze

z tłokiem, poddany przemianie izobarycznej, w której objętość zwiększa się od wartości $V_1 = d_1 \cdot S$ do $V_2 = d_2 \cdot S$, gdzie S jest polem powierzchni tłoka, d_1 – początkową długością słupa gazu, d_2 – końcową długością słupa gazu (Rys. 6.). Jaką pracę wykona przy tym siła parcia gazu F ? Praca jest iloczynem siły i przesunięcia

$$W = F \cdot \Delta d$$

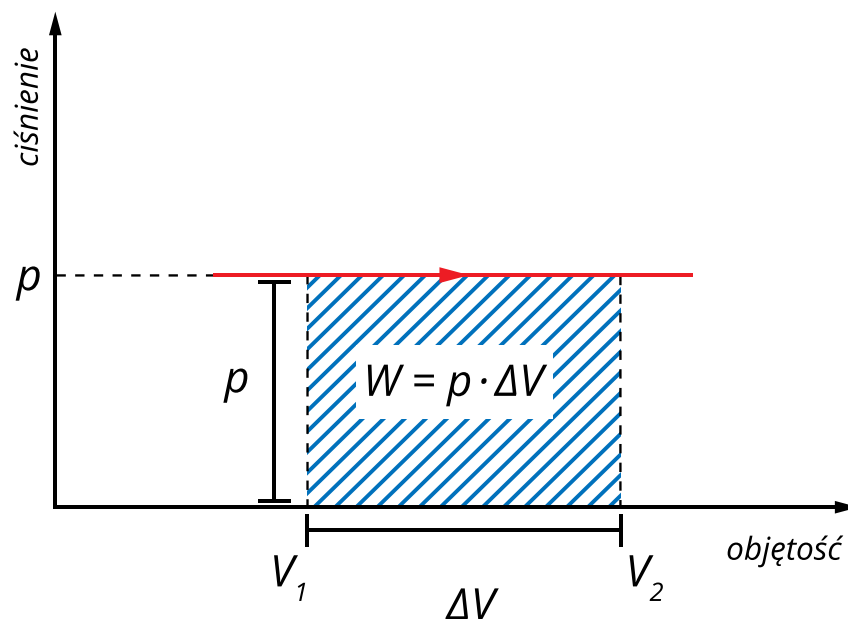
Siłę F można przestawić, jako iloczyn ciśnienia gazu i pola powierzchni tłoka

$$F = p \cdot S,$$

więc praca siły parcia gazu wynosi:

$$W = p \cdot S \cdot \Delta d = p \cdot \Delta V = p \cdot (V_2 - V_1)$$

Przedstawmy tę przemianę w układzie współrzędnych $p - V$ (Rys. 7.). Jak widać, praca gazu, $W = p \cdot \Delta V$, równa jest polu powierzchni pod wykresem przemiany izobarycznej.



Rys. 7. Praca gazu podczas izobarycznego rozprężania równa jest polu powierzchni pod wykresem w układzie współrzędnych $p - V$

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Otrzymany związek między pracą gazu a polem powierzchni pod wykresem przemiany izobarycznej można uogólnić na dowolną przemianę.

Rozważmy gaz poddany dowolnej przemianie pokazanej na Rys. 8. Jaką pracę wykona gaz, zwiększając swoją objętość od wartości V_1 do V_2 ? Podzielmy pole pod wykresem przemiany

na bardzo wąskie paski o szerokości ΔV . Jeśli szerokość pasków będzie odpowiednio mała, to można uznać, że ciśnienie w zakresie objętości ΔV jest stałe. W ten sposób zamieniliśmy dowolną przemianę gazową na sumę przemian izobarycznych. Jeśli zsumujemy teraz wszystkie wyrażenia $p_i \cdot \Delta V_i$ w zakresie od V_1 do V_2 , to otrzymamy całkowitą pracę wykonaną przez gaz podczas rozprężania od objętości V_1 do V_2 . Jednocześnie praca ta jest równa polu powierzchni zawartej pod wykresem przemiany.

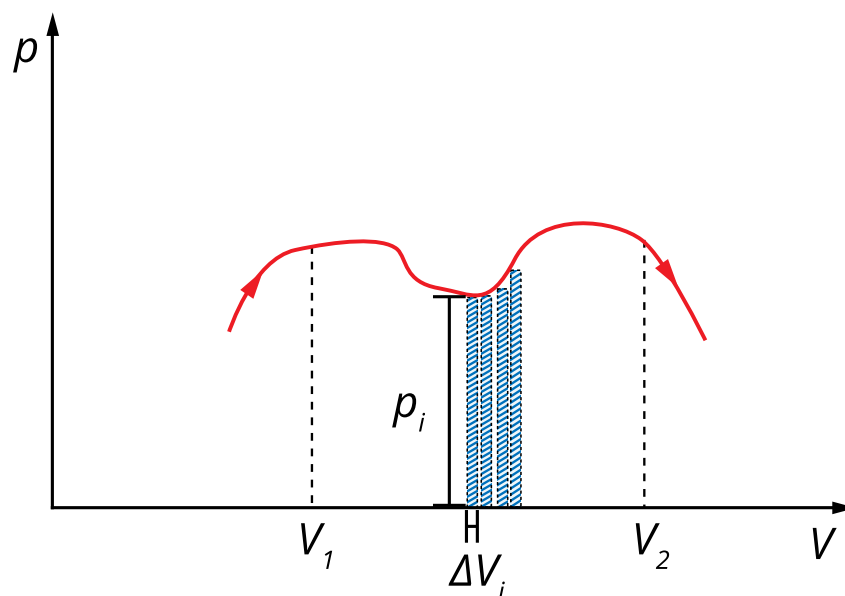
Otrzymaliśmy ważną zależność:

Praca gazu podczas zwiększania objętości równa jest polu powierzchni pod wykresem przemiany w układzie współrzędnych $p - V$.

Siła zewnętrzna jest zawsze przeciwnie skierowana do siły parcia gazu. Praca W_{zewn} wykonana przez siłę zewnętrzną, ma więc przeciwny znak niż praca wykonana przez gaz:

$$W_{zewn} = -p \cdot \Delta V = -p \cdot (V_2 - V_1) = p \cdot (V_1 - V_2)$$

Jeśli $V_1 > V_2$, czyli mamy do czynienia ze sprężaniem gazu, to praca siły zewnętrznej jest dodatnia i przyczynia się do zwiększenia energii wewnętrznej gazu. Oczywiście wartość bezwzględna pracy siły zewnętrznej również jest równa polu powierzchni pod wykresem przemiany.



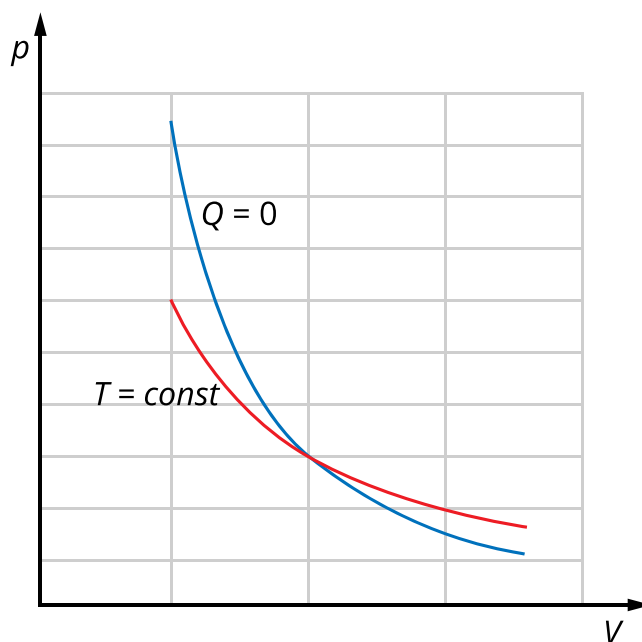
Rys. 8. Praca gazu podczas dowolnego rozprężania równa jest polu powierzchni pod wykresem w układzie współrzędnych $p - V$

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

4. **Przemiana adiabatyczna** to przemiana, w której nie ma wymiany ciepła z otoczeniem. Podczas adiabatycznego sprężania gazu zwiększa się zarówno temperatura, jak i ciśnienie gazu. Ciśnienie rośnie szybciej niż przy takim samym sprężaniu

izotermicznym. Natomiast, gdy gaz rozpręża się adiabatycznie, maleje temperatura i ciśnienie. W rezultacie końcowe ciśnienie ma mniejszą wartość niż w takiej samej przemianie izotermicznej.

Wykresy przemiany adiabatycznej oraz, dla porównania, izotermicznej pokazane są na Rys. 9. Wykres przemiany adiabatycznej jest bardziej stromy niż wykres przemiany izotermicznej. Oznacza to, że w przemianie adiabatycznej ciśnienie szybciej się zmienia wraz ze zmianą objętości niż w przemianie izotermicznej.



Rys. 9. Przemiana adiabatyczna ($Q = 0$) i izotermiczna ($T = \text{const}$). W przemianie adiabatycznej ciśnienie zmienia się szybciej niż w izotermicznej

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Słowniczek

Warunki normalne

(*ang.: normal conditions*) warunki, w których ciśnienie jest równe $101\,325\text{ Pa} = 1013,25\text{ hPa}$, a temperatura równa $273,15\text{ K}$, czyli 0°C .

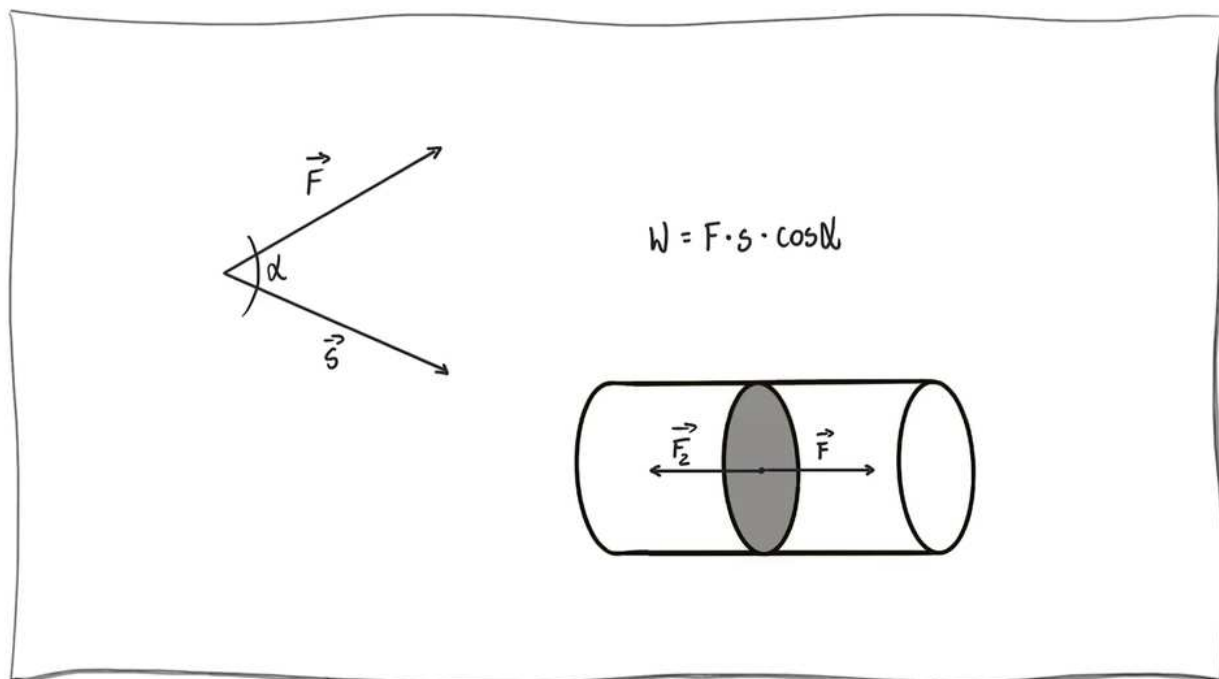
Przemiana adiabatyczna

(*ang.: adiabatic process*) to przemiana termodynamiczna, w której układ nie wymienia ciepła z otoczeniem.

Film samouczek

Praca gazu a praca siły zewnętrznej w przemianach gazowych

Obejrzyj film-samouczek i ustal zależność między kierunkiem przemian a tym, czy większą pracę wykona gaz, czy siła zewnętrzna.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R8bTkTcH5ijOx>

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Zapoznaj się z treścią samouczka.

Polecenie 1

Zastanów się, jak zmienić te przemiany, aby zyskać w nich pracę, czyli, aby większą pracę wykonał gaz niż siła zewnętrzna.

Polecenie 2

Oblicz pracę wykonaną przez gaz w trzech kolejnych przemianach: izobarycznej - izochorycznej - izobarycznej, przy odwróceniu kierunku omawianych na filmie przemian.

Dane:

$$p_1 = 10^5 \text{ Pa}, p_2 = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}, V_1 = 0,1 \text{ m}^3, V_2 = 0,3 \text{ m}^3.$$

a) Praca gazu przy rozprężaniu pod stałym ciśnieniem p_2 od objętości V_1 do V_2 wynosi W_1
= kJ

b) Praca gazu w przemianie izochorycznej wynosi W_2 = kJ

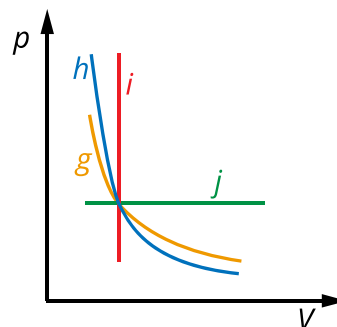
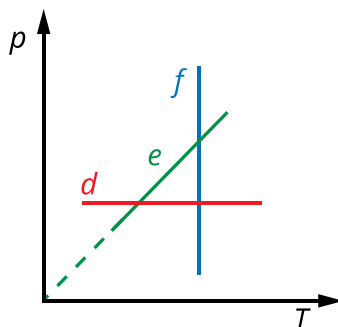
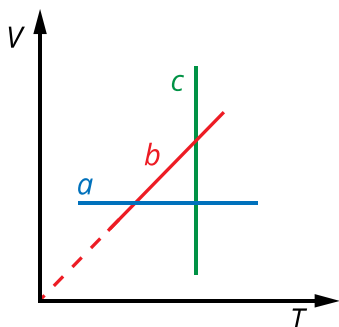
c) Praca gazu przy izobarycznym sprężaniu pod ciśnieniem p_1 od objętości V_2 do V_1 wynosi
 W_3 = kJ

d) Całkowita praca gazu w tych trzech przemianach W = kJ

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Uzupełnij zdania:

Przemiannę izotermiczną przedstawiają wykresy: , ,

Przemiannę izobaryczną przedstawiają wykresy: , ,

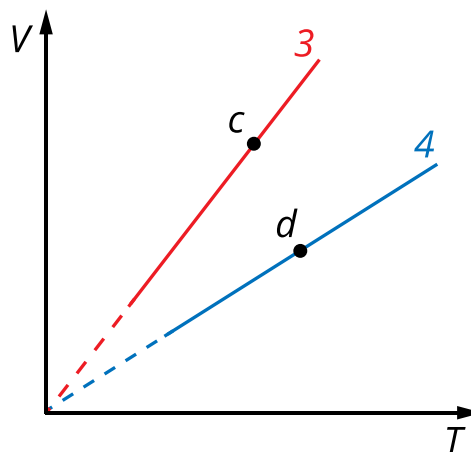
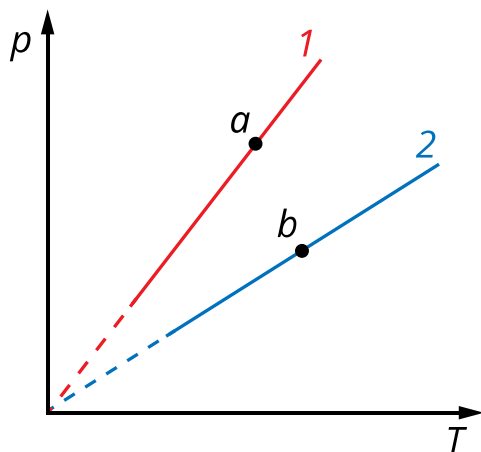
Przemiannę izochoryczną przedstawiają wykresy: , ,

Przemiannę adiabatyczną przedstawia wykres:

Ćwiczenie 2



Na wykresach pokazano przemiany gazowe, jakim poddano 1 mol gazu doskonałego.



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Uzupełnij zdania:

Przemiany (1) i (2) to przemiany (☐ izochoryczne / ☐ izobaryczne).

Przemiany (3) i (4) to przemiany (☐ izochoryczne / ☐ izobaryczne).

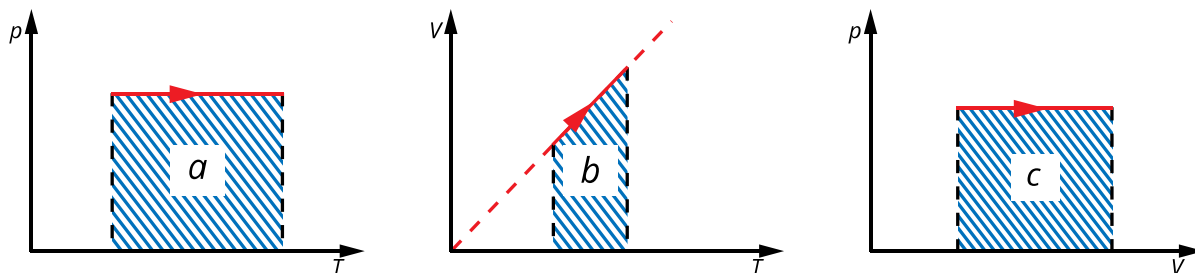
Objętość gazu w stanie *a* jest (☐ większa / ☐ mniejsza) niż objętość w stanie *b*.

Ciśnienie gazu w stanie *c* jest (☐ większe / ☐ mniejsze) niż ciśnienie w stanie *d*.

Ćwiczenie 3



Wykresy przedstawiają rozprężanie izobaryczne w różnych układach współrzędnych. Odpowiedz, które z zaznaczonych pól powierzchni pod wykresem równe jest pracy wykonanej przez gaz w tej przemianie: a , b czy c .



☐ c)

☐ a)

☐ b)

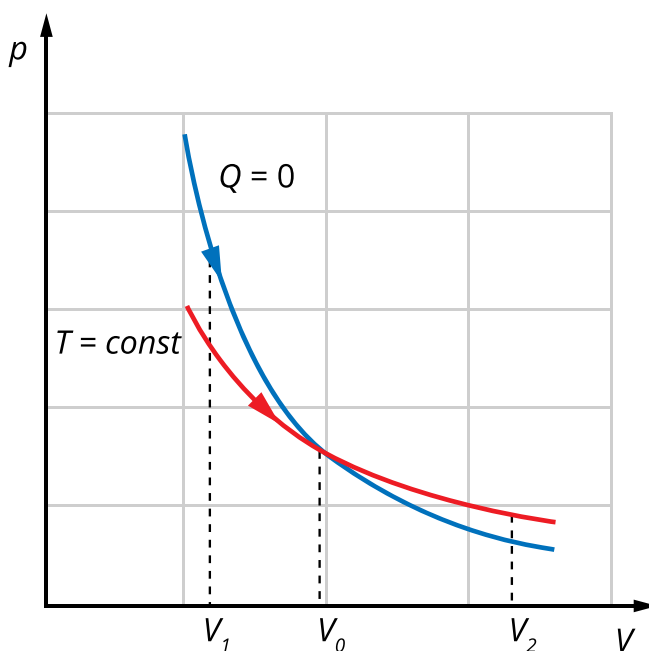
Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Ćwiczenie 4



Na rysunku pokazano wykresy izotermicznego i adiabatycznego rozprężania gazu. Porównaj pracę wykonaną przez gaz w obu przemianach i odpowiedz, w której przemianie izotermicznej czy adiabatycznej praca jest większa:

- a) podczas rozprężania od objętości V_1 do objętości V_0 ,
- b) podczas rozprężania od objętości V_0 do objętości V_2 .



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Odpowiedź:

a) Podczas rozprężania od objętości V_1 do objętości V_0 większą pracę wykonał gaz

w przemianie adiabatycznej ☐ / izotermicznej ☐.

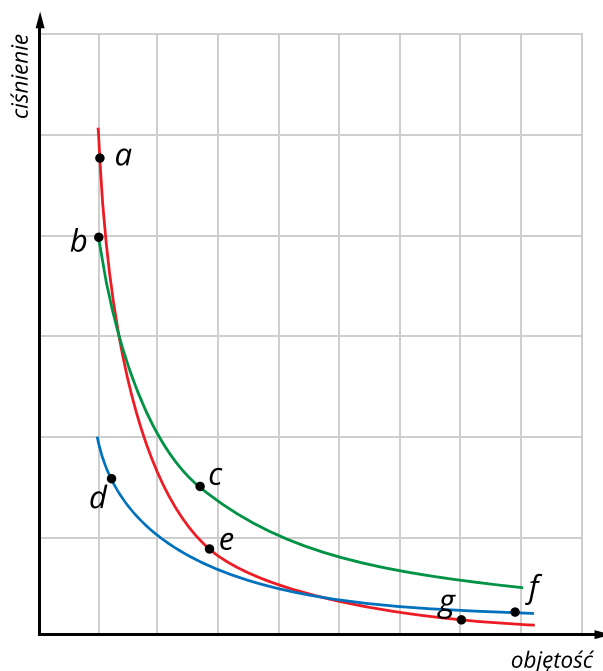
b) Podczas rozprężania od objętości V_0 do objętości V_2 większą pracę wykonał gaz

w przemianie adiabatycznej ☐ / izotermicznej ☐.

Ćwiczenie 5



Na rysunku pokazano wykresy przemian gazowych, jakim poddano 1 mol gazu doskonałego.



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Uzupełnij zdania:

- Temperatura w stanie *a* jest (wyższa niż / niższa niż / taka sama jak)

temperatura w stanie *b*.

- Temperatura w stanie *c* jest (wyższa niż / niższa niż / taka sama jak)

temperatura w stanie *b*.

- Temperatura w stanie *d* jest (wyższa niż / niższa niż / taka sama jak)

temperatura w stanie *e*.

- Temperatura w stanie *c* jest (wyższa niż / niższa niż / taka sama jak)

temperatura w stanie *e*.

- Temperatura w stanie *e* jest (wyższa niż / niższa niż / taka sama jak)

temperatura w stanie *g*.

- Temperatura w stanie *g* jest (wyższa niż / niższa niż / taka sama jak)

temperatura w stanie *f*.

Ćwiczenie 6



Oblicz, jaką pracę trzeba wykonać, aby sprężyć przy stałym ciśnieniu 1 mol gazu doskonałego, znajdujący się początkowo w warunkach normalnych. Końcowa objętość ma być 2 razy mniejsza niż początkowa. Objętość jednego mola gazu w warunkach normalnych wynosi $22,4 \text{ dm}^3$.

Odpowiedź: $W =$ J

Ćwiczenie 7



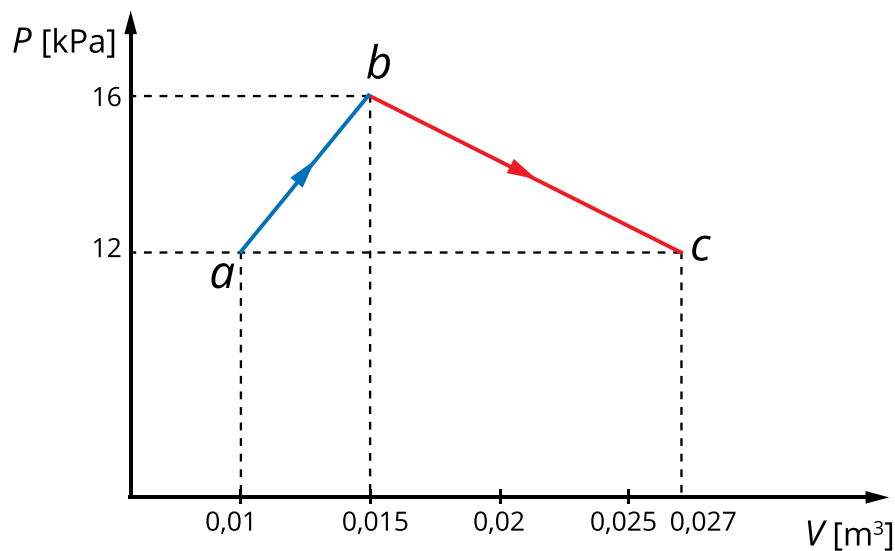
W cylindrze z tłokiem znajduje się gaz doskonały. Gaz został podgrzany przy stałym ciśnieniu równym $p = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ od temperatury $t_1 = 27^\circ\text{C}$ do $t_2 = 87^\circ\text{C}$. Początkowa objętość gazu wynosiła $V_1 = 0,1 \text{ m}^3$. Oblicz wartość pracy wykonanej przez gaz w tej przemianie.

Odpowiedź: $W =$ J

Ćwiczenie 8



Na wykresie $p - V$ przedstawiono dwie kolejne przemiany.



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

a) Czy w tych przemianach któryś z parametrów jest stały?

☐ Nie, żaden

☐ Tak

b) Oblicz całkowitą pracę wykonaną przez gaz w tych przemianach.

Odpowiedź:

$W =$ J

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Krystyna Wosińska
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Jak zinterpretować wykres przemian gazu doskonałego?
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 6) tworzy teksty, tabele, diagramy lub wykresy, rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; właściwie skaluje, oznacza i dobiera zakresy osi; 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach; VI. Termodynamika. Uczeń: 12) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. omówi, jak można przedstawiać przemiany gazowe na wykresach. 2. wyjaśni, od czego zależy położenie izotermy. 3. wyjaśni, od czego zależy nachylenie wykresów przemian izobarycznej i izochorycznej. 4. zastosuje związek między wartością pracy gazu i polem powierzchni pod wykresem w układzie $p - V$ do obliczania tej pracy. 5. przeanalizuje i zinterpretuje wykresy przemiany izotermicznej i adiabatycznej.
Strategie nauczania:	strategia eksperymentalno-obszernyjna (dostrzeganie i definiowanie problemów).
Metody nauczania:	- wykład informacyjny, - pokaz multimedialny, - analiza pomysłów, - burza mózgów.
Formy zajęć:	- praca w grupach, - praca indywidualna.
Środki dydaktyczne:	komputer z rzutnikiem lub tablety do dyspozycji każdego ucznia.
Materiały pomocnicze:	e-materiały: „Czym jest przemiana izotermiczna gazów?”, „Czym jest przemiana izobaryczna gazów?”, „Czym jest przemiana izochoryczna gazów?”, „Czym jest przemiana adiabatyczna gazów?”.
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
• Wprowadzenie zgodnie z treścią e-materiału. • Odwołanie do wiedzy uczniów o przemianach gazowych.	
Faza realizacyjna:	

Uczniowie w grupach rysują wykresy przemian gazowych we wszystkich możliwych układach współrzędnych. Nauczyciel przedstawia uczniom problem: czym różnią się przemiany izotermiczne reprezentowane przez różne izotermy? Uczniowie w dyskusji rozwiązują problem, korzystając z równania Clapeyrona. Następnie uczniowie dyskutują podobny problem dla przemian izobarycznej i izochorycznej. Nauczyciel przedstawia zadanie obliczenia pracy gazu w przemianie izobarycznej (Rys. 6.) i uczniowie w grupach, z pomocą nauczyciela, rozwiązują je. Nauczyciel wskazuje na związek pracy gazu z polem powierzchni pod wykresem i uogólnia ten rezultat na dowolną przemianę.

Uczniowie oglądają film samouczek i odpowiadają na postawione w nim pytanie.

Faza podsumowująca:

Uczniowie rozwiązują zadanie 4 i dyskutują, jakie mogą być przyczyny ustalonych zależności. Analizują zmiany energii wewnętrznej w obu przemianach. Następnie uczniowie zgłaszają pomysły, jak rozwiązać zadanie 8.

Praca domowa:

Zadania z części „Sprawdź się” – do wyboru co najmniej cztery zadania.

**Wskazówki
metodyczne
opisujące różne
zastosowania danego
multimedium:**

Film samouczek można obejrzeć i przedyskutować na lekcji.
Można go też wykorzystać po lekcji dla utrwalenia wiadomości.