



Odjechać samochodem czy... na kozie –
wykorzystanie prawdopodobieństwa klasycznego
w praktyce



Odjechać samochodem czy... na kozie – wykorzystanie prawdopodobieństwa klasycznego w praktyce

Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Wstęp

Wiele problemów z otaczającej nas rzeczywistości rozwiązywanych jest przy wykorzystaniu narzędzi, jakimi posługuje się matematyka. Czasami otrzymujemy nieoczekiwane wyniki, które wydają się sprzeczne z intuicją, a nawet ze zdrowym rozsądkiem. Te pozornie niemożliwe sytuacje, z których wypływają całkowicie wykluczające się wnioski, nazywamy paradoksami.

Rozpatrując takie nietypowe problemy, nie należy kierować się zwyczajowymi założeniami, ale opierać na rzetelnej wiedzy.

Jednym z najbardziej znanych paradoksów jest spostrzeżenie sformułowane przez greckiego filozofa Platona:

„Poszukiwanie wiedzy nie pozwala na jej zdobycie. Jeśli bowiem już coś wiesz, to nie potrzebujesz się tego dowiadywać. Jeśli czegoś nie wiesz, to nie wiesz, czego

szukać, więc niczego nie znajdziesz”.

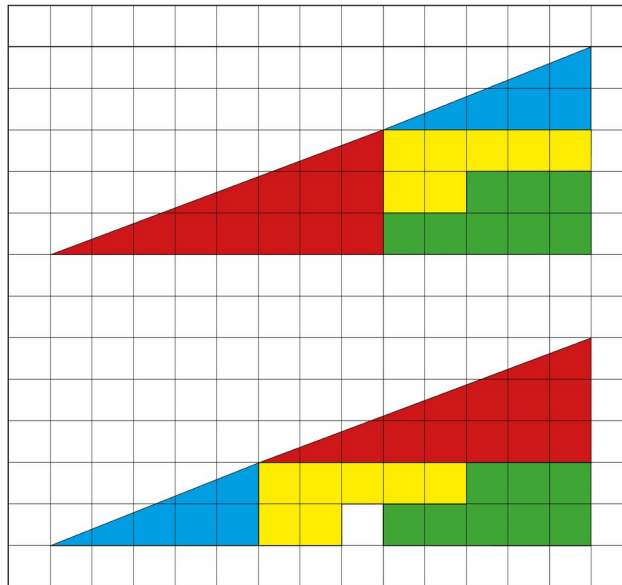
Przykładem zadania matematycznego, którego rozwiązanie wydaje się niemożliwe, jest zagadka zaginionego w trójkącie kwadratu:

Trójkąt prostokątny zbudowany jest z 4 części. Części te rozłożono i ponownie zbudowano z nich trójkąt. Okazało się, że brakuje jednego kwadratu. Jak to jest możliwe?



Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

ZAGADKA ZAGINIONEGO KWADRATU W TRÓJKĄCIE



Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Nauczysz się

sformułujesz i uzasadnisz wnioski na podstawie wykonywanych doświadczeń;

opiszesz prowadzone rozumowania językiem matematyki;

wykorzystasz narzędzia prawdopodobieństwa do wyboru najlepszego rozwiązania w sytuacjach z życia codziennego.

Cele edukacyjne zgodne z etapem kształcenia

1. wykorzystuje język matematyczny do tworzenia tekstów matematycznych;
2. wie, jak używać języka matematycznego do opisu prowadzonych rozumowań i uzasadniania wniosków;
3. potrafi przedstawiać dane przy użyciu języka matematycznego.

ODJECHAĆ SAMOCHODEM CZY NA... KOZIE – WYKORZYSTANIE PRAWDOPODOBIEŃSTWA KLASYCZNEGO W PRAKTYCE – *audiobook*

Rozdziały:

1. Paradoks Monty’ego Halla
2. Czasem lepiej zmienić podjętą wcześniej decyzję
3. Podsumowanie

Notatka dla prowadzącego



Wskazówka

Podczas odsłuchiwania audiobooka zwróćcie uwagę na zawodność naszej intuicji i na to, że przyjęcie nieprzemyślanych założeń może doprowadzić do otrzymania błędnych wyników. Przeprowadzone rozumowanie, ukazane w audiobooku, pomoże wam zrozumieć, jak ważna jest znajomość podstawowych zasad rachunku prawdopodobieństwa.

Audiobook można wysłuchać pod adresem: <https://zpe.gov.pl/b/PgcPORUPd>

Odjechać samochodem czy... na kozie – wykorzystanie prawdopodobieństwa klasycznego w praktyce

Rozdział 1 Paradoks Monty’ego Halla

Rozmowa Joli i Michała.

— Witaj, Michale. Dzisiaj chciałabym opowiedzieć ci pewną historię, która być może rozbudzi w tobie zainteresowanie rachunkiem prawdopodobieństwa. Mowa będzie o paradoksie Monty’ego Halla. Nazwa paradoksu pochodzi od nazwiska gospodarza popularnego teleturnieju, emitowanego w latach 1963–1976 w amerykańskiej telewizji. Polska wersja tego programu nazywała się „Idź na całość”.

— Chętnie posłucham.

— Wyobraź sobie zatem, że bierzesz udział w grze, w której główną nagrodą jest samochód. Stoisz przed trzema zasłoniętymi bramkami – bramką numer 1, bramką numer 2 i bramką numer 3. Za jedną z nich jest samochód. Tylko ja wiem, za którą. Za pozostałymi stoją kozy. Jeśli chcesz wygrać, musisz wskazać bramkę zawierającą samochód.

- Szansa, że wygram, to jeden do trzech.
- Oczywiście. Wskaż więc jedną z bramek.
- Wybieram bramkę numer 1.
- Jesteś pewien?
- Tak, w zupełności.
- Odkrywam jedną z pozostałych bramek – bramkę numer dwa.
- Ale za nią nie ma samochodu. Jest koza.
- No, właśnie. I teraz pytam cię, czy nadal wybierasz bramkę numer 1, czy chcesz zmienić swoją decyzję?
- Trudny wybór, ale moja szansa na wygraną się zwiększyła. Jest teraz równa jeden do dwóch. Pozostaję przy swojej decyzji.
- Odkrywam więc bramkę, którą wybrałeś. Niestety, nie ma za nią samochodu. Jak myślisz, czy zmiana twojej decyzji – czyli gdybyś wskazał inną bramkę – wpłynęłaby na wzrost szansy wygrania przez ciebie samochodu?
- A wy, jak myślicie? Czy moje rozumowanie w czasie gry było poprawne? Czy powinienem był wybrać za drugim razem inną bramkę? A może to tylko pech sprawił, że przegrałem?

Rozdział 2

Czasem lepiej zmienić podjętą wcześniej decyzję

Jola i Michał omawiają wyniki gry.

- Okazuje się, że w grze, o której rozmawialiśmy, opłaca się zmienić decyzję, czyli za drugim razem wybrać inną bramkę, gdyż w ten sposób szansa na wygraną zwiększa się dwukrotnie.
- To chyba niemożliwe!

- Podane przeze mnie rozwiązanie nie tylko dla ciebie jest zaskoczeniem. Większość osób stykających się z tym problemem uważa, że jest ono błędne i sprzeczne z intuicją. Z powodu tej sprzeczności rozważany problem uznawany jest właśnie za paradoks.
- Nadal nie rozumiem, dlaczego twierdzisz, że powinienem zmienić decyzję.
- Gdy dwie bramki pozostawały zakryte, twierdziłeś, że wygrać możesz z prawdopodobieństwem jedna druga – podobnie zresztą jak przegrać. Jednak prawdopodobieństwo wygranej dla wariantu, gdy gracz zmienia decyzję, jest równe dwie trzecie. Czy wiesz – dlaczego?
- Chyba dlatego, że gospodarz programu wie, w której bramce ukrywa się samochód.
- Masz rację. Na początku gry gracz wybiera jedną z trzech bramek. Z prawdopodobieństwem jedna trzecia wskazuje tę, za którą stoi samochód. A z prawdopodobieństwem dwie trzecie wybiera kozę.
- Jeśli jednak w pierwszym wyborze wskazałbym bramkę, za którą jest samochód, to zmiana decyzji w drugim etapie gry spowodowałaby przegraną.
- Owszem, ale w przypadku, gdy w pierwszym wskazaniu wybierzesz którąkolwiek z bramek, za którą znajduje się koza, prowadzący musi odkryć bramkę, za którą nie ma samochodu. Oznacza to, że nieotwarta i niewybrana w pierwszym etapie bramka kryje samochód i wtedy zmiana decyzji prowadzi do wygranej.
- No, tak. Pierwsza z opisanych przez ciebie sytuacji zdarza się teoretycznie tylko raz na trzy. Druga: dwa razy na trzy.
- Oczywiście. Strategia zmiany decyzji prowadzi do wygranej z prawdopodobieństwem dwie trzecie.
- Można stwierdzić, że najczęściej ludzie intuicyjnie uważają, że zmiana wyboru bramki nie wpłynie na prawdopodobieństwo wygranej, tymczasem zmiana strategii z „wytrwać przy wyborze” na „ulec namowie i zmienić go”, w istotny statystycznie sposób wpływa na szansę wygranej.

– Nie zapominajmy, że w jednostkowych przypadkach może być zgoła inaczej. Nie wpływa to jednak na teoretyczny model prawdopodobieństwa wygranej.

Rozdział 3

Podsumowanie

Jola i Michał podsumowują swoje rozważania i wyciągają wnioski.

– Nasza rozmowa doprowadziła nas do wniosku, że jeśli gracz pozostanie przy pierwotnym wyborze, wygra tylko wtedy, gdy wygrana będzie znajdowała się w bramce, którą wskaże na początku. Prawdopodobieństwo wygranej wynosi jedna trzecia.

– W przypadku, gdy gracz dokona zmiany wyboru, przegra tylko wtedy, gdy wygrana będzie znajdowała się w bramce, która wskazał na początku. Prawdopodobieństwo wygranej wynosi więc dwie trzecie.

– I jest dwukrotnie większe...

– Chcąc jednak przeprowadzić formalny dowód, należy skorzystać z prawdopodobieństwa warunkowego.

Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Zobacz także

Odjechać samochodem czy... na kozie – wykorzystanie [prawdopodobieństwa klasycznego](#) w praktyce

Rozdział 1

Paradoks Monty'ego Halla

Rozmowa Joli i Michała.

— Witaj, Michale. Dzisiaj chciałabym opowiedzieć ci pewną historię, która być może rozbudzi w tobie zainteresowanie rachunkiem prawdopodobieństwa. Mowa będzie o paradoksie Monty’ego Halla. Nazwa paradoksu pochodzi od nazwiska gospodarza popularnego teleturnieju, emitowanego w latach 1963–1976 w amerykańskiej telewizji. Polska wersja tego programu nazywała się *Idź na całość*.

— Chętnie posłucham.

— Wyobraź sobie zatem, że bierzesz udział w grze, w której główną nagrodą jest samochód. Stoisz przed trzema zasłoniętymi bramkami – bramką numer 1, bramką numer 2 i bramką numer 3. Za jedną z nich jest samochód. Tylko ja wiem, za którą. Za pozostałymi stoją kozy. Jeśli chcesz wygrać, musisz wskazać bramkę zawierającą samochód.

— Szansa, że wygram, to jeden do trzech.

— Oczywiście. Wskaż więc jedną z bramek.

— Wybieram bramkę numer 1.

— Jesteś pewien?

— Tak, w zupełności.

— Odkrywam jedną z pozostałych bramek – bramkę numer dwa.

— Ale za nią nie ma samochodu. Jest koza.

— No, właśnie. I teraz pytam cię, czy nadal wybierasz bramkę numer 1, czy chcesz zmienić swoją decyzję?

— Trudny wybór, ale moja szansa na wygraną się zwiększyła. Jest teraz równa jeden do dwóch. Pozostaję przy swojej decyzji.

— Odkrywam więc bramkę, którą wybrałeś. Niestety, nie ma za nią samochodu. Jak myślisz, czy zmiana twojej decyzji – czyli gdybyś wskazał inną bramkę – wpłynęłaby na wzrost szansy wygrania przez ciebie samochodu?

— A wy, jak myślicie? Czy moje rozumowanie w czasie gry było poprawne? Czy powinienem był wybrać za drugim razem inną bramkę? A może to tylko pech sprawił, że przegrałem?

Rozdział 2

Czasem lepiej zmienić podjętą wcześniej decyzję

Jola i Michał omawiają wyniki gry.

— Okazuje się, że w grze, o której rozmawialiśmy, opłaca się zmienić decyzję, czyli za drugim razem wybrać inną bramkę, gdyż w ten sposób szansa na wygraną zwiększa się dwukrotnie.

— To chyba niemożliwe!

— Podane przeze mnie rozwiązanie nie tylko dla ciebie jest zaskoczeniem. Większość osób stykających się z tym problemem uważa, że jest ono błędne i sprzeczne z intuicją. Z powodu tej sprzeczności rozważany problem uznawany jest właśnie za paradoks.

— Nadal nie rozumiem, dlaczego twierdzisz, że powinienem zmienić decyzję.

— Gdy dwie bramki pozostawały zakryte, twierdziłeś, że wygrać możesz z prawdopodobieństwem jedna druga – podobnie zresztą jak przegrać. Jednak prawdopodobieństwo wygranej dla wariantu, gdy gracz zmienia decyzję, jest równe dwie trzecie. Czy wiesz – dlaczego?

— Chyba dlatego, że gospodarz programu wie, w której bramce ukrywa się samochód.

- Masz rację. Na początku gry gracz wybiera jedną z trzech bramek. Z prawdopodobieństwem jedna trzecia wskazuje tę, za którą stoi samochód. A z prawdopodobieństwem dwie trzecie wybiera kozę.
- Jeśli jednak w pierwszym wyborze wskazałbym bramkę, za którą jest samochód, to zmiana decyzji w drugim etapie gry spowodowałaby przegraną.
- Owszem, ale w przypadku, gdy w pierwszym wskazaniu wybierzesz którąkolwiek z bramek, za którą znajduje się koza, prowadzący musi odkryć bramkę, za którą nie ma samochodu. Oznacza to, że nieotwarta i niewybrana w pierwszym etapie bramka kryje samochód i wtedy zmiana decyzji prowadzi do wygranej.
- No, tak. Pierwsza z opisanych przez ciebie sytuacji zdarza się teoretycznie tylko raz na trzy. Druga: dwa razy na trzy.
- Oczywiście. Strategia zmiany decyzji prowadzi do wygranej z prawdopodobieństwem dwie trzecie.
- Można stwierdzić, że najczęściej ludzie intuicyjnie uważają, że zmiana wyboru bramki nie wpłynie na prawdopodobieństwo wygranej, tymczasem zmiana strategii z *wytrwać przy wyborze* na *ulec namowię i zmienić go*, w istotny statystycznie sposób wpływa na szansę wygranej.
- Nie zapominajmy, że w jednostkowych przypadkach może być zgoła inaczej. Nie wpływa to jednak na teoretyczny model prawdopodobieństwa wygranej.

Rozdział 3

Podsumowanie

Jola i Michał podsumowują swoje rozważania i wyciągają wnioski.

- Nasza rozmowa doprowadziła nas do wniosku, że jeśli gracz pozostanie przy pierwotnym wyborze, wygra tylko wtedy, gdy wygrana będzie znajdowała się

w bramce, którą wskaże na początku. Prawdopodobieństwo wygranej wynosi jedna trzecia.

— W przypadku, gdy gracz dokona zmiany wyboru, przegra tylko wtedy, gdy wygrana będzie znajdowała się w bramce, która wskazał na początku.

Prawdopodobieństwo wygranej wynosi więc dwie trzecie.

— I jest dwukrotnie większe...

— Chcąc jednak przeprowadzić formalny dowód, należy skorzystać z [prawdopodobieństwa warunkowego](#).

Polecenie 1

XVII-wieczny francuski pisarz, Antoine Gombaud (zwany kawalerem de Mere), sformułował problem zwany dzisiaj paradoksem kawalera de Mere:

Przy rzucie trzema kostkami do gry, sumę oczek równą 11 można uzyskać 6 sposobami:

$$11 = 6 + 4 + 1$$

$$11 = 6 + 3 + 2$$

$$11 = 5 + 5 + 1$$

$$11 = 5 + 4 + 2$$

$$11 = 5 + 3 + 3$$

$$11 = 4 + 4 + 3$$

Podobnie sumę oczek równą 12:

$$12 = 6 + 5 + 1$$

$$12 = 6 + 4 + 2$$

$$12 = 6 + 3 + 3$$

$$12 = 5 + 5 + 2$$

$$12 = 5 + 4 + 3$$

$$12 = 4 + 4 + 4$$

Wszystkich możliwości jest:

$$6 + 2 \times \binom{6}{2} + \binom{6}{3} = 56$$

Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Zatem wydaje się, że szanse są równe, gdyż oba zdarzenia mają prawdopodobieństwa równe

$$\frac{6}{56}$$

Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

A jednak okazuje się, że szansa wypadnięcia sumy oczek równej 11 jest większa od szansy wypadnięcia sumy oczek równej 12. Dlaczego?

Polecenie 2

Dobierzcie się w pary i przygotujcie 3 kartoniki. Na jednym narysujcie samochód, na dwóch kozy. Zagrajcie 10 razy w grę przedstawioną w audiobooku.

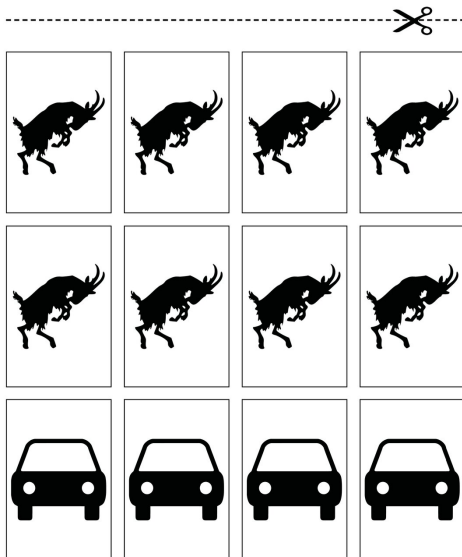
POLECENIE

Dobierzcie się w pary i wybierzcie 3 kartoniki: 2 z obrazami kozy oraz jeden z obrazem samochodu.

Zagrajcie 10 razy w grę przedstawioną w audiobooku.

Zmieniajcie się rolami. Raz bądźcie graczem a innym razem prowadzącym teleturniej.

Zanotujcie wyniki.



Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Zmieniajcie się rolami (gracza i prowadzącego teleturniej). Notujcie wyniki. Zbierzcie wyniki otrzymane przez wszystkie pary i przeanalizujcie je wspólnie. Czy potwierdza się twierdzenie mówiące o tym, że warto zmieniać początkowo wybraną bramkę? Uzasadnijcie swoją wypowiedź.

Polecenie 3

Przeanalizujcie w grupach następujący problem:

Bierzecie udział w grze, w której można wygrać wycieczkę dookoła świata. Przed wami 100 pudełek. W jednym z nich ukryty jest kupon na tę wycieczkę. Wybieracie jedno pudełko (na przykład numer 10), a prowadzący grę otwiera pozostałych 98 pudełek, pozostawiając nieotwartymi pudełko wybrane przez was i jeszcze jedno (na przykład numer 20). W żadnym z otwartych pudełek nie ma kuponu. Jakie jest prawdopodobieństwo, że nagroda znajduje się w wybranym przez was pudełku? A w pudełku numer 20? Jeśli zmienicie swój wybór, wskazując pudełko numer 20, jakie będzie teraz prawdopodobieństwo wygranej? Jak myślicie – dlaczego prowadzący odstąpił 98 bramek, a nie jedną (jak w grze omawianej w audiobooku)?

Podsumowanie

Najczęściej w grach losowych intuicyjnie zakładamy, że wszystkie możliwości są jednakowo prawdopodobne. Jednak nie zawsze tak jest. Przystępując do gry, warto więc dokładnie zapoznać się z jej regulaminem.

Analiza gier losowych podejmowana przez XVII-wiecznych matematyków doprowadziła do rozwoju rachunku prawdopodobieństwa. Teoria prawdopodobieństwa początkowo wykorzystywała metody kombinatoryczne do badania tylko zjawisk dyskretnych.

Rachunek prawdopodobieństwa, z którym stykamy się w szkole, zajmuje się badaniem zmiennych losowych – w przypadku pojedynczych zdarzeń – oraz procesów stochastycznych – w przypadku zdarzeń powtarzających się w czasie.

Do obliczania prawdopodobieństw wykorzystujemy najczęściej klasyczną definicję.

W sytuacjach, gdy zdarzenia następują kolejno jedno po drugim, a zdarzenia przeszłe determinują wyniki zdarzeń przyszłych, stosujemy prawdopodobieństwa warunkowe.



Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Praca domowa

Polecenie 4.1

Zadanie 1.

Znajdź w Internecie przykłady paradoksów rachunku prawdopodobieństwa. Przygotuj na temat jednego z nich informację, którą zaprezentujesz w klasie. Postaraj się, aby forma prezentacji była atrakcyjna.

Zadanie 2.

Poproście o rozwiązanie Zadania o trzech rycerzach 10 uczniów z waszej szkoły. Możecie pracować w grupach 2–3 osobowych. Zaprezentujcie wyniki w klasie. Porównajcie z wynikami uzyskanymi przez innych uczniów. Wykonajcie diagram wszystkich tak uzyskanych wyników. Co zauważacie? Jaki jest poprawny wynik zadania? Czy zadanie to można nazwać paradoksem?

Zadanie o trzech rycerzach

Trzech rycerzy A, B, C starało się o rękę księżniczki Brygidy. Król postanowił, że wyda Brygidę za jednego z nich, ale nie powiedział za którego.

Rycerz A ma wśród zaufanej służby króla znajomego, który jest doskonale poinformowany o decyzji władcy i zna imię wybranego rycerza. Chce go zapytać, ale krępuje się pytać o siebie. Pyta więc o imię jednego z pozostałych rycerzy (B lub C), który nie dostanie księżniczki za żonę.

Przed zadaniem pytania ocenia, że każdy z nich ma szansę zostać zięciem króla równą $1/3$. Myśli, że jeśli służący powie, że na przykład B nie otrzyma ręki księżniczki, to jego szanse rosną do $1/2$. Gdzie popełnia błąd?

PRACA DOMOWA

Przeczytaj zadanie o trzech rycerzach i zaznacz poprawną odpowiedź.

Zadanie o trzech rycerzach

Trzech rycerzy A, B, C starło się o rękę księżniczki Brygidy. Król postanowił, że wyda Brygidę za jednego z nich, ale nie powiedział za którego. Rycerz A ma wśród zaufanej służby króla znajomego, który jest doskonale poinformowany o decyzji władcy i zna imię wybranego rycerza. Chce go zapytać, ale kępuje się pytać o siebie. Pyta więc o imię jednego z pozostałych rycerzy (B lub C), który nie dostanie księżniczki za żonę.
Przed zadaniem pytania ocenia, że każdy z nich ma szansę zostać zięciem króla równą 1/3. Myśli, że jeśli służyący powie, że na przykład rycerz B nie otrzyma ręki księżniczki, to jego szanse wzrosną do 1/2.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że rycerz A otrzyma rękę księżniczki?
Zaznacz poprawną odpowiedź:

☐

☐

☐

1/2

2/3

1/3

Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

PRACA DOMOWA – zadania dodatkowe

Zadania dla chętnych:

1. Paradoxs Condorceta

Mamy 3 kandydatów do wyborów. W tabeli przedstawiono preferencje wyborcy 1, wyborcy 2 i wyborcy 3. Najbardziej popierany jest 1 kandydat, najmniej 3.

L.P.	WYBORCA 1	WYBORCA 2	WYBORCA 3
1	A	B	C
2	B	C	A
3	C	A	B

Przeanalizuj tabelkę i odpowiedz:
Jakie jest prawdopodobieństwo, że wygra kandydat:
• A
• B
• C?
Co zauważasz?

2. Paradoxs dnia urodzin

Jak liczna powinna być grupa osób, aby z prawdopodobieństwem tego, że co najmniej dwie osoby urodziły się tego samego dnia było większe niż 1/2?

Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Zadania

Wskazówka

W przypadku braku możliwości rozwiązania zadania z klawiatury lub trudności z odczytem przez czytnik ekranu skorzystaj z innej wersji zadania.

Ćwiczenie 1

Rzucamy dwa razy monetą:

Jakie jest prawdopodobieństwo, że za drugim razem otrzymamy orła, a za pierwszym reszkę?

Jakie jest prawdopodobieństwo, że za każdym razem otrzymamy orła?

Jakie jest prawdopodobieństwo, że za każdym razem wypadnie reszka?

Za pierwszym razem wypadł orzeł. Jakie jest prawdopodobieństwo, że za drugim razem wypadnie reszka?

Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Inna wersja zadania

Ćwiczenie 3

Rzucamy dwiema kostkami do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania:

Sumy oczek większej od 8?

Na pierwszej kostce 4, a na drugiej 6?

Piątki i czwórki?

Dwóch czwórek?

Różnicy oczek równej 5 (od większej liczby odejmujemy mniejszą)?

5/6	5/36	5/36	1/6	1/3	11/18	5/6	5/18	1/3	5/18	5/6
5/36	7/18	5/36	5/6	1/36	5/36	5/18	5/6	1/3	7/18	
11/18	1/6	1/36	7/18	1/36	11/18	5/18	11/18	11/18		
5/18	1/36	1/6	1/18	1/6	1/18	1/3	1/36	1/6	1/3	

Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Inna wersja zadania

Ćwiczenie 5

Oceń prawdziwość podanych informacji.

	Prawda	Fałsz
Z talii 52 kart losujemy jedną. Prawdopodobieństwo wylosowania kiera jest równe 0,5.	☐	☐
Z talii 52 kart losujemy bez zwracania 2 karty. Prawdopodobieństwo wylosowania dwóch dam jest równe $\frac{1}{221}$.	☐	☐
W windzie ośmiopiętrowego domu jedzie 5 pasażerów. Prawdopodobieństwo tego, że każdy wysiądzie na innym piętrze jest równe $\frac{105}{512}$.	☐	☐
W pudełku są 2 kule białe i 8 czarnych. Losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo, że będzie to kula czarna jest równe 0,2.	☐	☐
W koszyku jest 20 jabłek, w tym 3 robaczywe. Wyciągamy z koszyka 3 jabłka. Prawdopodobieństwo, że co najmniej jedno jabłko będzie dobre jest większe od 0,9.	☐	☐

Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Inna wersja zadania

Słowniczek

Prawdopodobieństwo klasyczne

Niech Ω będzie niepustym, skończonym zbiorem zdarzeń elementarnych
jadnakowo prawdopodobnych.

Prawdopodobieństwem zdarzenia $A \subset \Omega$ nazywamy liczbę

$$P(A) = \frac{\overline{A}}{\overline{\Omega}}$$

gdzie:

$\overline{A}$ - liczba zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A

$\overline{\Omega}$ - liczba wszystkich zdarzeń elementarnych.

Prawdopodobieństwo warunkowe

Niech $A \subset \Omega, B \subset \Omega$ i $P(B) > 0$.

Prawdopodobieństwem $P(A/B)$ zajścia zdarzenia A pod warunkiem zajścia zdarzenia B, nazywamy liczbę $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Powrót do e-podręcznika

E-podręcznik „Odkryj, zrozum, zastosuj...”

<http://www.epodreczniki.pl/reader/c/247160/v/latest/t/student-canon>

**4.1. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa. Własności prawdopodobieństwa.
Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń losowych:**

<http://www.epodreczniki.pl/reader/c/247160/v/latest/t/student-canon/m/iz3aPJUGz3>

Źródło: Eduexpert Sp. z o.o. / Evaco Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.