Monotoniczność funkcji

Badanie monotoniczności funkcji. Ilustracja interaktywna - wykres funkcji rosnącej, wykres funkcji malejącej, wykres funkcji nierosnącej, wykres funkcji niemalejącej. Animacja - funkcja rosnąca. Animacja - funkcja malejąca. Przykłady.

Monotoniczność funkcji

W tym materiale dowiesz się o jakich funkcjach mówimy, że są rosnące, malejące, stałe, a o jakich że są monotoniczne przedziałami. Nauczysz się odczytywać z wykresu funkcji przedziały monotoniczności funkcji. Po zapoznaniu się z tym materiałem możesz sprawdzić swoją wiedzę rozwiązując zadania zawarte w materiałach Określanie monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu - ćwiczenia. Część I oraz Określanie monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu - ćwiczenia. Część II.

Przykład 1

Obserwuj, jak przy zmianie argumentów zmieniają się wartości funkcji, o której mówimy, że jest funkcją rosnącą.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/b/PhJSmKvlR

Przykład 2

Obserwuj, jak przy zmianie argumentów zmieniają się wartości funkcji, o której mówimy, że jest funkcją malejącą.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/b/PhJSmKvlR

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 3

Obserwuj, jak przy zmianie argumentów zmieniają się wartości funkcji, o której mówimy, że jest funkcją nierosnącą.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/b/PhJSmKvlR

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 4

Obserwuj, jak przy zmianie argumentów zmieniają się wartości funkcji, o której mówimy, że jest funkcją niemalejącą.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/b/PhJSmKvlR

Każdą z czterech prezentowanych w powyższych przykładach funkcji nazywać będziemy funkcją monotoniczną.

Definicja: Funkcja rosnąca

Funkcja f jest określona w przedziale $\langle a, b\rangle$.

Jeżeli dla dowolnych $x_1, x_2 \in \langle a, b\rangle$ takich, że $x_1 < x_2$ spełniony jest warunek:

$$f(x_1) < f(x_2),$$

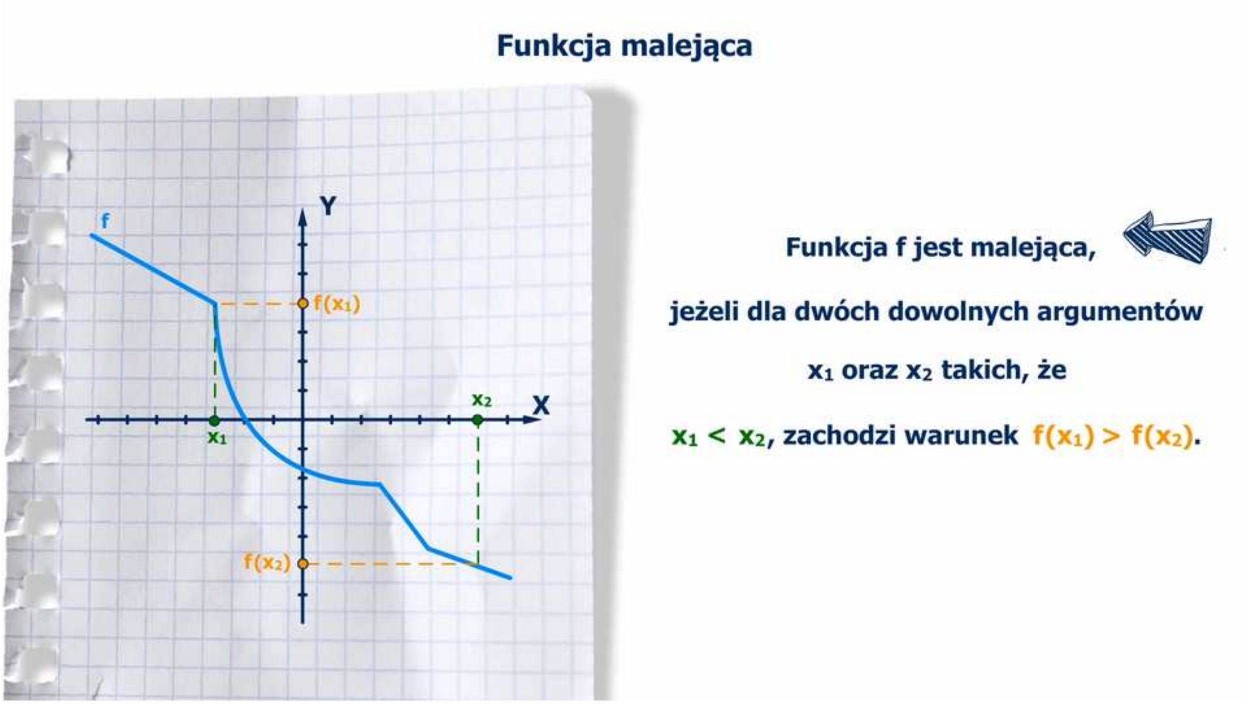
to mówimy, że funkcja f jest rosnąca w przedziale $\langle a, b\rangle$.

Definicja: Funkcja malejąca

Funkcja f jest określona w przedziale $\langle a, b\rangle$.
Jeżeli dla dowolnych $x_1, x_2 \in \langle a, b\rangle$ takich, że $x_1 < x_2$ spełniony jest warunek:

$$f(x_1) > f(x_2),$$

to mówimy, że funkcja f jest malejąca w przedziale $\langle a, b\rangle$.



Film dostępny pod adresem /preview/resource/RaXZr8NL8AVcC

Odczytywanie wlasnosci funkcji na podstawie jej wykresu czII_atrapa_animacja_260

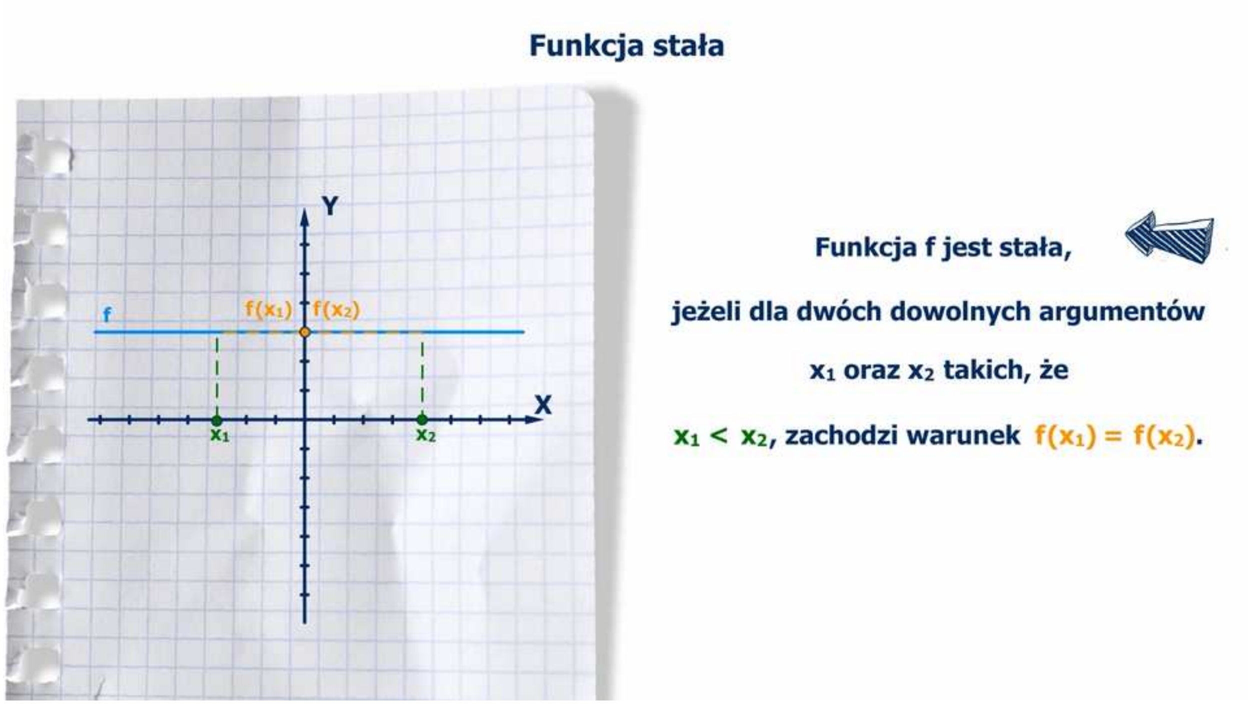
Animacja pokazuje wykres funkcji malejącej.

Definicja: Funkcja stała

Jeżeli dla dowolnych $x_1, x_2 \in \langle a, b \rangle$ takich, że $x_1 < x_2$ spełniony jest warunek:

$$f(x_1) = f(x_2),$$

to funkcję f nazywamy stałą w przedziale $\langle a, b \rangle$.



Film dostępny pod adresem /preview/resource/Rg1pCOzZp4g5p

Odczytywanie wlasnosci funkcji na podstawie jej wykresu czII_atrapa_animacja_261

Animacja pokazuje wykres funkcji stałej.

Definicja: Funkcja niemalejąca

Jeżeli dla dowolnych $x_1, x_2 \in \langle a, b\rangle$ takich, że $x_1 < x_2$ spełniony jest warunek:

$$f(x_1) \leqslant f(x_2),$$

To mówimy, że funkcja f jest niemalejąca w przedziale $\langle a, b\rangle$.

Definicja: Funkcja nierosnąca

Jeżeli dla dowolnych $x_1, x_2 \in \langle a, b\rangle$ takich, że $x_1 < x_2$ spełniony jest warunek:

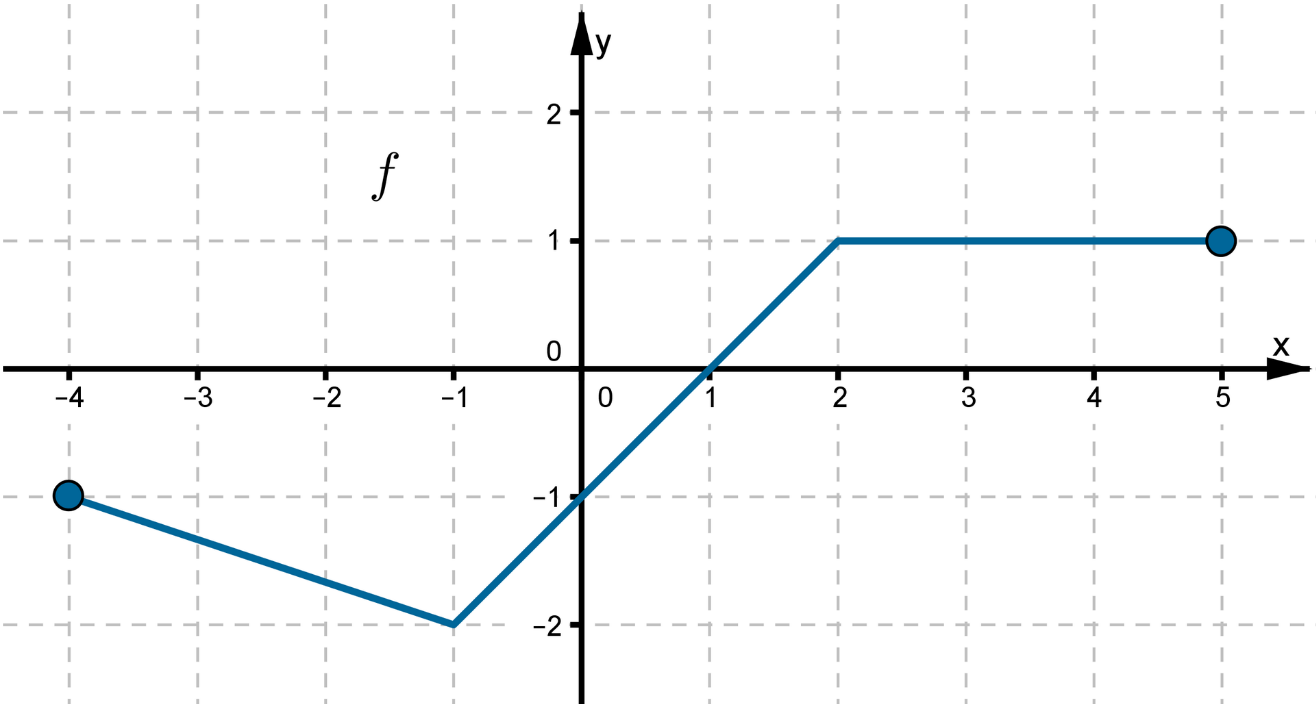
$$f(x_1) \geqslant f(x_2),$$

to mówimy, że funkcja f jest nierosnąca w przedziale $\langle a, b\rangle$.

Definicja: Funkcja monotoniczna przedziałami

Jeśli funkcja ma dziedzinę, którą można podzielić na rozłączne przedziały tak, aby w każdym z nich funkcja ta była monotoniczna, to powiemy o tej funkcji, że jest ona monotoniczna przedziałami.

Przykład 5



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Z wykresu funkcji f odczytamy na przykład, że:

a. w przedziale$(0, 1\rangle$ funkcja f jest rosnąca,
b. w przedziale $(3, 4)$ funkcja f jest stała,
c. w przedziale$\langle -3, -2)$ funkcja f jest malejąca.

Zauważmy jednak, że:

a. przedział $\langle -1, 2\rangle$ jest maksymalnym przedziałem, w którym funkcja f jest rosnąca,
b. przedział $\langle 2, 5\rangle$ jest maksymalnym przedziałem, w którym funkcja f jest stała,
c. przedział $\langle -4, -1\rangle$ jest maksymalnym przedziałem, w którym funkcja f jest malejąca,
d. przedział $\langle -1, 5\rangle$ jest maksymalnym przedziałem, w którym funkcja f jest niemalejąca.

Funkcja f jest monotoniczna przedziałami, ale nie jest monotoniczna w całym przedziale $\langle -4, 5\rangle$.