



Własności pierwiastków

Materiał zawiera filmy, ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Filmy: pierwiastek z iloczynu, pierwiastek z ilorazu, obliczanie wartości pierwiastków.

Ćwiczenia: obliczanie wartości wyrażeń zawierających pierwiastki z wykorzystaniem poznanych wzorów i działań na potęgach.

Własności pierwiastków

Obliczanie pierwiastków z dużych liczb bywa bardzo trudne. W tym materiale poznasz twierdzenia, dzięki którym można ułatwić te obliczenia. Poznasz też przykłady zastosowania tych twierdzeń oraz sprawdzisz swoje umiejętności wykonując ćwiczenia.

Własność: Kwadrat pierwiastka drugiego stopnia z dowolnej liczby nieujemnej

Dla dowolnej liczby nieujemnej a zachodzą równości:

$$(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a.$$

Na przykład:

$$\sqrt{57} \cdot \sqrt{57} = 57$$

$$(\sqrt{129})^2 = 129$$

$$\sqrt{698^2} = 698.$$

Własność: Sześcián pierwiastka trzeciego stopnia z dowolnej liczby

Dla dowolnej liczby a zachodzą równości:

$$(\sqrt[3]{a})^3 = \sqrt[3]{a^3} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = a.$$

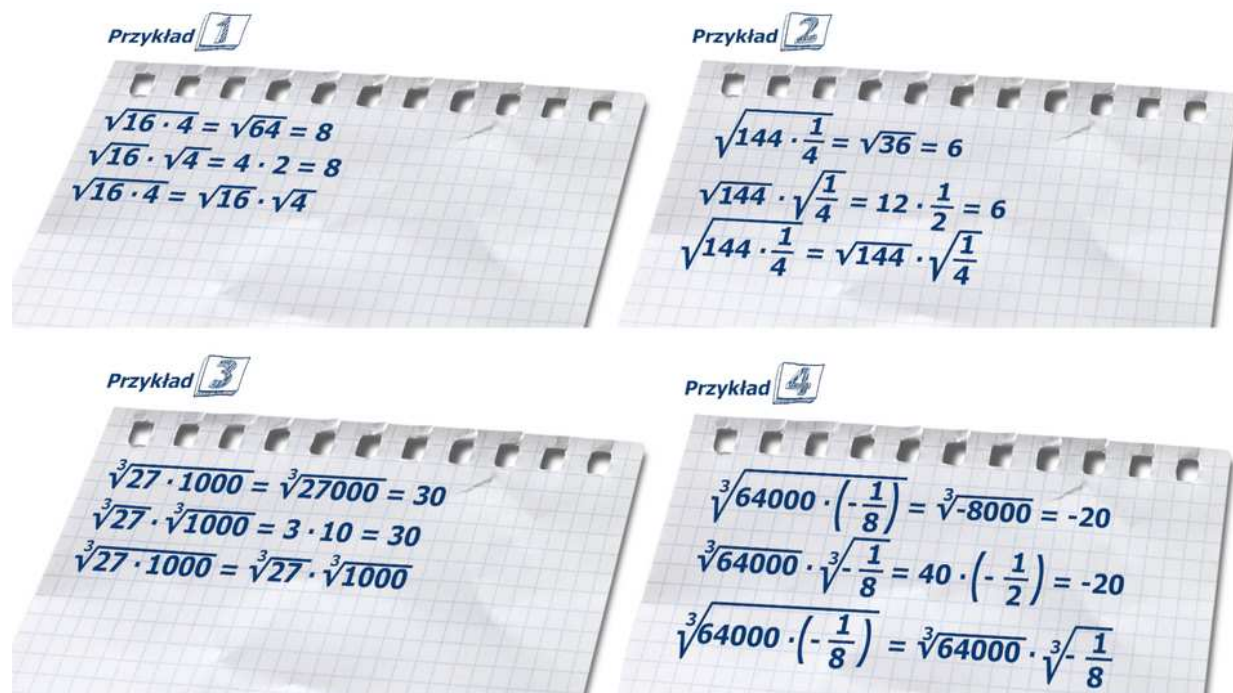
Na przykład:

$$\sqrt[3]{74} \cdot \sqrt[3]{74} \cdot \sqrt[3]{74} = 74$$

$$(\sqrt[3]{127})^3 = 127$$

$$\sqrt[3]{6,435^3} = 6,435.$$

Przykład 1



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1DStYfPUVe0Y>

Własności pierwiastków na przykładzie

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia jak obliczać pierwiastek z iloczynu dwóch liczb.

Zapamiętaj!

- Dla dowolnych liczb nieujemnych a i b zachodzi równość:

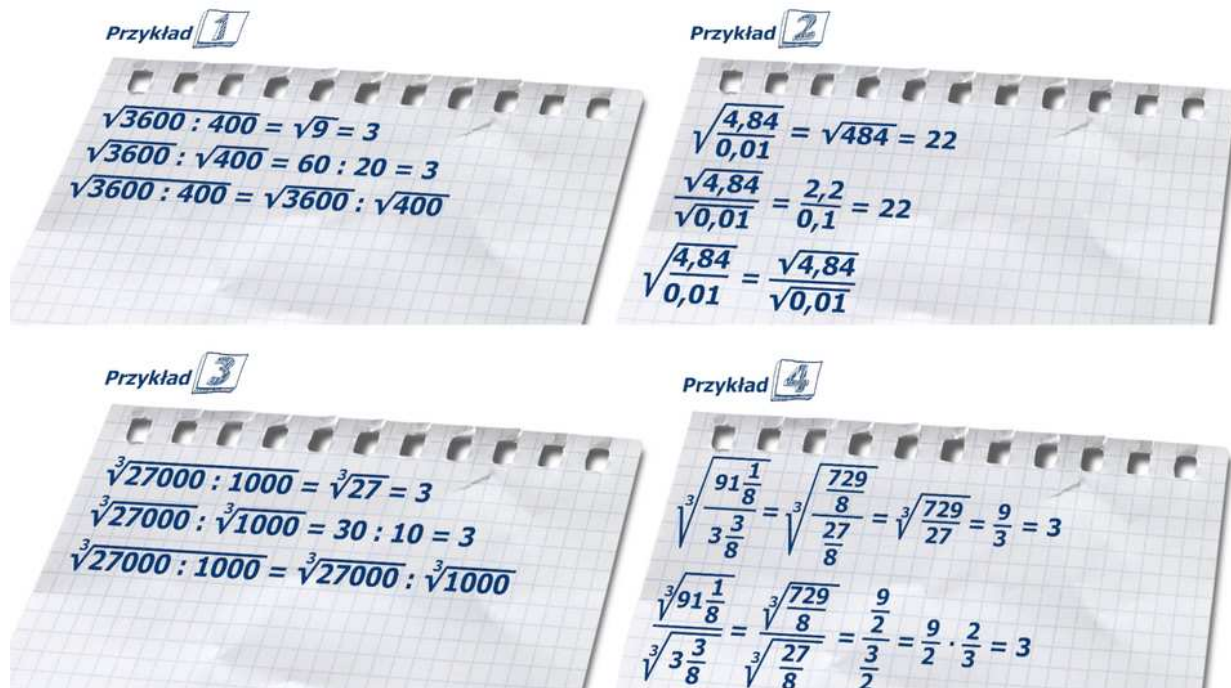
$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}.$$

- Dla dowolnych liczb a i b zachodzi równość:

$$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}.$$

Pierwiastek z iloczynu jest równy iloczynowi pierwiastków.

Przykład 2



Film dostępny pod adresem </preview/resource/Rx40PJc3jpKt2>

Własności pierwiastków na przykładzie

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia jak obliczać pierwiastek z ilorazu dwóch liczb.

Zapamiętaj!

- Dla dowolnej liczby nieujemnej a i liczby dodatniej b zachodzi równość:

$$\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b} \text{ oraz } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

- Dla dowolnej liczby a i liczby b różnej od zera zachodzi równość:

$$\sqrt[3]{a : b} = \sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{b} \text{ oraz } \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}.$$

Pierwiastek z ilorazu jest równy ilorazowi pierwiastków.

Powyższe wzory ułatwiają wyznaczanie pierwiastków kwadratowych i sześciennych z bardzo dużych liczb oraz ułatwiają wykonywanie działań z pierwiastkami.

Przykład 3

Przykład 1

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{625}} = \sqrt[3]{5 \cdot \frac{1}{625}} = \sqrt[3]{\frac{1}{125}} = \frac{1}{5}$$

Przykład 2

$$\sqrt{363} : \sqrt{3} = \sqrt{\frac{363}{3}} = \sqrt{121} = 11$$

$$\sqrt[3]{\frac{5}{4}} : \sqrt[3]{\frac{135}{2}} = \sqrt[3]{\frac{5}{4} : \frac{135}{2}} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 2}{4 \cdot 135}} = \sqrt[3]{\frac{10}{540}} = \sqrt[3]{\frac{1}{54}} = \frac{1}{\sqrt[3]{54}} = \frac{1}{\sqrt[3]{27 \cdot 2}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{3 \cdot \sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt[3]{4}}{6}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/RWKslnOthQ4gf>

Własności pierwiastków na przykładzie

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia jak obliczać iloczyn dwóch pierwiastków.

Przykład 4

Przykład 1

$$\sqrt{4900} = \sqrt{49 \cdot 100} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{100} = 7 \cdot 10 = 70$$

Przykład 2

$$\sqrt[3]{64000000} = \sqrt[3]{64 \cdot 1000000} = \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{1000000} = 4 \cdot 100 = 400$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R16HfRXGASL5F>

Własności pierwiastków na przykładzie

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia jak obliczać wartości niektórych pierwiastków.

Jeżeli liczba a jest liczbą wymierną, to zwykle piszemy: $a \cdot \sqrt{b} = a\sqrt{b}$ i $a \cdot \sqrt[3]{b} = a\sqrt[3]{b}$.

Przykład 5

Przykład 1

$$\begin{aligned}\sqrt{3} + \sqrt{3} &= ? \\ \sqrt{3} + \sqrt{3} &= 1 \cdot \sqrt{3} + 1 \cdot \sqrt{3} = \\ &= 2 \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

Przykład 2

$$\begin{aligned}6\sqrt{5} - 9\sqrt{5} &= 6 \cdot \sqrt{5} - 9 \cdot \sqrt{5} = \\ &= -3 \cdot \sqrt{5} = -3\sqrt{5}\end{aligned}$$

Przykład 3

$$\begin{aligned}-2\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{7} - 7\sqrt[3]{7} &= \\ = -2 \cdot \sqrt[3]{7} + 1 \cdot \sqrt[3]{7} - 7 \cdot \sqrt[3]{7} \\ &= -8 \cdot \sqrt[3]{7} = -8\sqrt[3]{7}\end{aligned}$$

Przykład 4

$$\begin{aligned}-\sqrt[3]{3} + \sqrt{3} + 3\sqrt[3]{3} + 9\sqrt{3} &= \\ = -\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{3} + \sqrt{3} + 9\sqrt{3} = \\ = -1 \cdot \sqrt[3]{3} + 3 \cdot \sqrt[3]{3} + 1 \cdot \sqrt{3} + 9 \cdot \sqrt{3} = \\ = 2 \cdot \sqrt[3]{3} + 10 \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt[3]{3} + 10\sqrt{3}\end{aligned}$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R15IEcF7drzgt>

Własności pierwiastków na przykładzie

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia jak wykonywać różne działania na pierwiastkach.

Przykład 6

Obliczmy wartości pierwiastków, wykorzystując prawa działań na potęgach.

- $\sqrt{2^6} = \sqrt{2^{3 \cdot 2}} = \sqrt{(2^3)^2} = 2^3 = 8$
 $\sqrt{2^6} = \sqrt{2^{3+3}} = \sqrt{2^3 \cdot 2^3} = \sqrt{2^3} \cdot \sqrt{2^3} = 2^3 = 8$
- $\sqrt{25^3} = \sqrt{25^{1+2}} = \sqrt{25^1} \cdot \sqrt{25^2} = 5 \cdot 25 = 125$
 $(\sqrt{2})^8 = (\sqrt{2})^{2 \cdot 4} = \left((\sqrt{2})^2\right)^4 = 2^4 = 16$
 $(\sqrt{2})^8 = (\sqrt{2})^{2+2+2+2} = (\sqrt{2})^2 \cdot (\sqrt{2})^2 \cdot (\sqrt{2})^2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
- $\sqrt[3]{6^9} = \sqrt[3]{6^{3 \cdot 3}} = \sqrt[3]{(6^3)^3} = 6^3 = 216$
 $\sqrt[3]{6^9} = \sqrt[3]{6^{3+3+3}} = \sqrt[3]{6^3 \cdot 6^3 \cdot 6^3} = \sqrt[3]{6^3} \cdot \sqrt[3]{6^3} \cdot \sqrt[3]{6^3} = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$
- $(-\sqrt[3]{4})^6 = (\sqrt[3]{4})^6 = (\sqrt[3]{4})^{3+3} = (\sqrt[3]{4})^3 \cdot (\sqrt[3]{4})^3 = 4 \cdot 4 = 16$
 $(-\sqrt[3]{4})^6 = (\sqrt[3]{4})^6 = (\sqrt[3]{4})^{3 \cdot 2} = \left((\sqrt[3]{4})^3\right)^2 = 4^2 = 16$

Zapamiętaj!

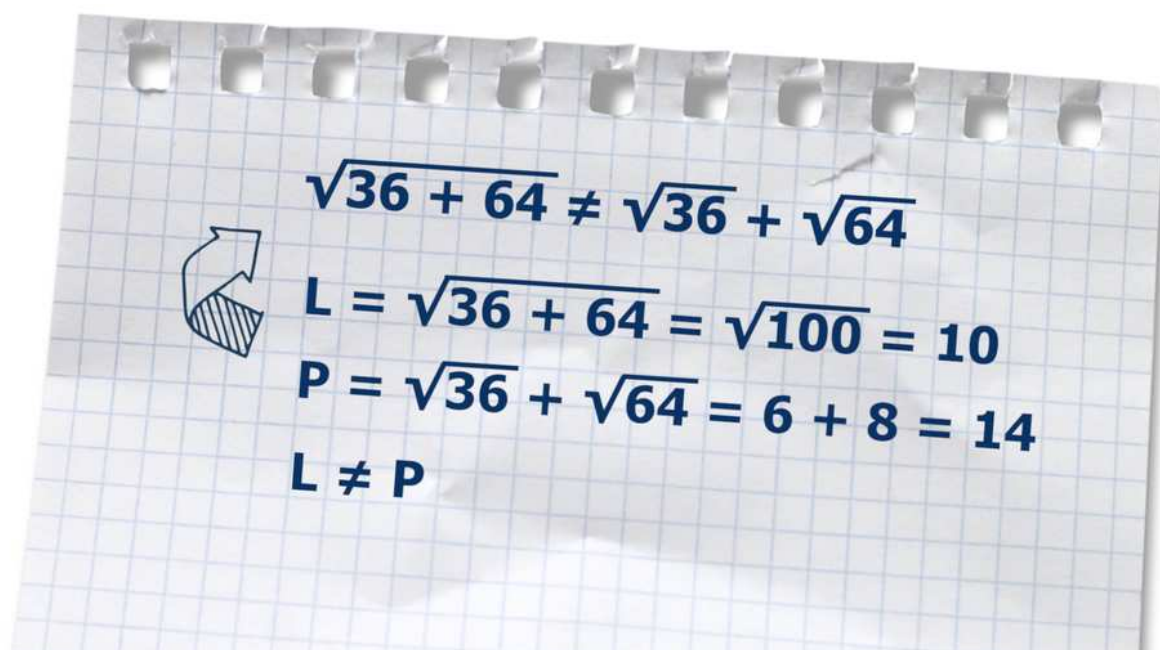
Pierwiastek z sumy nie jest równy sumie pierwiastków.

Na przykład:

$$\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$$

$$\sqrt{9 + 16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}.$$



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1OyuNV13y0HT>

Własności pierwiastków

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia jedną z własności pierwiastków.

Ćwiczenie 1



Ile wynosi pierwiastek kwadratowy z iloczynu liczb $1\frac{1}{4}$ i $\frac{64}{125}$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $\frac{16}{25}$

☐ $\frac{8}{5}$

☐ $\frac{4}{5}$

☐ $\frac{5}{4}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Ile wynosi pierwiastek sześcienny z ilorazu liczb 2048 i 32? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 16

☐ 4

☐ $\frac{1}{4}$

☐ 8

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Zaznacz prawidłowe dokończenie zdania: Wartość wyrażenia $\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{30} \cdot \sqrt[3]{90}$ jest

☐ liczbą niewymierną.

☐ równa $\sqrt[3]{2700}$.

☐ równa 300.

☐ równa 30.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Oblicz, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} =$
- $\sqrt{1,9} \cdot \sqrt{1,9} =$
- $\sqrt{5\frac{6}{13}} \cdot \sqrt{5\frac{6}{13}} =$
- $(\sqrt{0,81})^2 =$
- $(\sqrt{54})^2 =$
- $\sqrt{656543^2} =$
- $\sqrt{235^2} =$

0,81

3,8

6

7854628

$5\frac{6}{13}$

152

36

1,9

656543

54

235

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Oblicz, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} = \boxed{}$
- $\sqrt[3]{-0,65} \cdot \sqrt[3]{-0,65} \cdot \sqrt[3]{-0,65} = \boxed{}$
- $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{27}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \boxed{}$
- $\left(\sqrt[3]{-76}\right)^3 = \boxed{}$
- $\sqrt[3]{11} \cdot \left(\sqrt[3]{11}\right)^2 = \boxed{}$
- $\sqrt[3]{0,00019^3} = \boxed{}$
- $\sqrt[3]{\left(-1\frac{8}{43}\right)^3} = \boxed{}$

0,00019 4,25 -0,65 $\frac{1}{27}$ $1\frac{8}{43}$ $\frac{1}{3}$ 11 8 -76 $-1\frac{8}{43}$ 2 76

$\sqrt[3]{2}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Oblicz wartości wyrażeń z lewej kolumny. Połącz w pary wyrażenia i ich wartości.

$$\frac{\sqrt[3]{2^3} + \left(\sqrt[3]{3^3}\right)^3}{\sqrt[3]{4^3}}$$

$$7\frac{1}{4}$$

$$\frac{\sqrt{10^2} + \sqrt{11^2}}{\sqrt{12^2}}$$

$$39$$

$$\frac{\sqrt[3]{7^3} + \sqrt[3]{9^3}}{\sqrt[3]{11^3}}$$

$$1\frac{5}{11}$$

$$\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - \left(\sqrt{5}\right)^2}{\sqrt{3^2}}$$

$$1\frac{3}{4}$$

$$\sqrt{3^2} + \left(\sqrt{3^2}\right)^2 + \left(\sqrt{3^2}\right)^3$$

$$-1$$

$$\sqrt[3]{5^3} + \left(\sqrt[3]{5^3}\right)^2 + \left(\sqrt[3]{5^3}\right)^3$$

$$155$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Oblicz wartości wyrażeń z lewej kolumny. Połącz w pary wyrażenia i ich wartości.

$$\sqrt[3]{0,008 \cdot 0,001}$$

$$1,5$$

$$\sqrt{49 \cdot 64}$$

$$7,7$$

$$\sqrt[3]{-8 \cdot (-27) \cdot \frac{1}{64}}$$

$$56$$

$$\sqrt{9 \cdot 25}$$

$$78$$

$$\sqrt[3]{-125 \cdot \frac{1}{8}}$$

$$8$$

$$\sqrt[3]{216 \cdot 0,027}$$

$$12$$

$$\sqrt[3]{27 \cdot 0,001}$$

$$1,8$$

$$\sqrt{1,44 \cdot 169 \cdot 25}$$

$$0,3$$

$$\sqrt{0,16 \cdot 81}$$

$$3,6$$

$$\sqrt{0,01 \cdot 49 \cdot 121}$$

$$-2,5$$

$$\sqrt{36 \cdot 4}$$

$$0,02$$

$$\sqrt[3]{8 \cdot 64}$$

$$15$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Oblicz, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\sqrt{49 : 16} =$
- $\sqrt{64 : 0,04} =$
- $\sqrt{1,44 : 0,09} =$
- $\sqrt{6,25 : 25} =$
- $\sqrt{0,36 : 81} =$
- $\sqrt[3]{216 : 125} =$
- $\sqrt[3]{0,008 : (-0,001)} =$
- $\sqrt[3]{-1000 : (-0,027)} =$
- $\sqrt[3]{\frac{8}{27} : (-64)} =$
- $\sqrt[3]{343 : 27} =$

- $2\frac{1}{5}$ -1 $33\frac{1}{3}$ 20 40 $1\frac{3}{4}$ $-\frac{1}{16}$ $\frac{1}{15}$ 4 $18\frac{2}{3}$ $1\frac{1}{8}$ $2\frac{1}{4}$ $1\frac{1}{5}$
- $-\frac{1}{6}$ -2 $\frac{2}{15}$ $2\frac{1}{3}$ 12 $0,6$ $0,5$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Oblicz, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} =$
- $\sqrt{10} \cdot \sqrt{12,1} =$
- $\sqrt{7} \cdot \sqrt{28} =$
- $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} =$
- $\sqrt{50} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} =$
- $\sqrt{8} \cdot \sqrt{32} =$
- $\sqrt{20} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{2} =$
- $\sqrt{5} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{60} =$
- $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{16} =$
- $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{81} =$
- $\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{0,5} =$
- $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{12} =$
- $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{20} \cdot \sqrt[3]{25} =$

6	5	11	15	22	18	14	8	10	4	33	24	16	28	2	50
10	60	9	20	31	17										

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Oblicz wartości wyrażeń z lewej kolumny. Połącz w pary wyrażenia i ich wartości.

$$\sqrt{18} : \sqrt{2}$$

$$4$$

$$\frac{\sqrt[3]{108} : \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}$$

$$6$$

$$\sqrt[3]{-16} : \sqrt[3]{2}$$

$$3$$

$$\sqrt{100000} : \sqrt{1000}$$

$$5$$

$$\sqrt[3]{54} : \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$$

$$5$$

$$\sqrt{0,03} : \sqrt{3}$$

$$-3$$

$$\sqrt{125} : \sqrt{5}$$

$$0,1$$

$$\sqrt{56} : \sqrt{3,5}$$

$$2$$

$$\frac{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{3}}$$

$$0,1$$

$$\sqrt[3]{-25} : \sqrt[3]{-\frac{1}{5}}$$

$$3$$

$$\sqrt[3]{0,007} : \sqrt[3]{7}$$

$$10$$

$$\sqrt[3]{13,5} : \sqrt[3]{-0,5}$$

$$-2$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Oblicz, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\sqrt{\frac{2}{7}} : \sqrt{3\frac{1}{2}} = \boxed{}$
- $\sqrt{5\frac{1}{3}} : \sqrt{8\frac{1}{3}} = \boxed{}$
- $\sqrt{\frac{49}{50}} : \sqrt{\frac{1}{50}} = \boxed{}$
- $\sqrt{2\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{5}{8}} = \boxed{}$
- $\sqrt[3]{1\frac{3}{5}} : \sqrt[3]{12\frac{4}{5}} = \boxed{}$
- $\sqrt[3]{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{9}} : \sqrt[3]{27} = \boxed{}$

$\frac{1}{9}$	1	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{2}$	8	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{5}$	7	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{4}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{9}$	5	4	6											

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Liczba $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$ jest równa 4

☐ Liczba $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$ jest równa 6

☐ Liczba $\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{12,5}$ jest równa 5

☐ Liczba $\sqrt{3} : \sqrt{27}$ jest równa $\frac{1}{3}$

☐ Liczba $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5}$ jest równa 5

☐ Liczba $\sqrt[3]{24} : \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ jest równa 2

☐ Liczba $\sqrt[3]{32} \cdot \sqrt[3]{2}$ jest równa 4

☐ Liczba $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{6}$ jest równa 6

☐ Liczba $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ jest równa 3

☐ Liczba $\sqrt{50} : \sqrt{10}$ jest równa 5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Oblicz, a następnie wpisz poprawny wynik w wyznaczone miejsce.

- $\sqrt{500} : \sqrt{5} + \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} - \sqrt{10} \cdot \sqrt{90} =$
- $\sqrt{6^2} \cdot (-\sqrt{2}) \cdot (-\sqrt{2}) - \sqrt{2^2} =$
- $-\sqrt{13} \cdot \sqrt{13} + \sqrt[3]{-13^3} =$
- $(\sqrt[3]{16} : \sqrt[3]{-2}) \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{16} =$
- $\frac{\sqrt{2000} : \sqrt{2}}{\sqrt{8}} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{0,2} \cdot \sqrt{500} =$
- $\frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{-1000} =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Poniżej przedstawiono pewne liczby. Połącz w pary te, które są sobie równe.

$(-\sqrt{2})^2$	$\frac{1}{4}$
$-\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^4$	$-\frac{1}{4}$
$\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$	-4
$-\left(\sqrt[3]{2}\right)^6$	2
$\left(\sqrt[3]{-\frac{1}{2}}\right)^3$	$\frac{1}{2}$
$\left(\sqrt[3]{-2}\right)^3$	-2
$(-\sqrt{2})^4$	4
$\left(\sqrt[3]{-\frac{1}{2}}\right)^6$	$-\frac{1}{2}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Oblicz wartość wyrażenia dla podanej wartości x . Wpisz rozwiązania w puste pola.

- Wartość wyrażenia $3x^2 - 2$ dla $x = \sqrt{6}$ wynosi .
- Wartość wyrażenia $5 - x^2$ dla $x = -\sqrt{10}$ wynosi .
- Wartość wyrażenia $x^3 - 11$ dla $x = \sqrt[3]{-7}$ wynosi .
- Wartość wyrażenia $-7x^3 + 4$ dla $x = \sqrt[3]{2}$ wynosi .
- Wartość wyrażenia $x^4 + x^2 - 9$ dla $x = \sqrt{3}$ wynosi .
- Wartość wyrażenia $-3x^4 + 4x^2 + 1$ dla $x = \sqrt{5}$ wynosi .
- Wartość wyrażenia $x^6 - 2x^3 + 5$ dla $x = \sqrt[3]{-3}$ wynosi .
- Wartość wyrażenia $2x^9 - 6x^6 - 4$ dla $x = \sqrt[3]{-10}$ wynosi .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Zapisz w prostszej postaci. Połącz wyrażenie z jego uproszczoną postacią.

$$2\sqrt[3]{9} - 2\sqrt[3]{2} - 13\sqrt[3]{9} - 19\sqrt[3]{2}$$

$$-4\sqrt[3]{4}$$

$$3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$$

$$-3\sqrt{2}$$

$$6\sqrt{7} + 3\sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{3}$$

$$-21\sqrt{6} + \sqrt{10}$$

$$-10\sqrt{6} + 3\sqrt{10} - 12\sqrt{6} + 7\sqrt{10} + \sqrt{6}$$

$$7\sqrt{7} + 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt[3]{15} - 15\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{3} - 4\sqrt[3]{15} - 4\sqrt[3]{5} +$$

$$\sqrt{5}$$

$$\sqrt[3]{4} - 8\sqrt[3]{4} + 3\sqrt[3]{4}$$

$$-3\sqrt[3]{15} - 19\sqrt[3]{5} + 5\sqrt[3]{3}$$

$$\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$$

$$-11\sqrt[3]{9} - 21\sqrt[3]{2}$$

$$25\sqrt[3]{-2} - 17\sqrt{2} + 23\sqrt[3]{2} - \sqrt{2} - \sqrt[3]{-}$$

$$-5\sqrt[3]{3} + 6\sqrt{3}$$

$$\sqrt[3]{3} + 4\sqrt{3} - 6\sqrt[3]{3} + 2\sqrt{3}$$

$$-\sqrt[3]{2} - 18\sqrt{2}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Wpisz liczbę w puste pole, aby otrzymać prawdziwe zdanie.

- Liczba $a = \sqrt{90}$ jest razy większa od liczby $b = \sqrt{10}$.
- Liczba $a = \sqrt{128}$ jest razy większa od liczby $b = \sqrt{2}$.
- Liczba $a = \sqrt{288}$ jest razy większa od liczby $b = \sqrt{8}$.
- Liczba $a = \sqrt[3]{81}$ jest razy większa od liczby $b = \sqrt[3]{3}$.
- Liczba $a = \sqrt[3]{448}$ jest razy większa od liczby $b = \sqrt[3]{7}$.
- Liczba $a = \sqrt[3]{625}$ jest razy większa od liczby $b = \sqrt[3]{5}$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Uzupełnij luki podanymi liczbami, aby otrzymać zdanie prawdziwe. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz brakującą wartość w każdym zdaniu.

- Liczba $a = 6\sqrt{11}$ jest o większa od liczby $b = 5\sqrt{11}$.
- Liczba $a = 8\sqrt{5}$ jest o większa od liczby $b = -\sqrt{5}$.
- Liczba $a = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{7}$ jest o większa od liczby $b = \sqrt{2} + \sqrt{7}$.
- Liczba $a = 3\sqrt{3} + 13\sqrt{13}$ jest o większa od liczby $b = 3\sqrt{3} - 13\sqrt{13}$.
- Liczba $a = 15 + 5\sqrt{14}$ jest o większa od liczby $b = -3\sqrt{14} + 20$.

-1	$\sqrt{2} + 3\sqrt{7}$	$-5 + 8\sqrt{14}$	$11\sqrt{11}$	$7\sqrt{5}$	$5 + 8\sqrt{14}$	$2 + 3\sqrt{7}$	
$2 + 5\sqrt{7}$	1	$26\sqrt{13}$	$\sqrt{11}$	$9\sqrt{5}$	$5 - 8\sqrt{14}$	$-26\sqrt{13}$	$\sqrt{2} + 5\sqrt{7}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Która z poniższych liczb jest rozwiązaniem wyrażenia $\sqrt[3]{\frac{2 \cdot 4 \cdot 8 + 4 \cdot 8 \cdot 16}{1 \cdot 3 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 18 + 3 \cdot 9 \cdot 27}}$? Oblicz i zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $\frac{5}{8} \sqrt[3]{4}$

☐ $\frac{2}{3} \sqrt[3]{2}$

☐ $\frac{2}{5} \sqrt[3]{5}$

☐ $\frac{1}{4} \sqrt[3]{3}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.