Określanie dziedziny funkcji na podstawie jej wykresu

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Film samouczek
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela

Określanie dziedziny funkcji na podstawie jej wykresu

Źródło: Andreas Kretschmer, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

Z różnego typu wykresami spotykamy się niemal codziennie. Nie tylko na lekcjach matematyki. Wiele różnych funkcji przedstawionych jest za pomocą wykresu. Na lekcjach fizyki korzystamy z wykresów opisujących ruchy przemieszczających się ciał.
W zagadnieniach ekonomicznych ważne są krzywe podaży i popytu. W geografii fizycznej posługujemy się wykresami temperatury, ciśnienia atmosferycznego. W tym materiale pokażemy, w jaki sposób możemy określić dziedzinę funkcji, gdy znamy jej wykres.

Twoje cele

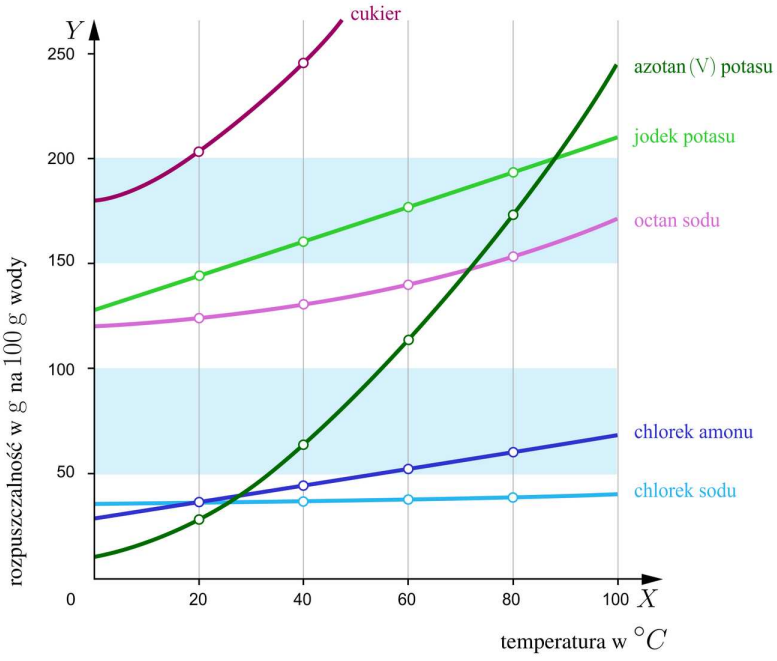
- Określisz dziedzinę funkcji opisanej za pomocą wykresu.
- Wyznaczysz na podstawie wykresu dziedzinę funkcji opisującej sytuację praktyczną.

Przeczytaj

Rozpoczniemy od przypomnienia definicji wykresu funkcji.

> **Definicja: Wykres funkcji**
>
> Wykres funkcji f jest to zbiór wszystkich punktów płaszczyzny o współrzędnych $(x,\ f(x))$, w prostokątnym układzie współrzędnych, gdzie x należy do dziedziny tej funkcji, natomiast $f(x)$ jest wartością funkcji f dla argumentu x.

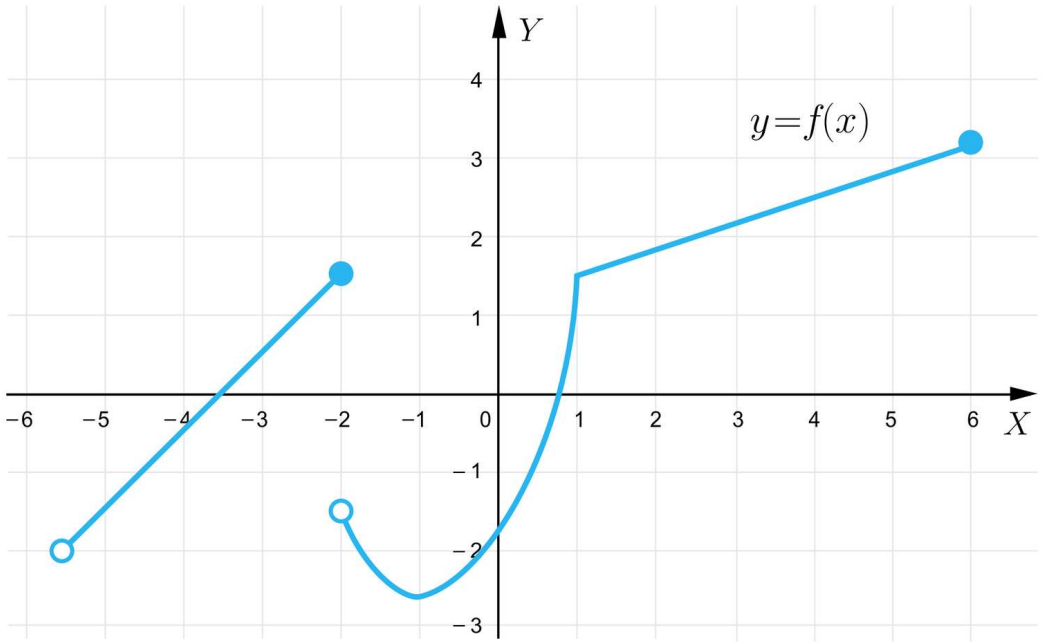
Poniższe przykłady pokażą sposób określania dziedziny funkcji opisanej za pomocą wykresu.

> **Przykład 1**
>
> Na lekcjach chemii posługujemy się pojęciem rozpuszczalności.
>
> *Rozpuszczalność substancji* to maksymalna ilość tej substancji, wyrażona w gramach, którą można rozpuścić w 100 gramach rozpuszczalnika w danej temperaturze.
>
> Poniżej przedstawione są wykresy rozpuszczalności kilku substancji. Określ dziedzinę funkcji, która temperaturze (w stopniach Celsjusza) przyporządkowuje rozpuszczalność danej substancji (w g na 100 g wody).
>
> 
>
>
> **Rozwiązanie:**

Dziedzinę funkcji odczytujemy na osi poziomej. Do dziedziny funkcji należą liczby określające temperaturę.

Przykład 2

Funkcja f opisana jest za pomocą wykresu. Określimy jej dziedzinę.

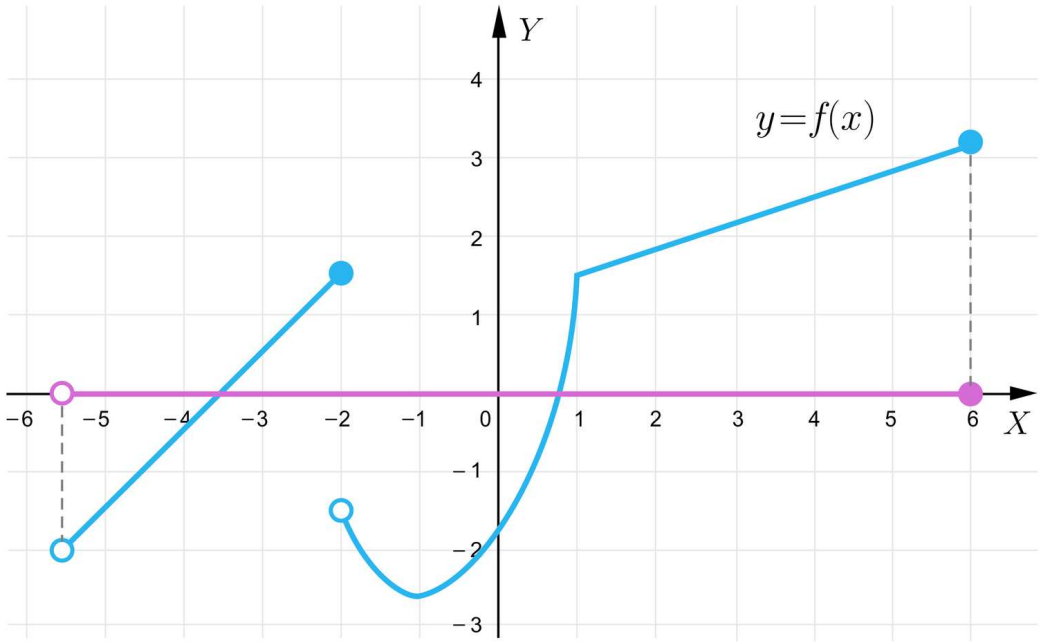


Rozwiązanie:

Wiemy, że wykres funkcji w prostokątnym układzie współrzędnych to zbiór wszystkich punktów płaszczyzny o współrzędnych $(x,\ f(x))$, gdzie x oznacza argument funkcji, $f(x)$ jest wartością funkcji dla argumentu x.

Aby z wykresu odczytać dziedzinę funkcji należy odcięte wszystkich punktów należących do dziedziny zrzutować prostopadle na oś X.

Na osi X powstaje zbiór wszystkich argumentów funkcji, czyli dziedzina funkcji.

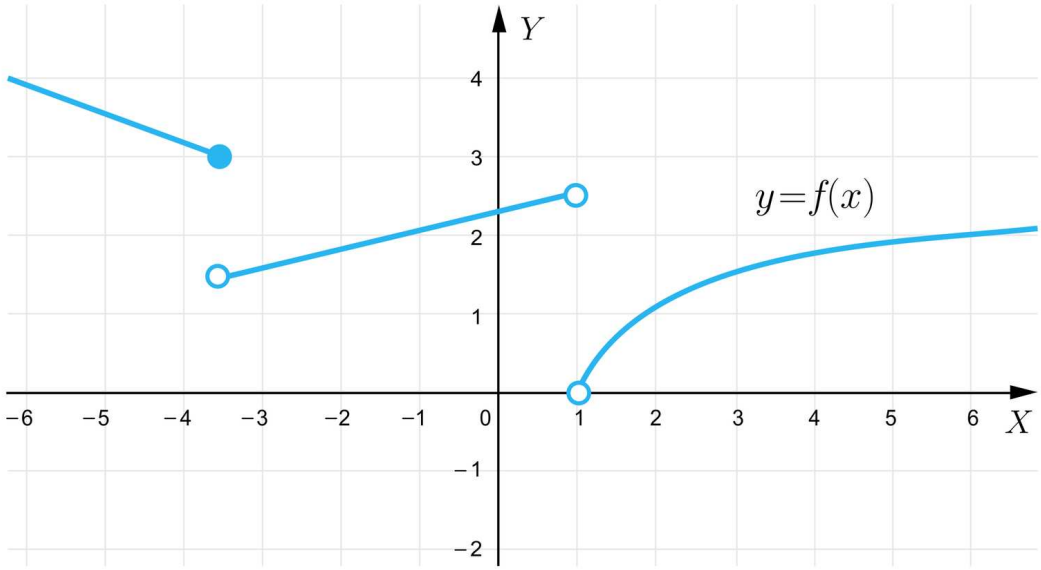


W przypadku naszego wykresu dziedziną funkcji f jest zbiór:

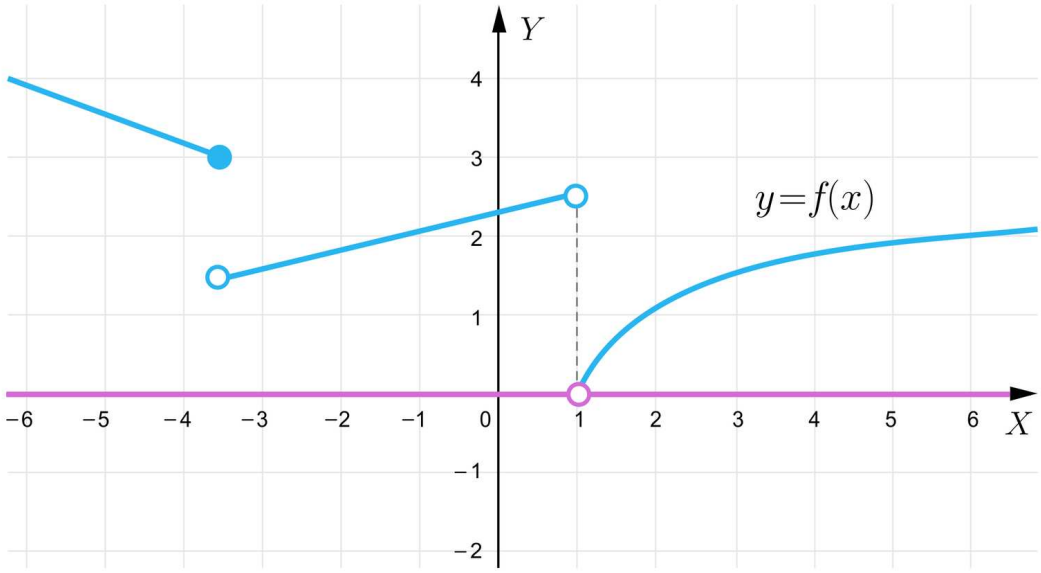
$D_f = \left(-5\frac{1}{2},\ 6\right\rangle$

Przykład 3

W prostokątnym układzie współrzędnych przedstawiony jest wykres funkcji f. Korzystając z wykresu funkcji określimy jej dziedzinę.



Rozwiązanie:

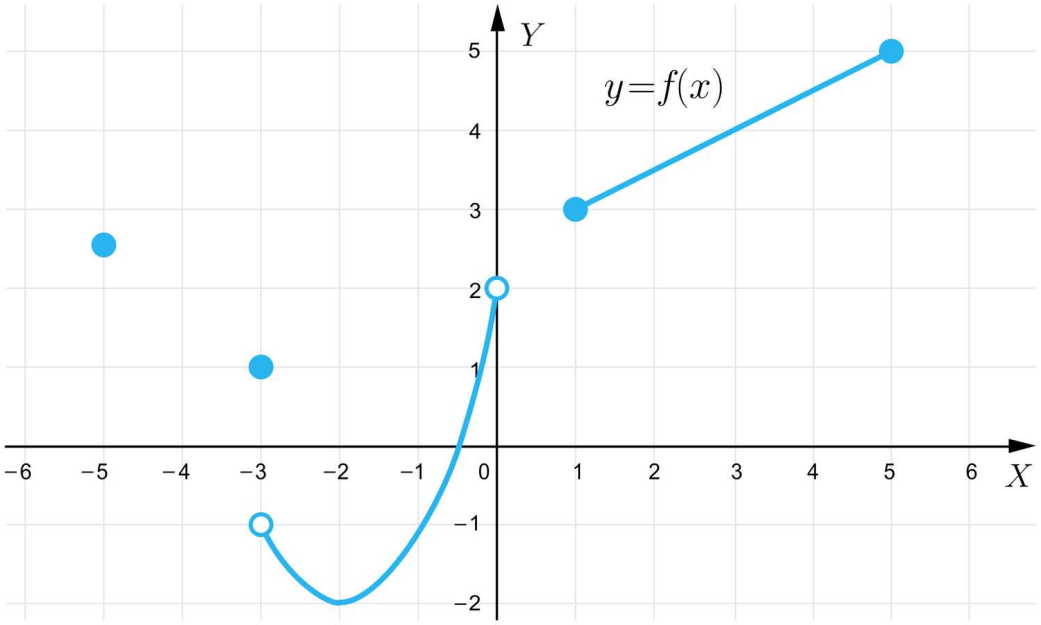


Dziedzina funkcji f to:

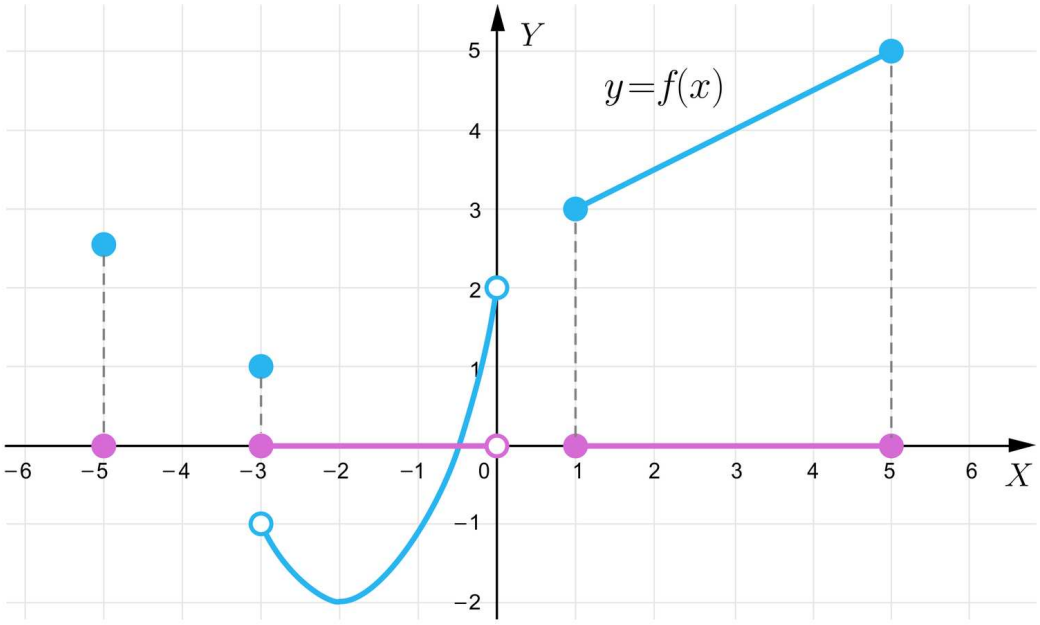
$D_f = (-\infty,\ 1) \cup (1,\ \infty)$

Przykład 4

Korzystając z wykresu funkcji f, przedstawionym w prostokątnym układzie współrzędnych, określimy dziedzinę tej funkcji.



Rozwiązanie:

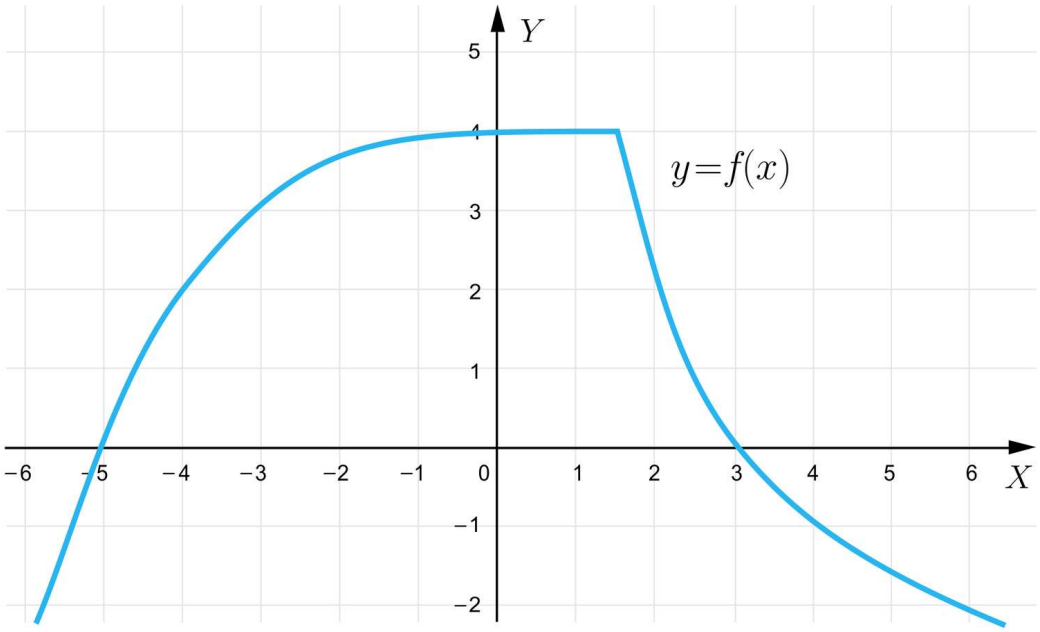


Dziedzina funkcji f to:

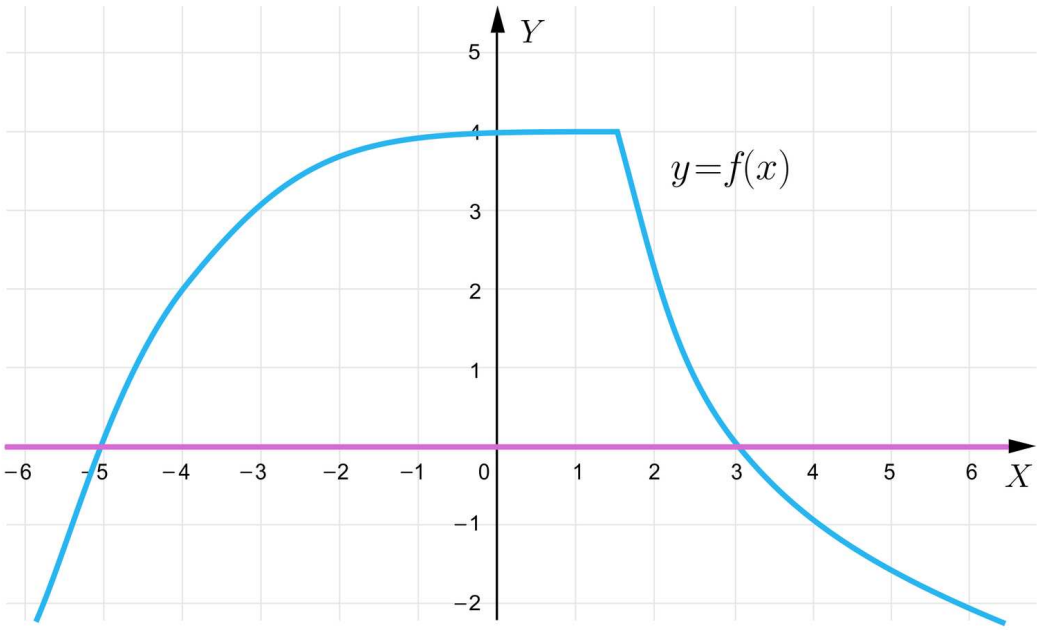
$D_f = \{-5,\ -3\} \cup (-3,\ 0) \cup \langle 1,\ 5\rangle$

Przykład 5

Określimy dziedzinę funkcji f przedstawionej za pomocą wykresu.



Rozwiązanie:



Do dziedziny funkcji należą wszystkie liczby rzeczywiste:

$D_f = \mathbb{R}$

Słownik

wykres funkcji

wykres funkcji f jest to zbiór wszystkich punktów płaszczyzny o współrzędnych $(x,\ f(x))$, w prostokątnym układzie współrzędnych, gdzie x należy do dziedziny tej funkcji, natomiast $f(x)$ jest wartością funkcji f dla argumentu x

Film samouczek

Polecenie 1

Przeanalizuj uważnie przykłady przedstawione w filmie. Spróbuj samodzielnie rozwiązać podane przykłady, następnie sprawdź swoje rozwiązania z podanymi w filmie. Korzystając z podanych rozwiązań, wykonaj samodzielnie poniższe polecenia.

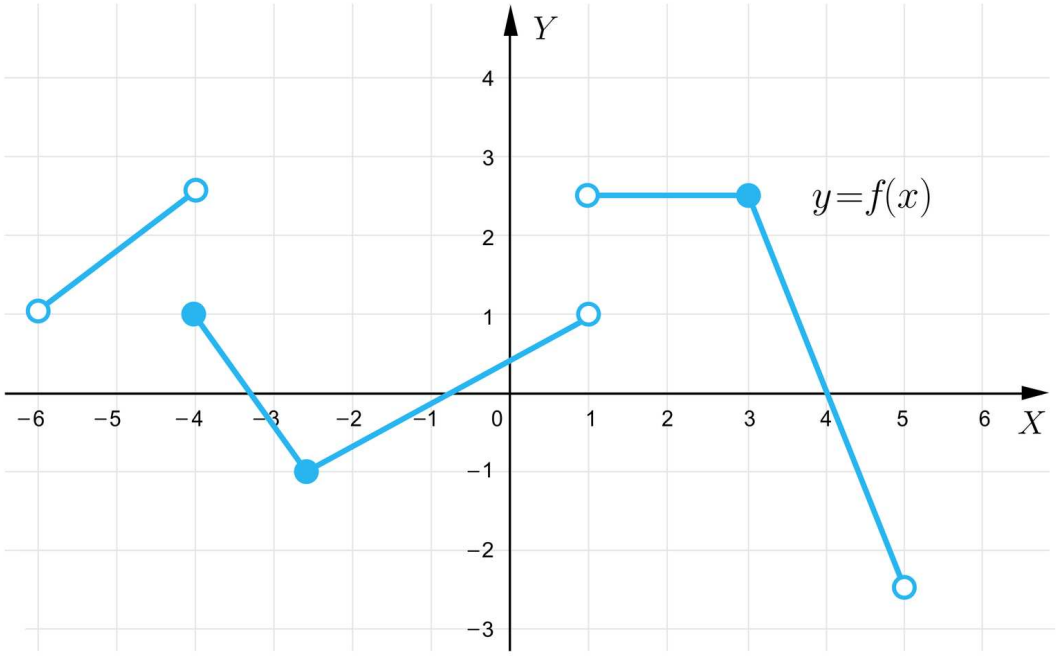
Trwa wczytywanie danych...

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/Dw5feZdOE

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącej określania dziedziny funkcji na podstawie jej wykresu.

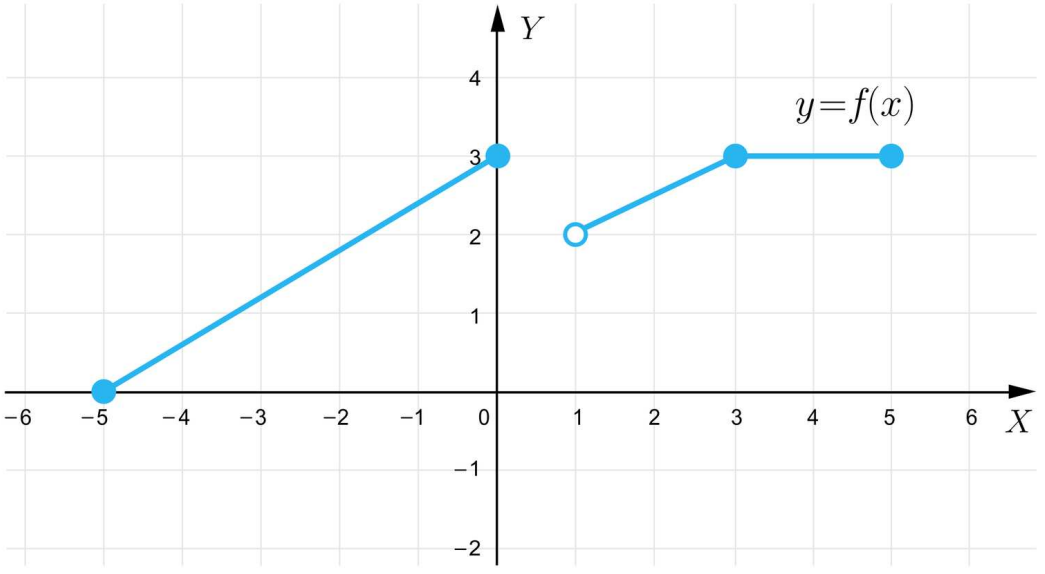
Polecenie 2

Funkcja f opisana jest za pomocą wykresu. Wyznacz jej dziedzinę.



Polecenie 3

Funkcja f opisana jest za pomocą wykresu. Wyznacz dziedzinę i wzór tej funkcji.

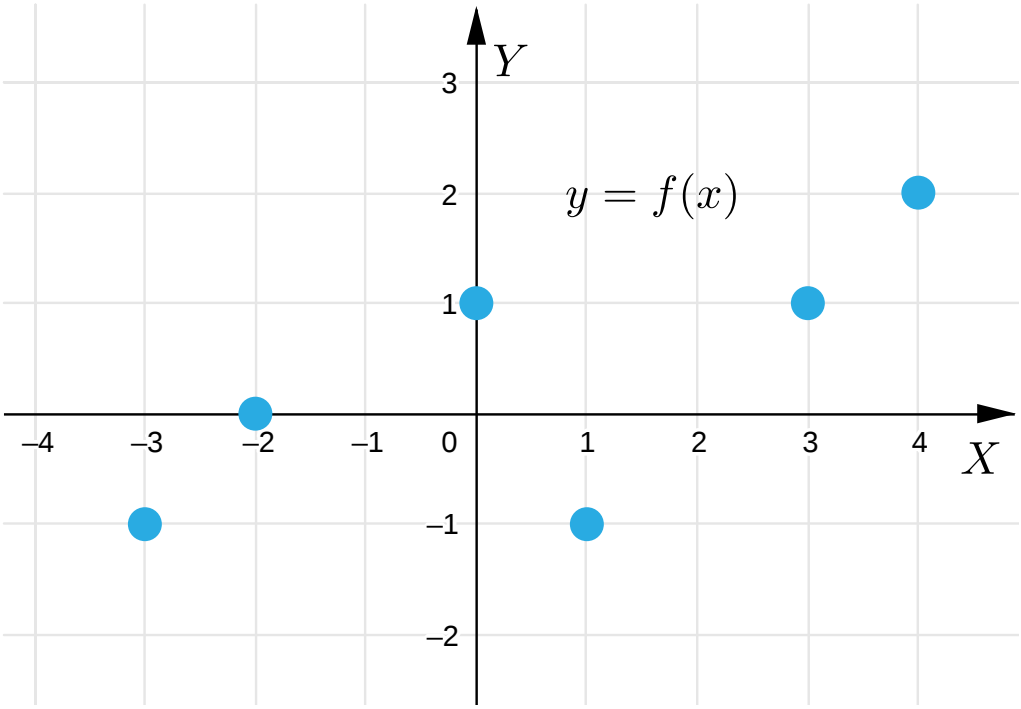


Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:

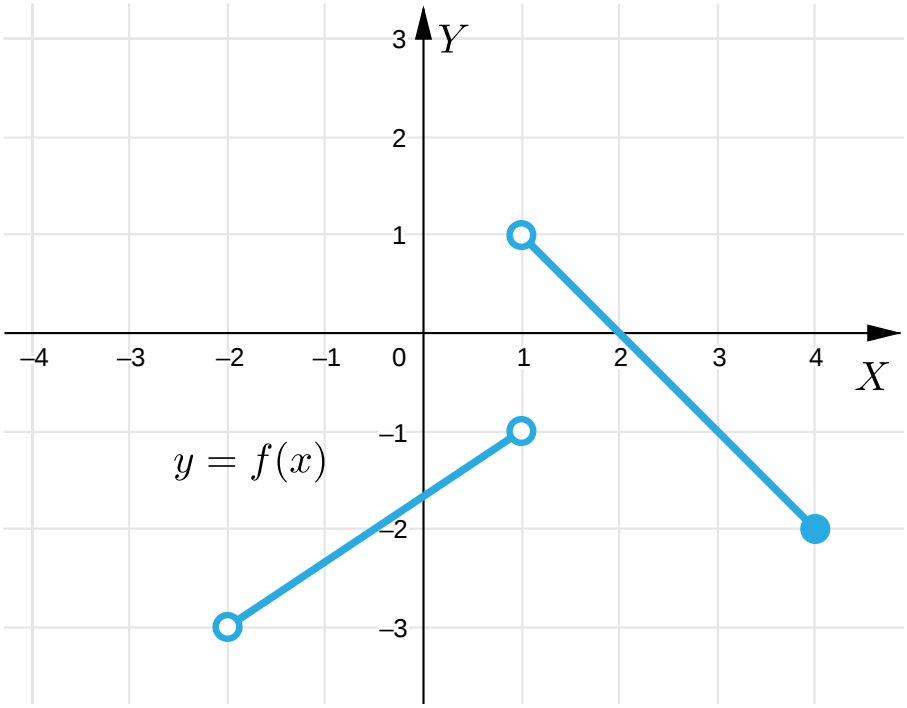
Ćwiczenie 1

Rysunek przedstawia wykres funkcji f.



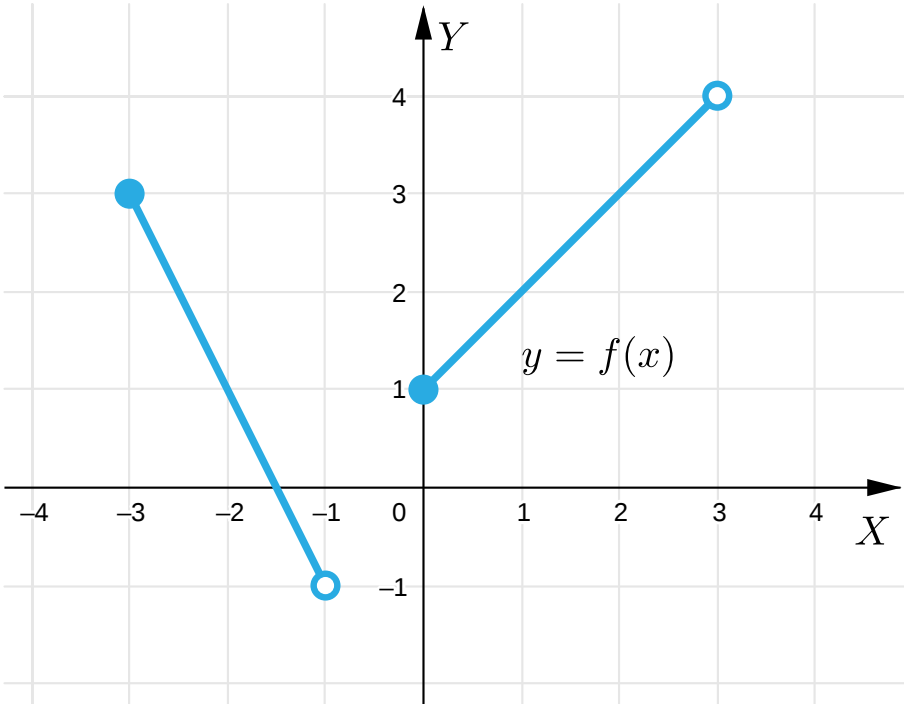
Ćwiczenie 2

Rysunek przedstawia wykres funkcji f.



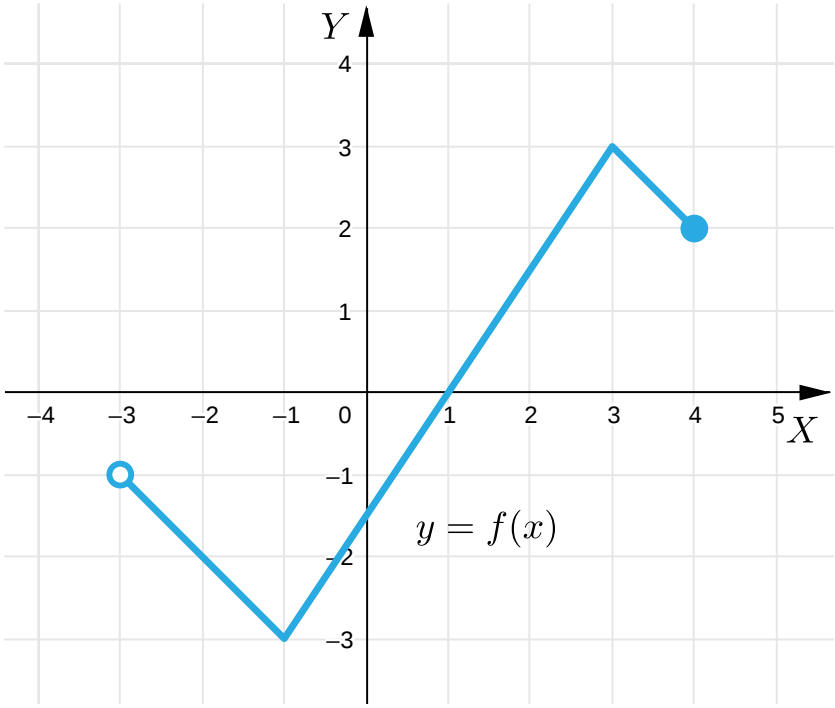
Ćwiczenie 3

Rysunek przedstawia wykres funkcji f.



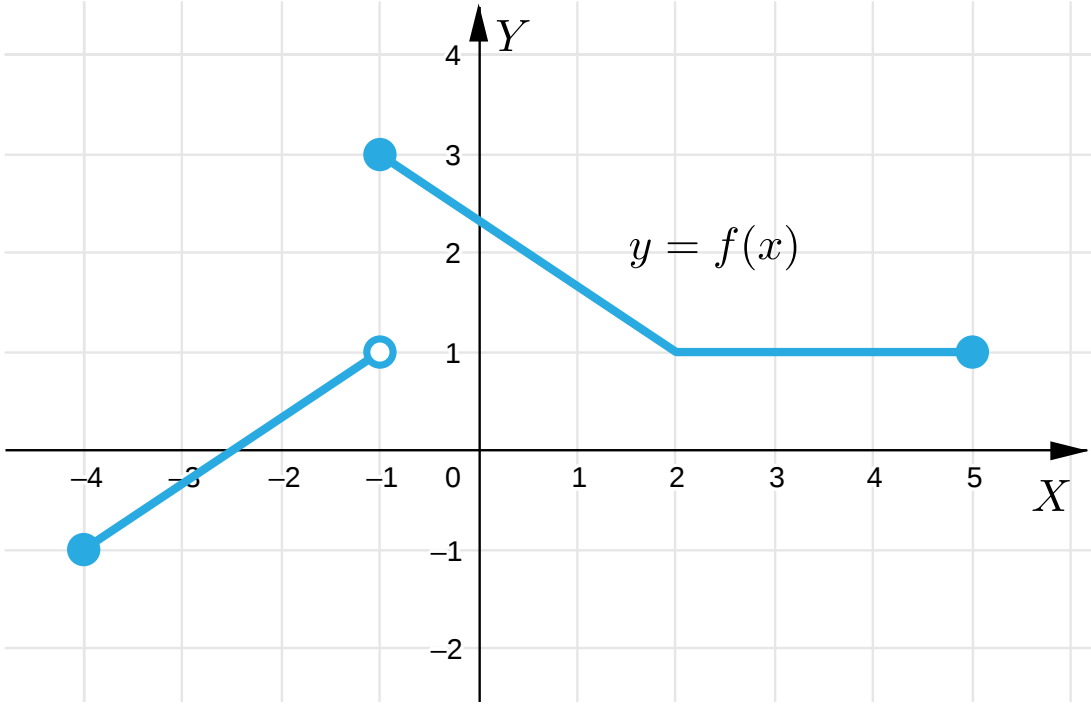
Ćwiczenie 4

Rysunek przedstawia wykres funkcji f.



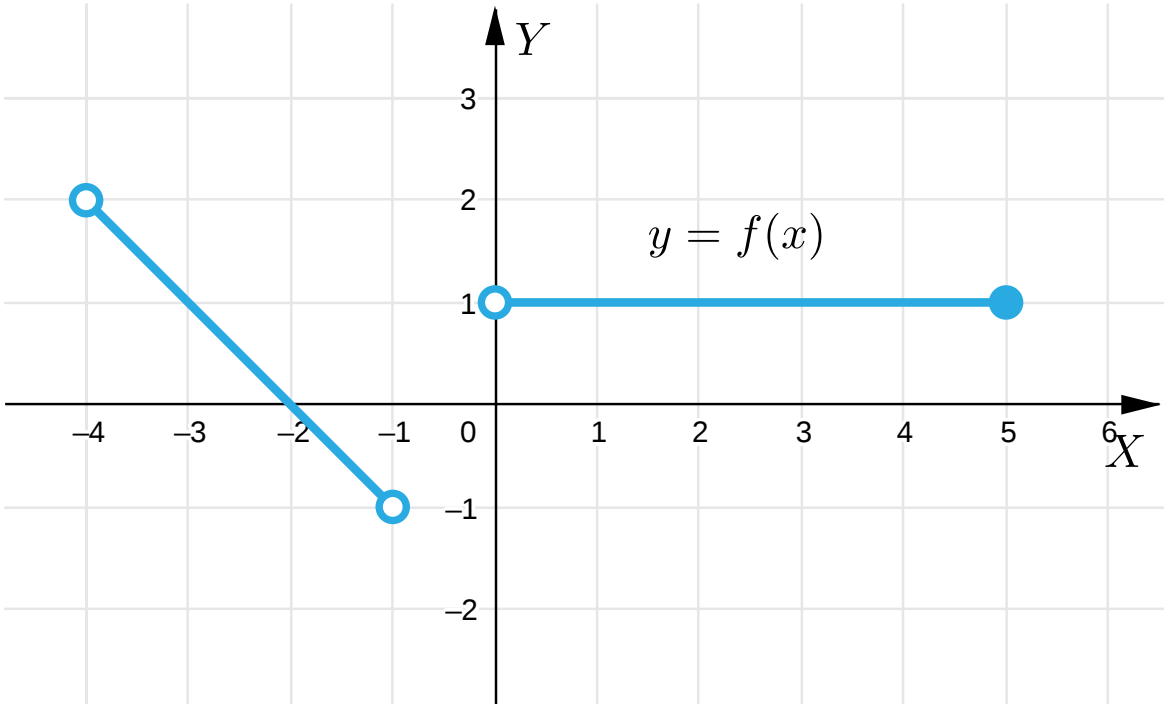
Ćwiczenie 5

Rysunek przedstawia wykres funkcji f.



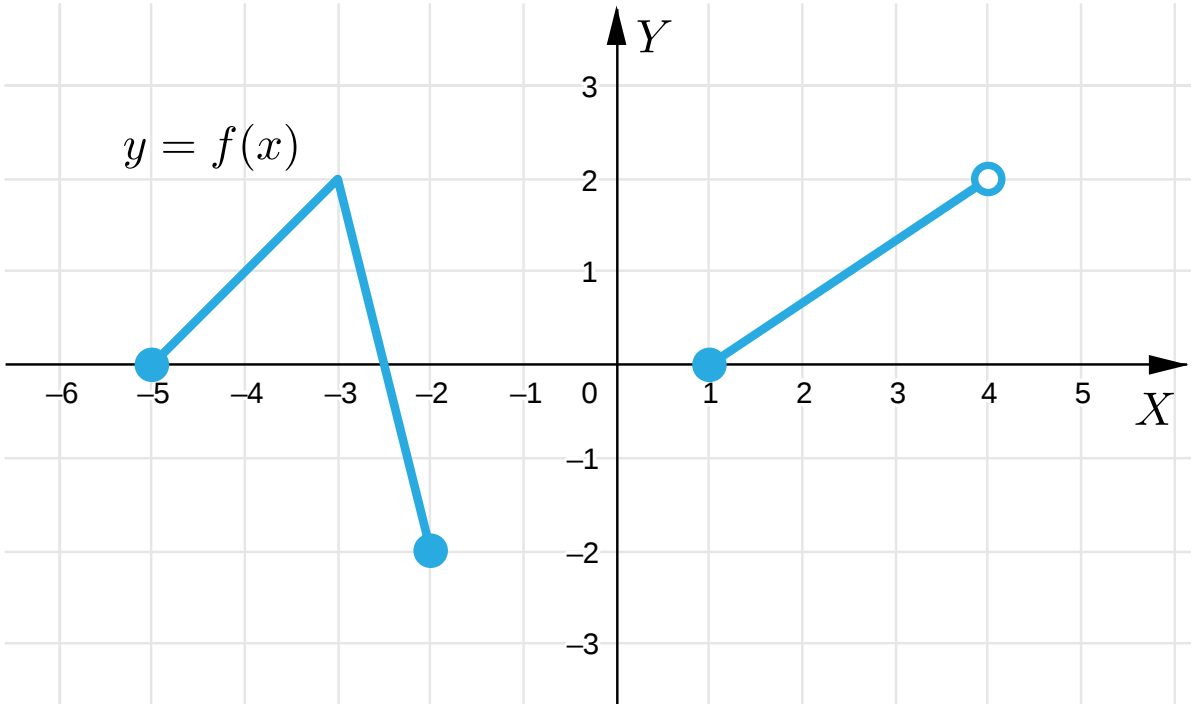
Ćwiczenie 6

Rysunek przedstawia wykres funkcji f.



Ćwiczenie 7

Rysunek przedstawia wykres funkcji f.



Ćwiczenie 8

Dla nauczyciela

Autor: Anna Jeżewska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Określanie dziedziny funkcji na podstawie jej wykresu

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

V. Funkcje. Zakres podstawowy.

Uczeń:

4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- określa dziedzinę funkcji opisaną za pomocą wykresu
- wskazuje liczby należące do dziedziny funkcji opisanej za pomocą wykresu
- analizuje wykresy funkcji z kontekstem realistycznym

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- burza mózgów
- dyskusja

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Przed lekcją grupa chętnych uczniów przygotowuje krótką prezentację multimedialną dotyczącą sposobów opisywania funkcji.
2. Nauczyciel podaje temat i cele lekcji oraz ustala z uczniami kryteria sukcesu.
3. Uczniowie oglądają prezentację przygotowaną przez kolegów. Jest ona wprowadzeniem do lekcji.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie samodzielnie analizują przykłady przedstawione w sekcji Przeczytaj.
2. Po upływie wyznaczonego czasu uczniowie łączą się w większe grupy i porównują uzyskane wiadomości. Metodą burzy mózgów określają algorytm wyznaczania dziedziny funkcji na podstawie wykresu tej funkcji.
3. Uczniowie analizują materiał przedstawiony w filmie samouczku. Rozwiązują samodzielnie wskazane polecenia.
4. Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne wskazane przez nauczyciela i wspólnie uzgadniają odpowiedzi.

Faza podsumowująca:

1. Jeden z uczniów podsumowuje zajęcia, zwracając uwagę na ukształtowane umiejętności takie, jak opisywanie językiem matematyki zjawisk z otaczającego świata, określania dziedziny funkcji opisanej za pomocą wykresu.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wyjaśnia wszelkie wątpliwości oraz ocenia pracę uczniów.

Praca domowa:

1. Uczniowie rozwiązują w domu ćwiczenia interaktywne, których nie rozwiązali w czasie zajęć.
2. Praca domowa dla chętnych:
   Odszukaj, w dostępnych źródłach informacji, dwa wykresy opisujące różne sytuacje realne. Na podstawie każdego z tych wykresów określ funkcję i podaj jej dziedzinę.

Materiały pomocnicze:

Dziedzina-wprowadzenie
Dziedzina

Wskazówki metodyczne:

Nauczyciel może wykorzystać film samouczek do pracy w parach lub w grupach.