

Dlaczego ciała poruszają się po okręgu?

Wstęp do tematu: Dlaczego ciała poruszają się po okręgu? Zasób zawiera: ogólny wstęp do tematu, fotografię rowerzysty na rondzie, odwołanie do wcześniejszej wiedzy ucznia oraz cele lekcji sformułowane w języku ucznia.

Zasób zawiera: przypomnienie pierwszej i drugiej zasady dynamiki Newtona; określenie siły dośrodkowej wraz ze wzorem; rozumowanie dotyczące źródła siły dośrodkowej bazujące na rzucie młotem zilustrowane fotografią zawodnika rzucającego młotem; pytania problemowe dotyczące źródła siły dośrodkowej w konkretnych przypadkach (ruch szklanki na płycie gramofonowej, ruch samochodu na rondzie; polecenie dla ucznia związane z przykładami ruchu po okręgu i wskazaniem źródła siły dośrodkowej; sformułowanie ogólne dotyczące siły dośrodkowej; trzy przykłady zadań obliczeniowych wraz z rozwiązaniami; dwa ćwiczenia interaktywne, jedno obliczeniowe, drugie związane ze wzorem na siłę dośrodkową.

Zasób zawiera: trzy sformułowania podsumowujące wraz ze wzorem na siłę dośrodkową; dwa polecenia dla ucznia (zadania tekstowe obliczeniowe).

Zasób zawiera wyjaśnienie pojęcia: siła dośrodkowa.

Dlaczego ciała poruszają się po okręgu?

Jak to się dzieje, że planety krążą wokół Słońca, a wokół Jowisza jego księżyce? Co mają wspólnego ruch planet i ruch samochodu na zakręcie? Dzięki tej lekcji poznasz przyczynę zmiany kierunku prędkości i cechy ruchu po okręgu.



Źródło: Nikos Koutoulas, dostępny w internecie: <https://www.flickr.com/>, licencja: CC BY-NC 3.0.

Przed przystąpieniem do zapoznania się z tematem, należy znać poniższe zagadnienia

- znaczenie pojęć: prędkości liniowa, okres obiegu i częstotliwość obiegu;
- w jaki sposób można obliczyć wartości tych wielkości;
- określenie ruchu jednostajnego po okręgu;
- przyczyny ruchu jednostajnego i zmiennego.

Nauczysz się

- wyjaśniać ruch po okręgu działaniem siły dośrodkowej;
- wskazywać źródła siły dośrodkowej w odniesieniu do konkretnych ruchów po okręgu;
- obliczać wartość siły dośrodkowej.

Siła dośrodkowa

Znasz już zasady (prawa) dynamiki. Wynika z nich, że aby zmienić stan ruchu ciała, czyli zwiększyć lub zmniejszyć jego prędkość albo zmienić jej kierunek lub zwrot, musimy działać pewną siłą. Aby zwiększyć prędkość ruchu ciała, trzeba działać siłą o takim samym kierunku i zwrocie, jakie ma prędkość, natomiast aby zmniejszyć wartość prędkości – siła powinna mieć zwrot przeciwny do zwrotu prędkości ciała.

Co powoduje, że ciało poruszające się dotychczas po prostej zaczyna zakręcać i poruszać się po okręgu? Domyślasz się pewnie, że musi działać jakaś siła. Jakie cechy ma ta siła?

Rozpatrujemy ruch jednostajny po okręgu, a zatem wartość prędkości musi być stała. Ma następować jedynie zmiana kierunku prędkości. Oznacza to, że siła, o której myślimy, musi być prostopadła do wektora prędkości ciała i zwrócona do środka okręgu. Taką siłę będziemy nazywać zatem **siłą dośrodkową**. Od czego może zależeć jej wartość?

Pomińmy kwestie matematyczne związane z wyprowadzeniem wzoru. Zauważymy tylko, że im większa będzie prędkość ciała poruszającego się po linii prostej, tym większą siłę trzeba będzie przyłożyć, aby zmienić kierunek jego ruchu. Logiczne będzie także stwierdzenie, że im większa masa ciała, które ma poruszać się po okręgu, tym większa siła musi na nie działać (II zasada dynamiki). Okrąg, po którym ma się poruszać ciało, będzie miał jakiś promień. Jeżeli działająca siła będzie niewielka, to ciało również niewiele skręci – będzie się ono poruszało po okręgu o dużym promieniu. Aby uzyskać mały promień okręgu, musimy działać odpowiednio większą **siłą dośrodkową**.

Rozważania matematyczne prowadzą do następującej zależności **siły dośrodkowej** F od masy m i prędkości v ciała oraz promienia okręgu r :

$$F = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

Zapamiętaj!

Siła dośrodkowa jest odpowiedzialna za to, że ciało porusza się po okręgu. Jej wartość obliczamy za pomocą wzoru:

$$F = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

gdzie:

$m[\text{kg}]$ – masa poruszającego się ciała;

$v\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$ – prędkość ciała;

$r[\text{m}]$ – promień okręgu, który określa poruszające się ciało.

A co jest źródłem siły dośrodkowej?

Rzut młotem

Podczas rzutu młotem (tak naprawdę jest to kula, do której przymocowano stalową linkę zakończoną uchwytem) **siłą dośrodkową** za pośrednictwem linki wywiera zawodnik. Rolę **siły dośrodkowej** pełni siła naciągu liny.



Źródłem siły dośrodkowej podczas rzutu młotem jest zawodnik

Źródło: Erik van Leeuwen, dostępny w internecie: <https://commons.wikimedia.org>, licencja: CC BY-SA 3.0.

Zawodnik rozpędza młot, wykonując kilka obrotów, a następnie puszcza linkę. Na młot przestaje wówczas działać **siła dośrodkowa** – obserwujemy, jak daleko on polecą.

Szklanka na obracającej się płycie

Wyobraźmy sobie szklankę stojącą na obracającej się płycie (np. gramofonowej) albo na szklanym talerzu w kuchence mikrofalowej. Jeżeli szklankę postawimy w pewnej odległości od osi obrotu, to naczynie będzie się poruszało po okręgu. Co powoduje, że szklanka porusza się takim ruchem? Czy poruszałaby się tak, gdyby powierzchnia talerza była idealnie gładka? Jaka siła mogłaby wówczas spowodować ruch szklanki? Jediną siłą, o jakiej może być tu mowa, jest siła tarcia pomiędzy płytą (talerzem) a szklanką (pomijamy tu możliwość przyklejania szklanki do płyty), ponieważ siły ciężkości i sprężystości podłoża równoważą się wzajemnie.

Samochód na zakręcie

Co się dzieje podczas pokonywania zakrętu przez samochód? Powiecie: po prostu kręcimy kierownicą i przednie koła ustawiają się w odpowiedniej pozycji. Czy na pewno? A gdyby na zakręcie był lód? Czy skrócenie kół wystarczyłoby do zmiany kierunku jazdy? Chyba wszyscy są przekonani, że nie. Podobnie jak w powyższym przykładzie, siłą dośrodkową jest znowu siła tarcia.

O sile grawitacji, która jest **siłą dośrodkową**, będziemy mówić na następnych lekcjach. A jakie jeszcze inne ruchy po okręgu możecie wskazać?

Ćwiczenie 1

Wybierzcie kilka rodzajów ruchu po okręgu, przeanalizujcie je i wskażcie, co jest **siłą dośrodkową** w każdym przykładzie.

Analiza różnych rodzajów ruchu po okręgu wskazuje, że siłą dośrodkową może być jedna, bezpośrednio działająca siła lub (częściej) wypadkowa kilku sił działających na ciało.

Przykład 1

Samochód o masie 2 t porusza się ze stałą prędkością $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Oblicz wartość **siły dośrodkowej** działającej na samochód, jeśli znajduje się on na zakręcie będącym łukiem okręgu o promieniu 25 m.

Analiza zadania:

W zadaniu podana jest informacja o masie ciała, jego prędkości i promieniu okręgu, po którym się ono porusza. Są to wystarczające dane, aby móc wyznaczyć wartość **siły dośrodkowej**. Należy jednak zwrócić uwagę, że prędkość została podana w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, a więc wymaga przeliczenia na $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Dane:

$$m = 2 \text{ t}$$

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$$

$$v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$r = 25 \text{ m}$$

Szukane:

$$F = ?$$

Wzór:

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

Obliczenia:

$$v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F = \frac{2000 \text{ kg} \cdot \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{25 \text{ m}} = 80 \cdot 400 \text{ N} = 32000 \text{ N} = 32 \text{ kN}$$

Odpowiedź:

Na samochód działa **siła dośrodkowa** 32 kN.

Przykład 2

Podczas zawodów lekkoatletycznych odbywa się konkurencja rzutu młotem. Do linki o długości 1,1 m przymocowana jest kula o masie 4 kg. Zawodniczka wprawia kulę w ruch jednostajny po okręgu, tak że na kulę działa siła dośrodkowa o wartości 1,6 kN. Oblicz wartość prędkości liniowej, z jaką porusza się kula.

Analiza zadania:

W zadaniu podana jest informacja o wartości siły dośrodkowej, którą obliczamy ze wzoru $F = \frac{mv^2}{r}$. Nie znamy wartości prędkości liniowej ciała, musimy więc ją obliczyć na podstawie danych zawartych w zadaniu.

Dane:

$$r = 1,1 \text{ m}$$

$$m = 4 \text{ kg}$$

$$F = 1,6 \text{ kN} = 1600 \text{ N}$$

Szukane:

$$v = ?$$

Wzory:

$$F = \frac{mv^2}{r} \quad | \cdot r$$

$$F \cdot r = mv^2 \quad | : m$$

$$v^2 = \frac{F \cdot r}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{F \cdot r}{m}}$$

Obliczenia:

$$v = \sqrt{\frac{1600 \text{ N} \cdot 1,1 \text{ m}}{4 \text{ kg}}} = \sqrt{440 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} \cong 21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$[v] = \sqrt{\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kg}}} = \sqrt{\frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}}{\text{kg}}} = \sqrt{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Odpowiedź:

Kula porusza się z prędkością o wartości równej w przybliżeniu $21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Przykład 3

Dziecko o masie 20 kg siedzi na krzeselku karuzeli znajdującym się w odległości 5 m od środka obrotu. Oblicz wartość siły dośrodkowej działającej na dziecko, gdy krzeselko porusza się z prędkością $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Analiza zadania:

Korzystamy z zależności $F = \frac{mv^2}{r}$, aby wykorzystać informacje zawarte w zadaniu.

Dane:

$$m = 20 \text{ kg}$$

$$r = 5 \text{ m}$$

$$v = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Szukane:

$$F = ?$$

Obliczenia:

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{20 \text{ kg} \cdot \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{5 \text{ m}} = 36 \text{ N}$$

$$[F] = \frac{\text{kg} \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\text{m}} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

Odpowiedź:

Na dziecko siedzące na krzeselku kręcącej się karuzeli działa siła dośrodkowa o wartości 36 N.

Ćwiczenie 2

Na samochód poruszający się po łuku zakrętu działa siła dośrodkowa 1125 N. Auto jedzie ze stałą prędkością $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Zakręt jest wycinkiem okręgu o promieniu 20 m. Oblicz całkowitą masę samochodu.

Całkowita masa samochodu wynosi kg.

Źródło: ZPE, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadania przygotuj kartkę papieru i przybory do pisania. Może przydać się również kalkulator.

Dziecko o masie 20 kg siedzi na karuzeli, która wykonuje dwanaście obrotów na minutę.

Promień zataczanego okręgu jest równy 6 m.

Wybierz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ Na dziecko działa siła o kierunku takim samym jak kierunek prędkości.

☐ Na dziecko działa siła wzdłuż promienia, zwrócona do środka okręgu.

☐ Okres obrotu karuzeli jest równy 12 s.

☐ Okres obrotu karuzeli jest równy 5 s.

☐ W czasie 5 minut karuzela wykona 3600 obrotów.

☐ W ciągu dwóch minut karuzela wykona 24 obroty.

☐ Prędkość liniowa karuzeli wynosi około $18,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

☐ W ciągu sekundy karuzela wykona 0,2 obrotu.

☐ W czasie jednego obrotu karuzeli dziecko przebędzie drogę ok. 37,68 m.

Ćwiczenie 4



Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadania przygotuj kartkę papieru i przybory do pisania. Dokończ zdanie, wybierając wszystkie poprawne odpowiedzi.

Po uwzględnieniu wzoru na prędkość liniową ($v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ lub $v = 2\pi r f$) we wzorze na siłę dośrodkową otrzymamy zależność:

☐ $F = m \frac{4\pi r^2}{T^2}$

☐ $F = \frac{2m\pi r^2}{T^2}$

☐ $F = \left(\frac{2\pi}{T} r\right)^2$

☐ $F = mr(2\pi f)^2$

☐ $F = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 mr$

☐ $F = \frac{2\pi r}{T^2} m$

☐ $F = \frac{4m\pi^2 r}{T^2}$

☐ $F = (2\pi fr)^2 m$

☐ $F = 4m\pi r f^2$

☐ $F = 2\pi r f^2$

☐ $F = 4\pi^2 mr f^2$

Źródło: ZPE, licencja: CC BY 3.0.

Podsumowanie

- Siłą odpowiedzialną za ruch ciała po okręgu jest siła dośrodkowa.
- Wartość siły dośrodkowej obliczamy za pomocą wzoru:

$$F = \frac{m \cdot v^2}{r},$$

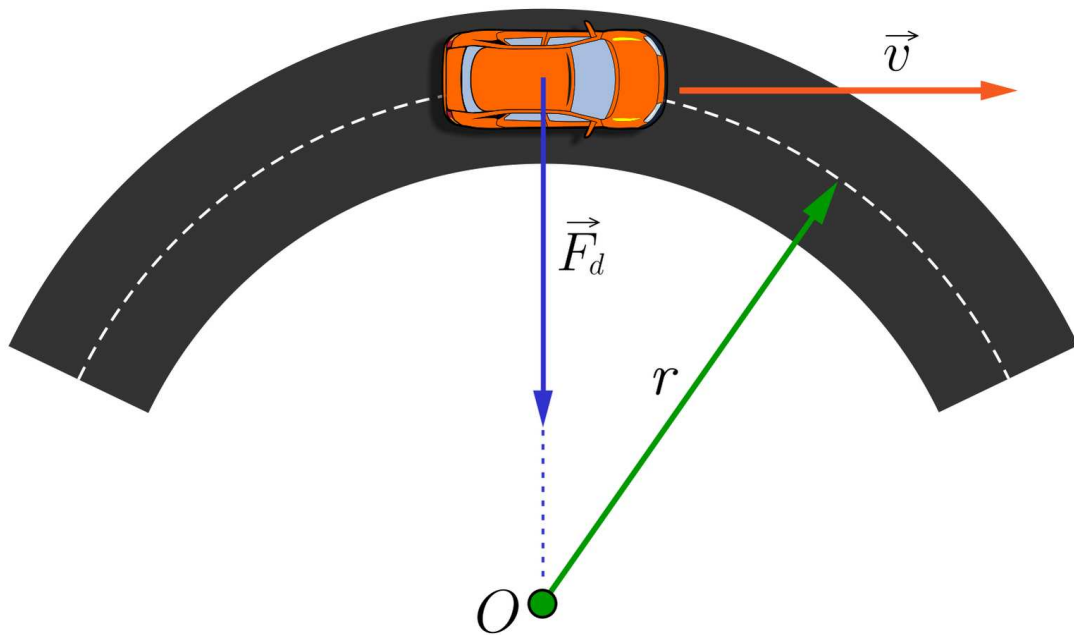
gdzie:

$m[\text{kg}]$ – masa poruszającego się ciała;

$v\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$ – prędkość ciała;

$r[\text{m}]$ – promień okręgu zakreślanego przez poruszające się ciało.

- Siłą dośrodkową może być jedna, bezpośrednio działająca siła lub (częściej) wypadkowa kilku sił działających na ciało. Siła dośrodkowa jest prostopadła do wektora prędkości ciała (tak jak pokazano na ilustracji poniżej).



Wektor siły dośrodkowej jest zawsze prostopadły do wektora prędkości i skierowany do środka okręgu, po którym porusza się ciało

Źródło: GroMar Sp. z o. o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Ćwiczenie 5



Motocyklista porusza się ze stałą prędkością o wartości $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Motocyklista i motocykl mają łączną masę 270 kg. Na motocykl działa pewna siła dośrodkowa, która w tym wypadku jest siłą tarcia, gdyż pozostałe siły równoważą się.

Uzupełnij luki w odpowiedzi podanymi wartościami. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz poprawną odpowiedź w każdym przypadku.

1. Ile wynosi wartość siły tarcia działającej na koła pojazdu, jeśli znajduje się on na zakręcie będącym wycinkiem koła o promieniu 20 m?

Odpowiedź: Wartość siły tarcia wynosi $F =$.

2. W jakim czasie motocyklista wykonałby jedno pełne okrążenie, gdyby poruszał się po okręgu o tym samym promieniu?

Odpowiedź: Motocyklista wykonałby to okrążenie w czasie $t \approx$.

3. Z jaką częstotliwością obracają się koła motocykla, jeśli wiadomo, że średnica kół pojazdu wynosi 0,64 m?

Odpowiedź: Koła obracają się z częstotliwością $f =$.

Zródło: ZPE, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Zawodnik wykonuje rzut młotem. Kula o masie 5 kg jest przymocowana linką o długości 1,2 m. Zawodnik wprawia kulę w ruch, tak że zyskuje ona prędkość o stałej wartości $18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ile wynosi siła naciągu linki? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $F = 1180 \text{ N}$

☐ $F = 1350 \text{ N}$

☐ $F = 1270 \text{ N}$

☐ $F = 1210 \text{ N}$

Źródło: ZPE, licencja: CC BY 3.0.

Słownik

siła dośrodkowa

siła odpowiedzialna za ruch ciała po okręgu. Jej wartość obliczamy ze wzoru $F = \frac{mv^2}{r}$. Siła ta działa na ciało wzdłuż promienia okręgu, po którym odbywa się ruch ciała i jest zwrócona zawsze do środka tego okręgu.