



## Wyznaczanie pierwiastków równania kwadratowego z wykorzystaniem wzorów Viete'a

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



## Wyznaczanie pierwiastków równania kwadratowego z wykorzystaniem wzorów Viete'a

Źródło: dostępny w internecie: pixabay.com, domena publiczna.

W tym materiale nauczymy się szybkiego obliczania, a właściwie odgadywania pierwiastków równania kwadratowego (które posiada dwa pierwiastki) z zastosowaniem wzorów na sumę i iloczyn tych pierwiastków  $x_1$  i  $x_2$ .

Będzie to możliwe dla równań kwadratowych  $ax^2 + bx + c = 0$ , w których  $a = 1$  i których pierwiastki są liczbami całkowitymi.

Należy jednak pamiętać o tym, że poznane metody nie są uniwersalne i nie w każdym równaniu będzie można je zastosować. W bardziej skomplikowanych równaniach kwadratowych wygodniej jednak będzie posłużyć się tradycyjnymi metodami obliczania wyróżnika trójmianu kwadratowego oraz zastosowania odpowiednich wzorów na pierwiastki.

### Twoje cele

- Obliczysz sumę i iloczyn pierwiastków równania kwadratowego.
- Wyznaczysz pierwiastki równania kwadratowego.
- Obliczysz współczynniki równania kwadratowego przy podanych warunkach.

# Przeczytaj

---

## Przykład 1

Wyznamy pierwiastki równania kwadratowego  $x^2 + 4x + 3 = 0$  (jeżeli istnieją).

Najpierw sprawdzimy, czy równanie kwadratowe posiada rozwiązanie.

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 3 = 16 - 12 = 4 > 0$$

„Delta” jest liczbą dodatnią, czyli równanie ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Obliczymy sumę pierwiastków równania.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 + x_2 = -4$$

Obliczymy iloczyn pierwiastków równania.

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = 3$$

Czyli  $x_1 + x_2 = -4$ ,  $x_1 \cdot x_2 = 3$ .

Odgadywanie pierwiastków możemy rozpocząć od podania takich par liczb całkowitych, których iloczyn jest równy 3.

Są to liczby 1 i 3 oraz  $-1$  i  $-3$ .

Korzystając z warunku, że suma tych liczb jest równa  $(-4)$ .

Wybieramy liczby  $-1$  i  $-3$ .

Pierwiastki równania kwadratowego to  $x = -3$ ,  $x = -1$ .

## Przykład 2

Wyznamy pierwiastki równania kwadratowego  $x^2 - 2x - 8 = 0$ .

Sprawdzimy najpierw, czy równanie ma pierwiastki.

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36 > 0$$

Równanie ma dwa różne rozwiązania.

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$x_1 \cdot x_2 = -8$$

Ponieważ iloczyn pierwiastków jest ujemny, to znaczy, że pierwiastki mają przeciwne znaki.

Przyjmując, że pierwiastki są liczbami całkowitymi możemy podać pary  $-8$  i  $1$ ,  $-1$  i  $8$ ,  $-2$  i  $4$ ,  $-4$  i  $2$ .

Ale suma pierwiastków jest liczbą dodatnią równą  $2$ , zatem tylko para  $-2$  i  $4$  spełnia oba równania.

Rozwiązaniem równania są liczby  $x = -2$ ,  $x = 4$ .

### Przykład 3

Wyznamy współczynniki  $b$  i  $c$  równania kwadratowego  $x^2 + bx + c = 0$  wiedząc, że rozwiązania  $x_1$  i  $x_2$  równania spełniają warunki  $x_1 = 7$ ,  $x_1 \cdot x_2 = -56$ .

Ponieważ  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ , czyli  $\frac{c}{a} = -56$ ,  $c = -56$ .

Równanie możemy zapisać w postaci  $x^2 + bx - 56 = 0$ .

Ponieważ  $x_1 = 7$ , czyli  $7^2 + b \cdot 7 - 56 = 0$ .

$$49 + 7b - 56 = 0$$

$$7b = 7$$

$$b = 1$$

Współczynniki równania kwadratowego to  $b = 1$  i  $c = -56$ .

### Przykład 4

Obliczymy rozwiązania równania kwadratowego  $x^2 - mx - 4 = 0$  wiedząc, że rozwiązania są liczbami całkowitymi i parametr  $m$  jest liczbą pierwszą.

Obliczymy wyróżnik trójmianu kwadratowego.

$$\Delta = m^2 - 4 \cdot (-4) = m^2 + 16 > 0$$

Oznacza to że dla dowolnej liczby  $m$  równanie ma dwa różne rozwiązania.

Korzystając ze wzorów Viète'a otrzymujemy:

$$x_1 + x_2 = m$$

$$x_1 \cdot x_2 = -4$$

Z drugiego warunku możemy ustalić, że ponieważ  $x_1, x_2 \in \mathbb{Z}$  to rozwiązaniami równania mogą być pary liczb  $-4$  i  $1$  lub  $-1$  i  $4$ .

Ale  $x_1 + x_2 = m$ , gdzie  $m$  jest liczbą pierwszą.

Zatem suma  $-4 + 1 = -3$  nie spełnia tego warunku.

Sprawdzimy drugą parę liczb.

$$4 + (-1) = 3$$

Liczba  $3$  jest liczbą pierwszą, zatem rozwiązania równania to  $x = 4, x = -1$ , dla parametru  $m = 3$ .

## Słownik

### wzory Viete'a

jeżeli równanie kwadratowe  $ax^2 + bx + c = 0$ , gdzie  $a \neq 0$ , ma pierwiastki  $x_1, x_2$ , to:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ oraz } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

### liczba pierwsza

taka liczba naturalna, która ma dokładnie dwa dzielniki naturalne, jedynkę i samą siebie

# Animacja

---

## Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją przedstawiającą sposób odgadywania pierwiastków równania kwadratowego.

## Wystąpił błąd

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącego wyznaczania pierwiastków równania kwadratowego z wykorzystaniem wzorów Viete'a.

---

## Polecenie 2

Odgadnij rozwiązania równania kwadratowego.

a)  $x^2 + 4x - 21 = 0$ ,




b)  $x^2 - 7x - 8 = 0$ ,

c)  $x^2 + x - 42 = 0$ ,

d)  $x^2 + 14x + 45 = 0$ .

# Sprawdź się

---

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



# Dla nauczyciela

---

**Autor:** Jolanta Schilling

**Przedmiot:** Matematyka

**Temat:** Wyznaczanie pierwiastków równania kwadratowego z wykorzystaniem wzorów Viete'a

**Grupa docelowa:**

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

**Podstawa programowa:**

III. Równania i nierówności. Zakres rozszerzony.

Uczeń:

3) stosuje wzory Viete'a dla równań kwadratowych.

**Kształtowane kompetencje kluczowe:**

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

**Cele operacyjne:**

Uczeń:

- oblicza sumę i iloczyn pierwiastków równania kwadratowego
- wyznacza pierwiastki równania kwadratowego
- oblicza współczynniki równania kwadratowego przy podanych warunkach
- dobiera odpowiedni model algebraiczny do wyznaczenia pierwiastków równania

**Strategie nauczania:**

- konstruktywizm

**Metody i techniki nauczania:**

- odwrócona klasa
- burza mózgów

- dyskusja

### **Formy pracy:**

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

### **Środki dydaktyczne:**

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

### **Przebieg lekcji**

#### **Faza wstępna:**

1. Uczniowie metodą burzy mózgów przypominają twierdzenie o liczbie pierwiastków równania kwadratowego oraz sposobie rozwiązywania równań kwadratowych.
2. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.

#### **Faza realizacyjna:**

1. Uczniowie pracują w grupach metodą odwróconej klasy. Najpierw wymieniają się między sobą wiadomościami, dotyczącymi wyznaczania pierwiastków równania kwadratowego, które przygotowali w domu.
2. Teraz uczniowie pracują w grupach 6 osobowych i omawiają przykłady z sekcji „Przeczytaj”.
3. Uczniowie oglądają animację i omawiają ją wraz z nauczycielem.
4. Uczniowie podzieleni na grupy 6 osobowe rozwiązują zadania interaktywne. Wspólnie omawiają odpowiedzi.

#### **Faza podsumowująca:**

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące sposobu odgadywania rozwiązań równania kwadratowego.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

#### **Praca domowa:**

Zadaniem uczniów jest rozwiązanie polecenia 2.

#### **Materiały pomocnicze:**

[Równanie kwadratowe](#)

**Wskazówki metodyczne:**

Animacja może być wykorzystana jako materiał powtórzeniowy.