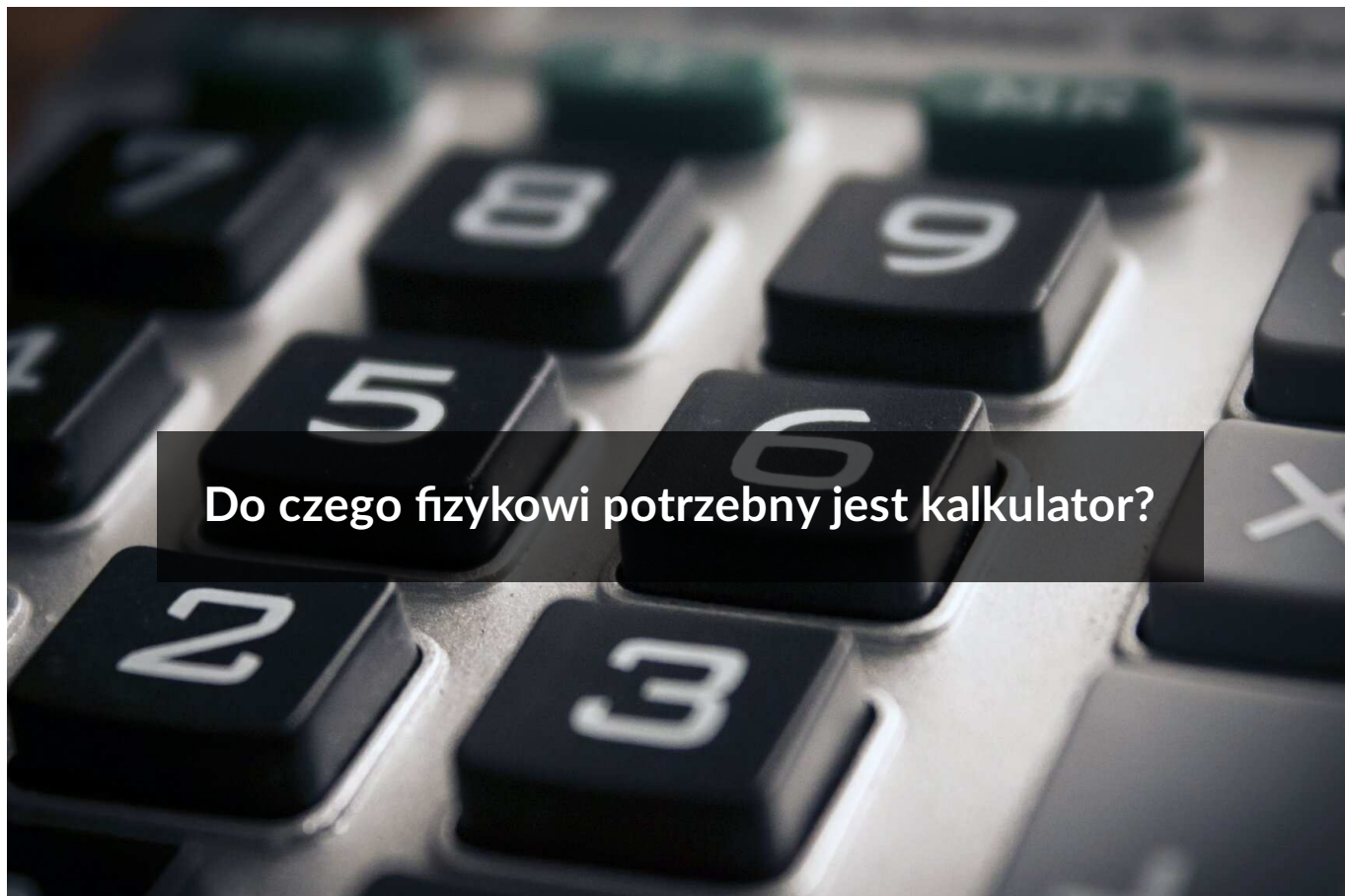




Do czego fizykowi potrzebny jest kalkulator?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Symulacja interaktywna](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Do czego fizykowi potrzebny jest kalkulator?

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/photos/calculator-numbers-accounting-1180740/> [dostęp 4.02.2022 r.], domena publiczna.

Czy to nie ciekawe?

Wyobraź sobie, że przed Tobą długie i trudne zadanie z fizyki do rozwiązania. Poświęcasz mu sporo czasu, wszystkie działania wykonujesz pisemnie, sprawdzając ich poprawność. Jednak na samym końcu okazuje się, że na początku wkradł się drobny błąd rachunkowy. Zaczynasz więc wszystko od nowa... Przydałby Ci się kalkulator, ale niestety, nie masz go pod ręką. Ponownie liczysz pisemnie.

Przykład realny, a problem możliwy do rozwiązania, aczkolwiek coraz rzadziej spotykany. Dzisiaj przy obliczeniach posługujemy się kalkulatorami bądź programami komputerowymi wykonującymi za nas rachunki. Jednak nie zawsze wiemy, jak w pełni wykorzystać ich możliwości. W niniejszym materiale przyjrzymy się dokładnie kalkulatorowi (Rys. a.).



Rys. a. Kalkulator prosty

Źródło: dostępny w internecie: [https://stock.adobe.com/pl/search/free?](https://stock.adobe.com/pl/search/free?k=kalkulator&search_type=usertyped&asset_id=144223467&content_id=)

k=kalkulator&search_type=usertyped&asset_id=144223467&content_id= [dostęp 3.02.2022 r.], domena publiczna.

Twoje cele

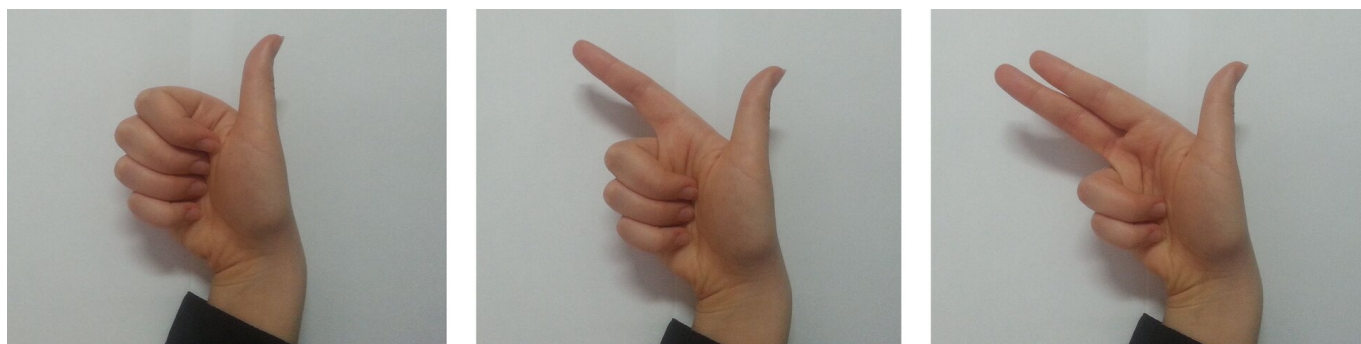
Zapoznanie z treścią materiału sprawi, że:

- poznasz wybrane przyrządy ułatwiające obliczenia naszym przodkom,
- dowiesz się, jak sprawnie wykorzystywać kalkulator,
- będziesz umiejętnie korzystać z wybranych funkcji kalkulatora, które ułatwią obliczenia wykonywane nie tylko podczas lekcji fizyki, ale i w życiu codziennym.

Przeczytaj

Warto przeczytać

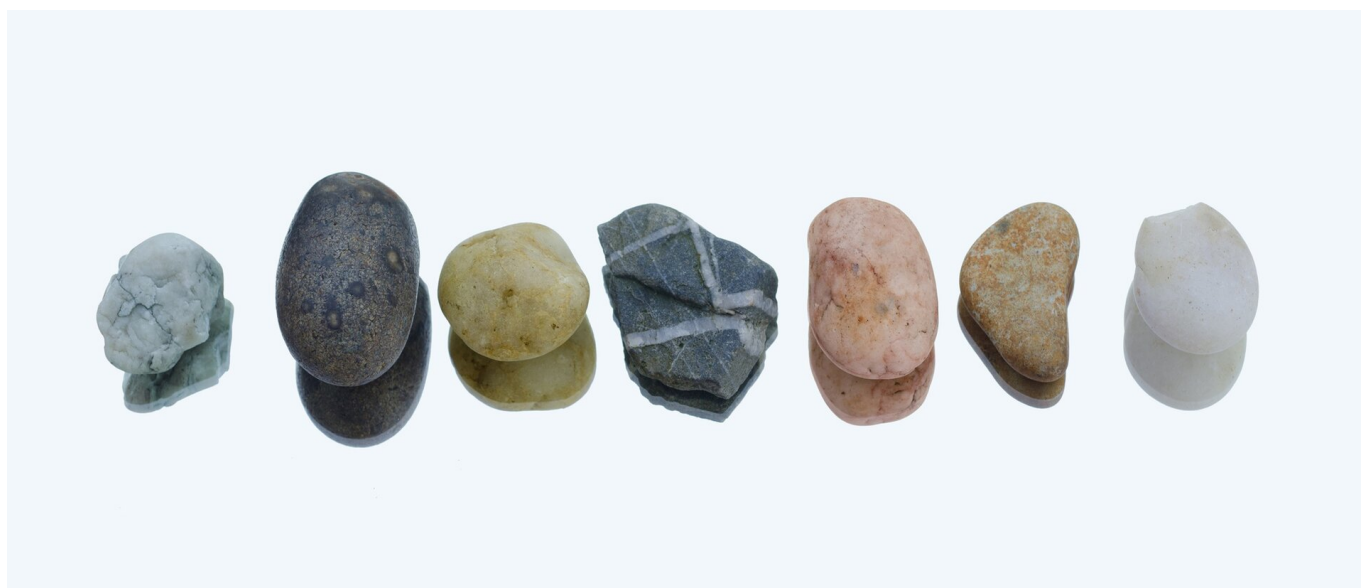
Przeglądając w archiwach notatki fizyków sprzed wielu lat, możemy zauważyć, że wykonywali oni obliczenia pisemnie. Na przestrzeni wieków próbowano także posługiwać się urządzeniami ułatwiającymi wykonywanie rachunków. Były to między innymi palce u rąk i nóg (Rys. 1).



Rys. 1. Palce uważa się za jedne z pierwszych „pomocy” służących do wykonywania obliczeń.

Źródło: dostępny w internecie: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Counting_a1.jpg [dostęp 3.02.2022 r.], licencja: CC BY-NC 4.0.

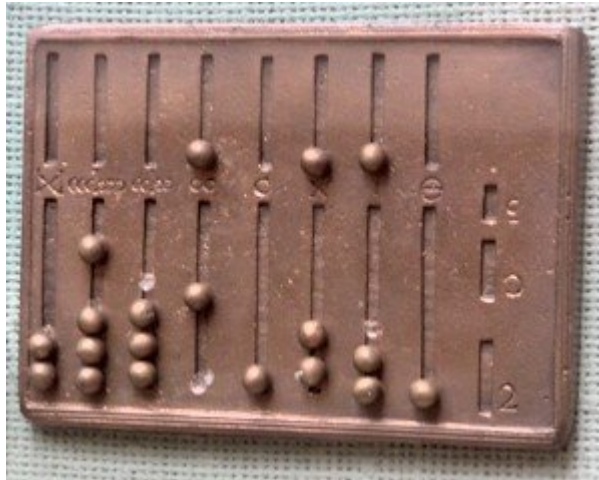
Gdy nie starczało palców, nasi przodkowie wykorzystywali drobne przedmioty ułatwiające im obliczenia, na przykład kamyczki (Rys. 2.), supełki zawiązywane na sznurku czy inne dostępne w ich otoczeniu drobne przedmioty.



Rys. 2. Gdy brakowało palców, zaczęto wykorzystywać drobne przedmioty znajdujące się w najbliższym otoczeniu, np. kamyczki.

Źródło: dostępny w internecie: <https://pxhere.com/en/photo/1412438> [dostęp 4.02.2022 r.], domena publiczna.

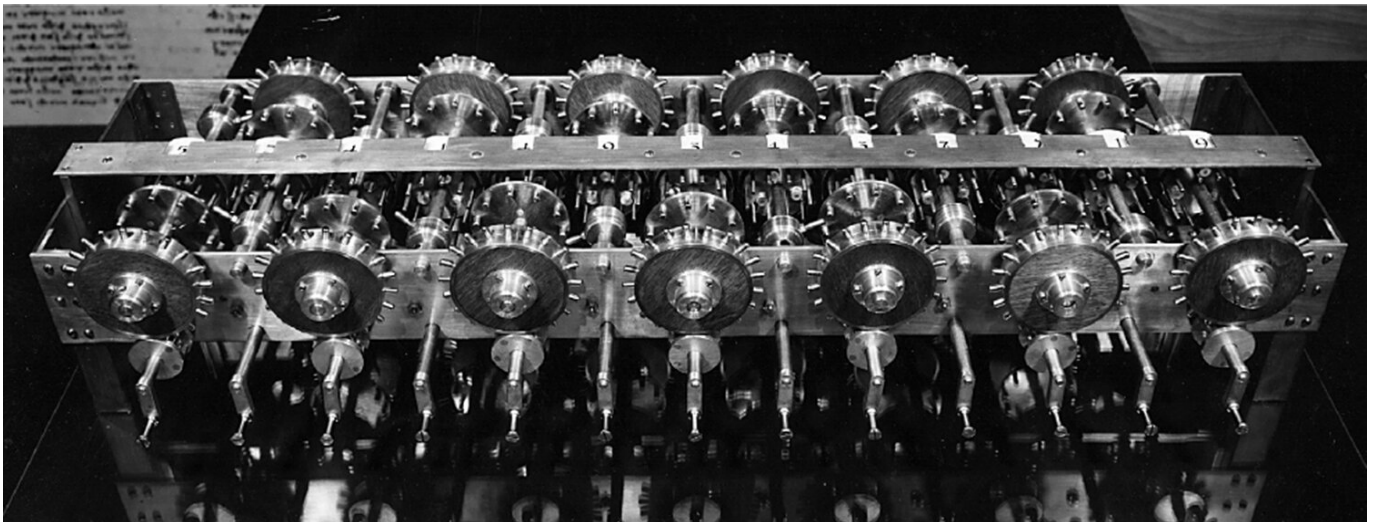
Starożytni Grecy poszli jednak dalej i stworzyli pierwowzór **liczydła**, czyli abakus (Rys. 3.), będący po prostu deską z wyżłobionymi rowkami symbolizującymi kolejne potęgi liczby dziesięć.



Rys. 3. Abakus – grecki pierwowzór liczydła.

Źródło: dostępny w internecie: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:RomanAbacusRecon.jpg> [dostęp 4.02.2022 r.], licencja: CC BY-SA 3.0.

Pierwszy mechaniczny **kalkulator** został zaś stworzony przez Leonarda da Vinci około 1500 roku (Rys. 4.). Nie był to jednak wynalazek powszechnie dostępny.



Rys. 4. Pierwszy mechaniczny kalkulator wg. projektu Leonarda da Vinci.

Źródło: dostępny w internecie: www.ibm.com [dostęp 5.02.2022 r.], domena publiczna.

Pomimo wcześniejszych projektów, mnożenie dużych liczb nadal stanowiło problem, z pomocą przyszedł więc w XVI wieku John Napier, którego pałeczki (Rys. 5.) umożliwiły wykonywanie mnożenia liczb wielocyfrowych.



Rys. 5. Pałeczki Napiera służące do mnożenia liczb wielocyfrowych.

Źródło: dostępny w internecie: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Neperianische_Rechenst%C3%A4blein.jpg [dostęp 5.02.2022 r.], licencja: CC BY-SA 3.0.

Na przestrzeni lat próbowano udoskonalać te systemy, tworzone maszyny różnicowe i pierwowzory kalkulatorów, jednak urządzenia te nie były powszechnie dostępne. Kolejnym kamieniem milowym okazał się jednak **suwak logarytmiczny** (Rys. 6.) wynaleziony w 1632 roku przez angielskiego matematyka Williama Oughtreda. Umożliwia on między innymi mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie, jak również spełnia rolę tablic trygonometrycznych. Czasami wyposażony jest także w dodatkowe skale pozwalające na przykład na wyznaczenie pola powierzchni koła.



Rys. 6. Suwak logarytmiczny pozwala między innymi na wykonywanie mnożenia, dzielenia, potęgowania, pierwiastkowania, logarytmowania, liczenia odwrotności, a także odczytywania wartości funkcji trygonometrycznych.

Źródło: dostępny w internecie: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Suwak_logarytmiczny_etui.JPG [dostęp 5.02.2022 r.], licencja: CC BY-SA 3.0.

Później zaczęły pojawiać się pierwsze powszechnie dostępne kalkulatory (Rys. 7.) – urządzenia początkowo na prąd, później na baterie. Ułatwiły one znacznie funkcjonowanie osobom wykonującym na co dzień wiele skomplikowanych obliczeń.



Rys. 7. Dostępny powszechnie kalkulatory naukowy.

Źródło: dostępny w internecie: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=10627657> [dostęp 5.02.2022 r.], licencja: CC BY-SA 3.0.

Kalkulatory, zwłaszcza te naukowe, posiadają wiele funkcji ułatwiających pracę fizykom. Przyjrzyjmy się im pokrótce. Po pierwsze są to klawisze pamięci: „M+”, „M-”, „MRC” / „MR”, „MC”.

Klawisze z literą „M” pozwalają korzystać z wbudowanej pamięci kalkulatora:

M+ dodaje liczbę z wyświetlacza do pamięci kalkulatora,

M- odejmuje od liczby zapisanej w pamięci kalkulatora liczbę z wyświetlacza,

MR lub **MCR** wyświetla liczbę, która jest zapisana w pamięci kalkulatora,

MC pozwala wykasować zawartość pamięci (jeśli takiego klawisza nie ma na naszym kalkulatorze – do czyszczenia pamięci używany jest wówczas ten sam przycisk, co do wyświetlania – MCR).

Przykład 1

Wykonajmy działanie, które pozwoli nam przetestować powyższe funkcje:

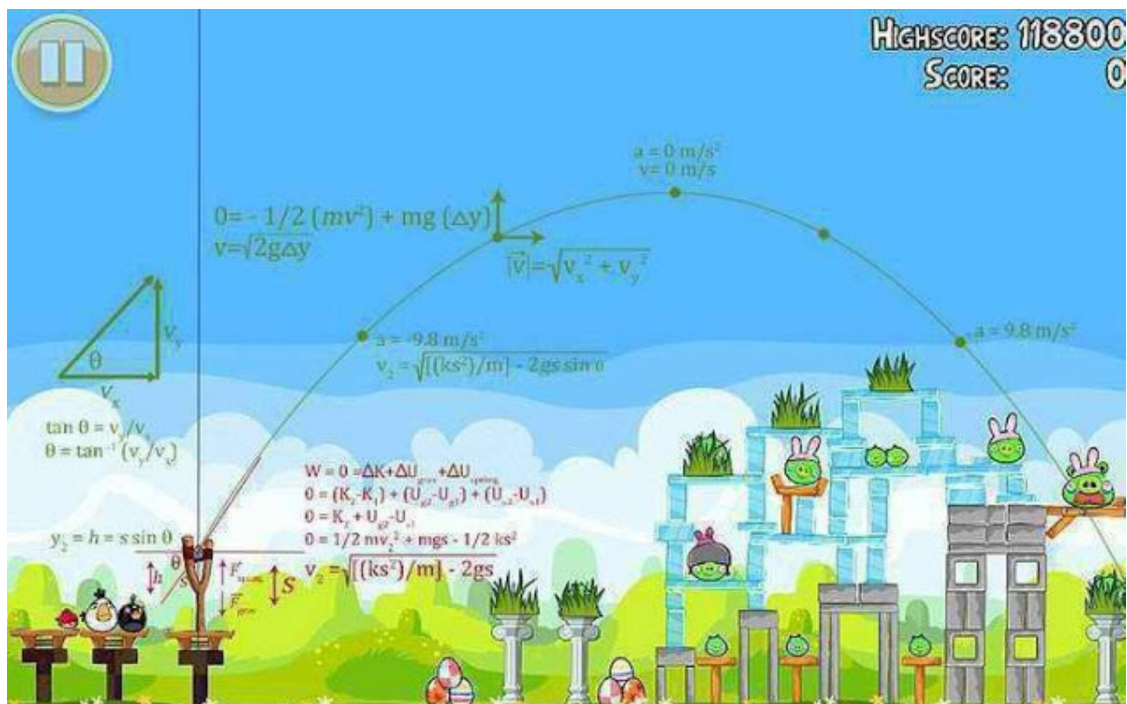
$$\frac{137 \cdot 3 + 735 + 699}{57 \cdot 4,5 - 51,5}$$

Jak wykonać ten rachunek z pomocą kalkulatora bez zapisywania wyników pośrednich na kartce?

- 1) czyścimy pamięć przyciskiem MC;
- 2) wpisujemy do kalkulatora $57 \cdot 4,5 - 51,5$;
- 3) następnie klikamy znak równości i „M+”;
- 4) czyścimy wyświetlacz kalkulatora przyciskiem „C/CE” (lub „AC” w zależności od kalkulatora”);
- 5) wpisujemy do kalkulatora $137 \cdot 3 + 735 + 699$;
- 6) wciskamy znaki: „=” oraz „÷”, a następnie „MCR”;
- 7) odczytujemy z wyświetlacza wynik działania: **9**.

Dostępne nam kalkulatory – zainstalowane w każdym smartfonie czy komputerze – oprócz funkcji pamięci – pozwalają w szybki i prosty sposób obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych (oraz funkcji odwrotnych do nich), a także podać wartości logarytmów czy innych działań powszechnych w fizyce.

Jeśli chodzi o funkcje trygonometryczne, to kiedyś ich wartości odczytywano z tablic trygonometrycznych. Później używano suwaków logarytmicznych, a dziś wystarczy wziąć kalkulator i wybrać odpowiedni przycisk. Funkcje te wykorzystujemy bardzo często. Jakie masz skojarzenia? Jakie prawa przychodzą ci do głowy, w których potrzebne są wartości funkcji trygonometrycznych? Na przykład prawo Snelliusa, wzór na maksima dyfrakcyjne w siatce dyfrakcyjnej, czy obliczanie momentu siły? W tych wzorach występuje funkcja sinus. W przypadku obliczania wartości pracy czy strumienia indukcji pola magnetycznego – funkcja cosinus. Jednak to tylko kilka przykładów – funkcje trygonometryczne spotykamy niemalże we wszystkich działach fizyki, bardzo często rozkładamy wielkości wektorowe na składowe (Rys. 8.). Podobnie, gdy chcemy wyznaczyć kąty – korzystamy wówczas z funkcji odwrotnych, takich jak arcus sinus czy arcus cosinus. Kalkulator okazuje się tutaj niezwykle pomocny i pozwala oszczędzić czas oraz rozwiązać zadanie, gdy w zasięgu ręki nie mamy tablic trygonometrycznych.



Rys. 8. Funkcje trygonometryczne pozwalają między innymi na opis rzutów ukośnych. Zależności te posłużyły także do napisania popularnej gry Angry Birds.

Źródło: dostępny w internecie: <https://oxgamestudio.wordpress.com/2014/12/16/how-to-create-an-angry-bird-like-projectile-in-unity/> [dostęp 5.02.2022 r.], domena publiczna.

Inne ważne funkcje, które możemy łatwo obliczyć z pomocą kalkulatora, to logarytmy. Stosuje się je przede wszystkim opisując rozpad promieniotwórczy oraz drgania tłumione. Tutaj znowu kalkulator jest w stanie zastąpić obszerne tablice.

To tylko kilka przykładów, które ukazują nam, do czego fizycy wykorzystują kalkulatory i programy liczące. Są one niezwykle pomocne, pozwalają w sposób sprawny wyznaczyć szukane wielkości. Oczywiście, działania te można wykonać również za pomocą kartki i długopisu lub odczytać wartości z odpowiednich tablic, jednak – w dobie elektroniki – kalkulatory wydają się być wygodniejszym rozwiązaniem.

Słowniczek

liczydło

(ang.: *abacus, counting frame*) przyrząd wspomagający obliczenia w dawnych czasach. Zwykle w postaci deski z wyłobienieniami, w których umieszczano kamyczki, czy też pręciki z koralikami. Każdy z rowków lub pręcików oznaczał pewną potęgę dziesięciu. Zasada liczenia opierała się na przesuwaniu kamyczków bądź koralików.

kalkulator

(ang.: *calculator*) przenośne (najczęściej kieszonkowe) elektroniczne (wcześniej mechaniczne) urządzenie służące do wykonywania obliczeń.

suwak logarytmiczny

(ang.: *slide rule*) prosty przyrząd obliczeniowy, którego historia sięga XVII wieku, umożliwiając między innymi sprawne wykonywanie mnożenia, dzielenia, potęgowania, pierwiastkowania, logarytmowania, liczenia odwrotności, a także odczytywania wartości funkcji trygonometrycznych.

Symulacja interaktywna

Zobacz i zapamiętaj

W Internecie spotkać można wiele różnych kalkulatorów – nie tylko posiadających podstawowe funkcje matematyczne, ale również i kalkulatory graficzne umożliwiające rysowanie funkcji, ale także i takie, które pozwalają na przeliczenie jednostek, wyznaczenie pola powierzchni czy objętości na podstawie podanych przez użytkownika parametrów. Kalkulatory te tworzy się pisząc odpowiednie komendy, które komputer ma wykonać, zwane algorytmami. Możemy więc wybrać sobie dowolną wielkość fizyczną, a następnie za pomocą odpowiedniego kodu, powiedzieć kalkulatorowi, co ma wyświetlić.

Poniższa symulacja pozwoli Ci zrozumieć, jak działają powszechnie dostępne w Internecie kalkulatory wielkości fizycznych. Aby poznać algorytmy, kliknij na wybrany kalkulator, wpisz wartości i przeczytaj opisy. Następnie, zastanów się, jak należałoby zaprogramować kalkulatory pozwalające na wyznaczenie innych wielkości fizycznych.

Zaleca się korzystanie w trybie pełnoekranowym.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Polecenie 1

A jaki kalkulator przydałby się Tobie?

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Połącz przycisk z jego funkcją.

M+

dodawanie do pamięci liczby
znajdującej się aktualnie na
wyświetlaczu

C

kasuje liczbę znajdującą się na
wyświetlaczu bez czyszczenia pamięci

AC

kasuje zarówno liczbę znajdującą się na
wyświetlaczu, jak i liczbę zapisaną
w pamięci kalkulatora

MCR

wyświetla liczbę, która jest zapisana
w pamięci kalkulatora

M-

odejmowanie z pamięci liczby
znajdującej się aktualnie na
wyświetlaczu

Ćwiczenie 2



Uporządkuj kroki mające na celu wykonanie poniższego działania z użyciem pamięci kalkulatora.

$$\frac{43938:2}{675 \cdot 34 - 327 \cdot 3} =$$

$$43938 : 2 =$$



$$675 \cdot 34 = M + C$$



$$MC$$



$$327 \cdot 3 = M - C$$



$$\div MCR =$$



Ćwiczenie 3



Korzystając z funkcji pamięci w kalkulatorze, wykonaj następujące działanie. Nie zapisuj wyników pośrednich. Wynik zapisz poniżej w postaci liczby całkowitej.

$$\frac{2763:3+600-25}{25 \cdot 34 + 2560:20 - \sqrt{625681}}$$

Odpowiedź:

Ćwiczenie 4



Korzystając z kalkulatora, wyznacz wartości logarytmów i dopasuj je do rozwiązań. Wynik zaokrąglij do dwóch cyfr znaczących.

$$\ln \sqrt[3]{27}$$

$$= 4,4$$

$$\log 27$$

$$= 1,1$$

$$3 \log 16$$

$$= 3,6$$

$$\ln 81$$

$$= 1,4$$

Ćwiczenie 5



Z poniższych działań wybierz wszystkie, w których kalkulator podaje wynik przybliżony, a nie wartość dokładną:

☐ $12345:26$

☐ $\sqrt{725 : 25}$

☐ $3465:3$

☐ $725:25$

☐ $325:3$

Ćwiczenie 6



Za pomocą kalkulatora oblicz poniższe wartości. Wyniki zapisz w zaokrągleniu do trzech cyfr znaczących.

$$\sin (32^\circ) = \text{[input box]}$$

$$\cos (46^\circ) = \text{[input box]}$$

Ćwiczenie 7



Oblicz, za pomocą kalkulatora, wartości funkcji odwrotnych do trygonometrycznych. Wyniki zapisz w stopniach w zaokrągleniu do liczb całkowitych.

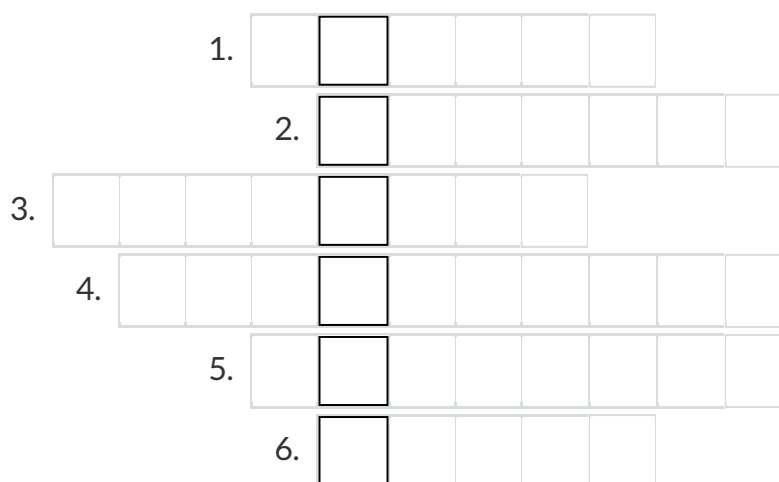
$$\arcsin(0,139) = \boxed{}^\circ$$

$$\arccos(0,643) = \boxed{}^\circ$$

Ćwiczenie 8



Rozwiąż logogryf.



1. Nazwisko twórcy pałeczek umożliwiających mnożenie liczb wielocyfrowych.
2. Bez niej współczesne kalkulatory nie mogłyby działać.
3. ... da Vinci - twórca projektu pierwszego mechanicznego kalkulatora.
4. Urządzenie, którego używasz do obliczeń.
5. Twórca suwaka logarytmicznego.
6. ... logarytmiczny.

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Ewelina Kędzierska
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Do czego fizykowi potrzebny jest kalkulator?
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres podstawowy i rozszerzony
Podstawa programowa:	Zakres podstawowy Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r. • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
Cele operacyjne:	Uczeń: 1. zna wybrane przyrządy ułatwiające obliczenia naszym przodkom; 2. wie, jak sprawnie wykorzystywać kalkulator; 3. umiejętnie stosuje wybrane funkcje kalkulatora, które ułatwiają obliczenia wykonywane nie tylko podczas lekcji fizyki, ale i w życiu codziennym.
Strategie nauczania:	IBSE

Metody nauczania:	merytoryczna dyskusja wprowadzająca, obserwacja, rozmowa kierowana
Formy zajęć:	praca indywidualna, dyskusja grupowa
Środki dydaktyczne:	tablica multimedialna / rzutnik
Materiały pomocnicze:	kalkulator dla każdego ucznia, suwak logarytmiczny
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca	
Nauczyciel rozpoczyna lekcję poprzez zaciekawienie uczniów tematem. Może pokazać im zdjęcia archiwalnych notatek fizyków sprzed wielu lat, na których widać wykonywane pisemnie obliczenia. Można im tutaj również pokazać metody obliczeniowe z wykorzystaniem palców. Następnie prosi uczniów o wykonanie (bez użycia kalkulatora) prostego zadania zawierającego złożone obliczenia matematyczne. Po wykonaniu przez uczniów zadania nauczyciel pyta, czy chcieliby mieć możliwość korzystania z kalkulatora lub komputerowych programów obliczeniowych. Następnie zadaniem nauczyciela jest rozpoznanie wiedzy wyjściowej uczniów w kontekście realizowanego tematu oraz nawiązanie do tej wiedzy w merytorycznej dyskusji wprowadzającej.	
Faza realizacyjna	

- Konstruowanie wiedzy z zakresu nowego tematu:
 - nauczyciel pokazuje uczniom suwak logarytmiczny i krótko wyjaśnia jego działanie, a następnie prosi uczniów o ocenę jego przydatności w ich oczach w kontekście wykonywania obliczeń,
 - nauczyciel rozdaje uczniom kalkulatory,
 - nauczyciel pyta uczniów, czy wiedzą, co oznaczają przyciski M, M+, M-, MC, MC, MR na kalkulatorze,
 - uczniowie odpowiadają na pytanie nauczyciela (jeśli nie potrafią udzielić odpowiedzi, zadaniem nauczyciela jest objaśnienie im roli tych przycisków),
 - nauczyciel prosi uczniów o wykonanie kilku prostych operacji matematycznych z użyciem wspomnianych funkcji,
 - uczniowie wykonują polecenia nauczyciela, zadając pytania dotyczące ewentualnych kwestii problemowych,
 - nauczyciel odpowiada na pytania uczniów, a następnie – za pomocą prostych operacji matematycznych próbuje zorientować się, na jakim stopniu zaawansowania, jeśli chodzi o obsługę kalkulatora, są jego uczniowie,
 - nauczyciel pokazuje uczniom kilka sposobów usprawniających korzystanie z kalkulatora (można tutaj skorzystać z licznie dostępnych w sieci krótkich filmików instruktażowych),
 - uczniowie stosują wskazane im metody w praktyce
 - uczniowie zadają pytania dotyczące kwestii niezrozumiałych,
 - nauczyciel odpowiada na pytania uczniów.
- Kolejny etap lekcji obejmuje rekonstruowanie wiedzy uczniów:
 - uczniowie wykonują zadania wskazane przez nauczyciela (mogą to być zadania dołączone do niniejszego materiału),
 - nauczyciel sprawdza poprawność uczniowskich rozwiązań.

Faza podsumowująca

Nauczyciel przeprowadza z uczniami rozmowę, podczas której omawiają rozwiązywane w trakcie lekcji zadania. Dodatkowo powinien sprowokować uczniów do wskazania problemów napotkanych w czasie samodzielnej pracy.

Na tym etapie może pokazać uczniom także inne kalkulatory dostępne w Internecie, np. kalkulatory graficzne czy stronę <https://www.wolframalpha.com>

Praca domowa

Zadaniem uczniów jest zapoznanie się z symulacją interaktywną dołączoną do niniejszego materiału.

**Wskazówki metodyczne
opisujące różne
zastosowania danego
multimedium:**

Symulacja interaktywna może być wykorzystana do samodzielnej pracy ucznia przed lub po lekcji.