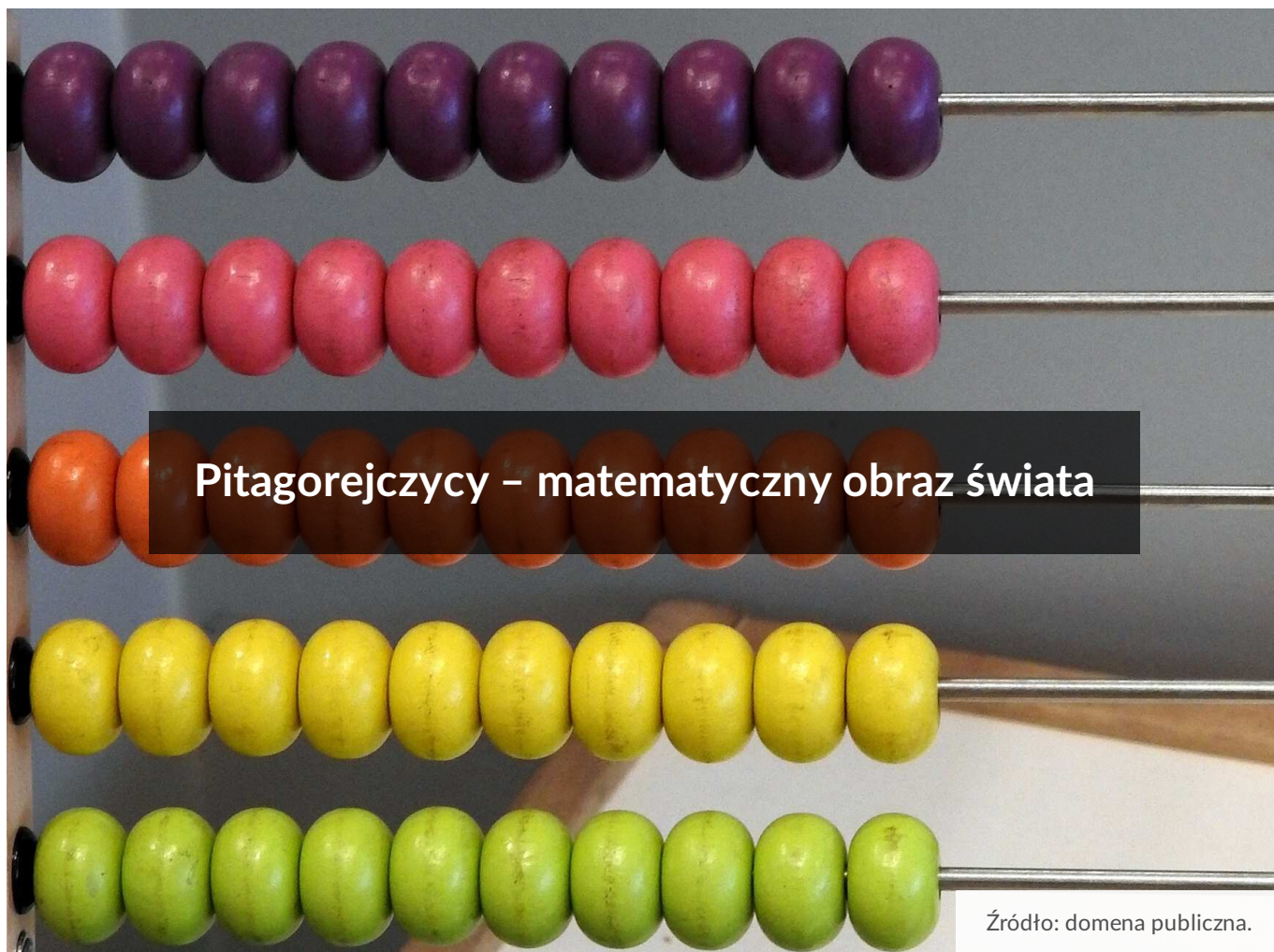




Pitagorejczycy – matematyczny obraz świata

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Schemat](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Matematyka towarzyszy ludziom na co dzień i niemal w każdym momencie życia. Zanim jednak stała się pełnoprawną nauką, istniał nurt filozoficzny, który rozwijał jej zagadnienia. Twierdzenie Pitagorasa nauczane jest już na najwcześniejszych etapach edukacji. Warto zdać sobie sprawę, że zasady starożytnego matematyka skrywają głębszą, religijno-mistyczną naukę, opisującą całą rzeczywistość.

Twoje cele

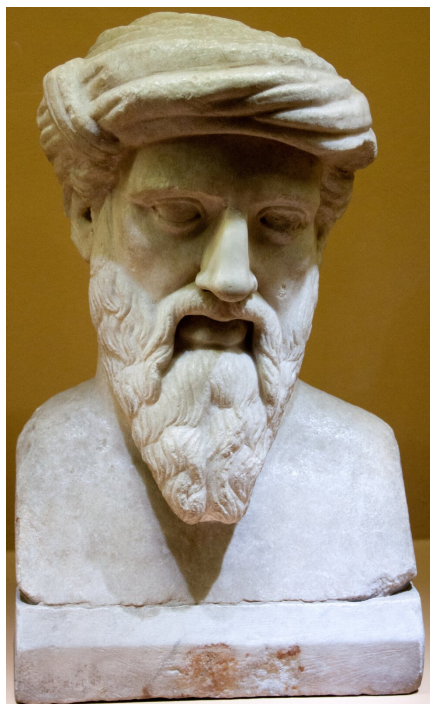
- Zdefiniujesz, czym jest pitagoreizm i jak go rozpoznać.
- Poznasz pierwszą matematyczną koncepcję świata i rzeczywistości.
- Przeanalizujesz główne zagadnienia wczesnej matematyki.
- Porównasz pitagoreizm z innymi nurtami filozofii poszukującymi *arché*.

Przeczytaj

Polecenie 1

Przypomnij sobie, co oznacza pojęcie *arché*. Wskaż, w jakich elementach rzeczywistości jońscy filozofowie przyrody upatrywali przasady. Zastanów się, jak mogłaby wyglądać filozofia, która za *arché* uważa liczbę.

Pitagoras i pitagorejczycy



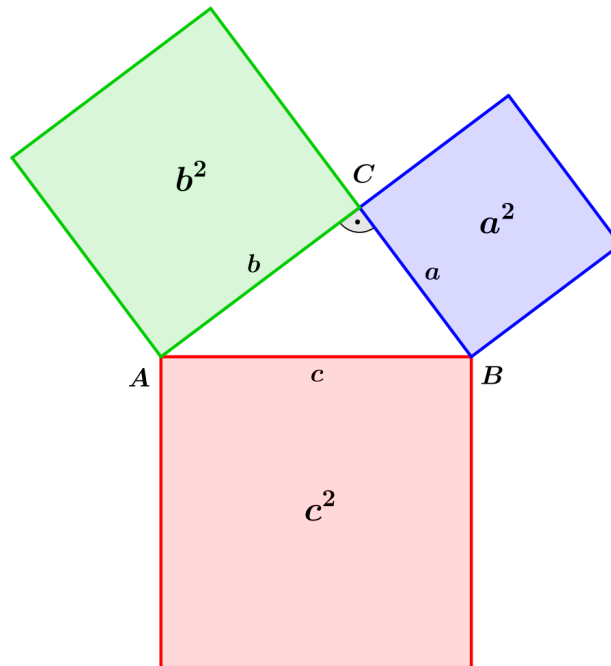
Pitagoras z Samos (ok. 570–ok. 497 p.n.e.) – inicjator mistyczno-religijnego ruchu pitagorejczyków. Przyjmując, że liczba stanowi *arché*, udowadniał, że światem rządzą relacje matematyczne, a wszystko, co w nim zachodzi, da się tłumaczyć za pomocą matematycznych wzorów i proporcji. Jako pierwszy w dziejach posłużył się określeniem „filozofia”, aby nazwać swoją naukę, a siebie samego (również jako pierwszy) określił mianem filozofa.

Źródło: domena publiczna.

Pitagoras zainaugurował ruch pitagorejski przypominający raczej sektę religijną lub zakon niż klasycznie rozumianą szkołę filozoficzną. Dziś nie da się rozróżnić, które twierdzenia pochodzą od inicjatora ruchu, a które od jego uczniów. Jest tak m.in. dlatego, że Pitagorasowi po śmierci oddawano niemal boską cześć i wszystkie późniejsze odkrycia oraz idee przypisano właśnie jemu. Inny powód to fakt, że nauki pitagorejskie były sekretem – nie wolno było ich spisywać ani dzielić się nimi z kimś, kto nie należał do stowarzyszenia. Wiadomo też, że dostać się do sekty było niesłychanie trudno, ponieważ oznaczało to wcześniejsze złożenie kilkuletnich ślubów milczenia, przestrzeganie rygorystycznych praw

i wtajemniczanie się w misteria pitagorejskie. Z czasem ruch podzielił się na dwie, nieformalne części – [akuzmatyków](#) dążących do oczyszczenia duszy dzięki kultywowaniu pitagorejskich tradycji i obrzędów oraz matematyków, którzy chcieli osiągnąć ten sam cel, ale dzięki rozwijaniu nauki.

Nowy sposób rozumienia *arché*



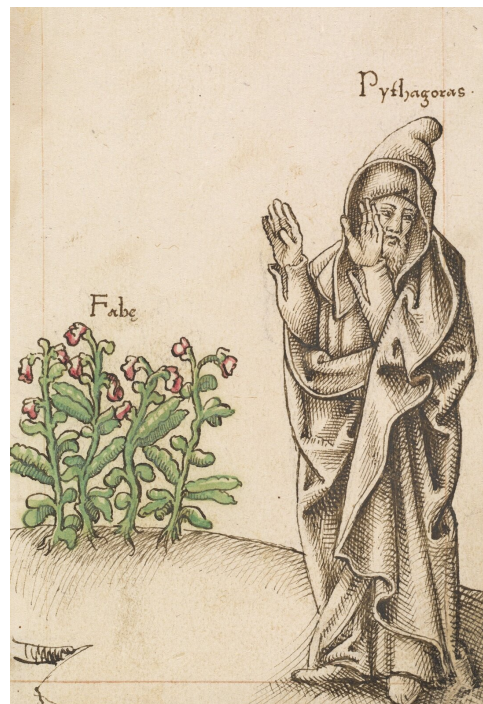
Twierdzenie Pitagorasa: suma pól powierzchni kwadratów zbudowanych na przyprostokątnych trójkąta prostokątnego jest równa polu powierzchni kwadratu zbudowanego na jego przeciwprostokątnej. Najbardziej znane spośród twierdzeń przypisywanych Pitagorasowi i jedno z najważniejszych w historii, stanowi podstawę całej geometrii.

Źródło: Petrus3743, dostępny w internecie: Wikimedia Commons [dostęp 17.08.2019 r.], licencja: CC BY-SA 4.0.

Podczas gdy [jońscy filozofowie przyrody](#) szukali *arché* w którymś z żywiołów, a więc w konkretnym, materialnym elemencie rzeczywistości, pitagorejczycy jako pierwsi wskazali (jak można by powiedzieć dziś) zupełnie niematerialne *arché*. Przyjęli, że zasadą jest **liczba**. Cały otaczający ludzi świat przenikają relacje i proporcje matematyczne, które nadają mu ład i porządek. Dzięki liczbie można odnaleźć harmonię i poznawać mechanizmy, jakimi rządzi się rzeczywistość. Wielkim wkładem pitagorejczyków w rozwój wiedzy było więc uprawianie matematyki, która stała się nauką, mimo że dotąd pozostawała wiedzą praktyczną, związaną z namysłem nad konkretnymi przedmiotami. Za ich sprawą zaistniała jako abstrakcyjna, teoretyczna dyscyplina naukowa.

Matematyka i mistyka

Badania matematyczne pitagorejczyków miały wszechstronne zastosowanie. Były przydatne dla mistycznej nauki zakonu głoszącej tezę o palingenetycznej wędrówce dusz, reinkarnacji, podczas której dusza ma się doskonalić, aby nie odrodzić się jako roślina lub zwierzę, lecz by wyzwolić się od cielesności. Okazały się też ważne dla badań akustycznych, gdyż muzykę uważano za siłę oczyszczającą, a badając zjawisko dźwięku, odkryto, że jego przyczyną jest ruch. Pitagorejczycy łatwo zatem obliczyli relacje matematyczne między długością struny a konkretnymi akordami, które rozpisali w schematy proporcji. Zastosowanie matematyki do badań astronomicznych w krótkim czasie zaowocowało odkryciem, że Ziemia ma kształt kuli. Stwierdzono też, iż ruch sfer niebieskich musi wytwarzać pewne dźwięki, „niebiańską muzykę”, których nie można usłyszeć, ponieważ grają stale. Podobnie na co dzień nie da się usłyszeć szumu w uszach, poczuć zapachu czystego powietrza i smaku wody. Pitagorejczycy uprawiali też matematykę dla samej matematyki, więc dla zgłębiania mądrości zawartej w świecie. To również miało przysłużyć się duchowej doskonałości. Pitagorasowi przypisuje się dziś twierdzenie, które przekształciło matematykę w pełnoprawną naukę. Powstało również wiele nowych pojęć, takich jak parabola, elipsa i hiperbola.

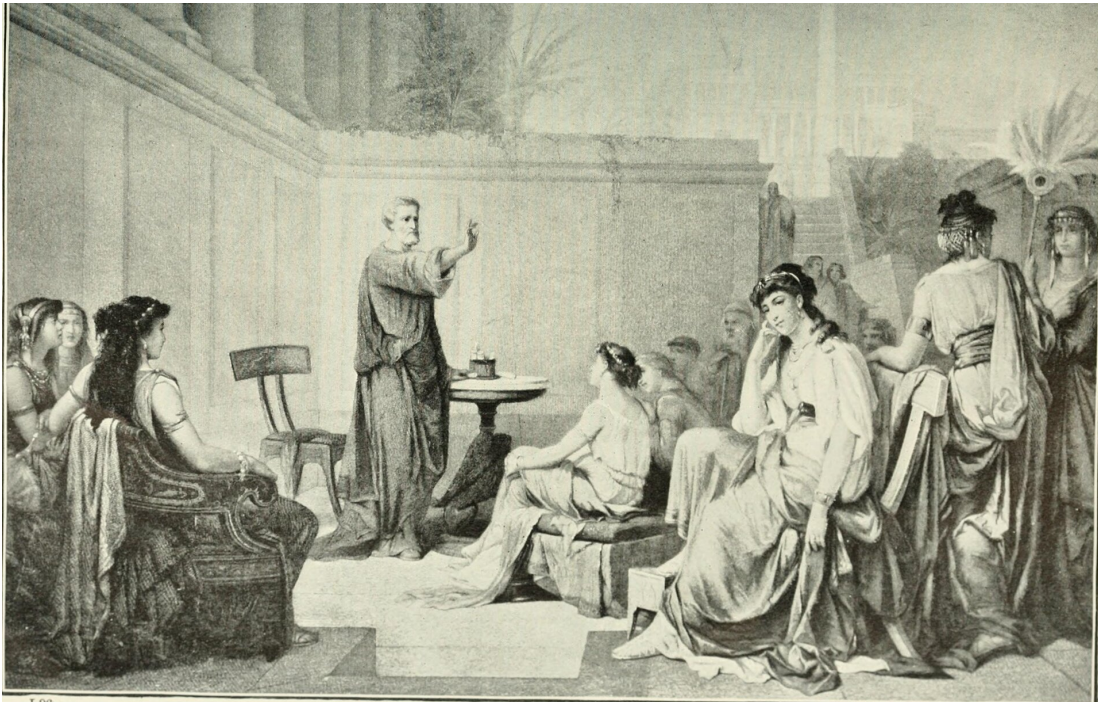


Pitagoras zabraniający jedzenia bobu.

Zgodnie z nauką pitagorejską ciało jest więzieniem dla duszy, która musi wyzwolić się dzięki kolejnym wcieleniom (reinkarnacja). Karą za występne życie jest odrodzenie jako zwierzę lub nawet roślina.

Dlatego pitagoreizm głosił wegetarianizm (zwierzęta to przecież upadłe dusze ludzkie) i zakazywał jedzenia roślin strączkowych (możliwe, że były to rośliny uważane za siedliska dusz jeszcze bardziej potępionych).

Źródło: domena publiczna.



Pitagoras uczący kobiety

Rycina ukazuje, że do ruchu pitagorejskiego można było przynależć bez względu na płeć, co w antyku nie było powszechną jakością.

Źródło: domena publiczna.

Meandry pitagorejskiej matematyki



Rafael Santi, *Szkoła ateńska*, 1509–1511

Fresk przedstawia najważniejszych filozofów świata starożytnego. Powyższy fragment dzieła ukazuje Pitagorasa.

Źródło: domena publiczna.

W nauce pitagorejskiej występuje wiele ważnych i szczegółowych kwestii. Niektóre stanowią podstawę matematyki, inne mogą dziś brzmieć nieco ekscentrycznie. Przede wszystkim pitagorejczycy uważali, że liczby parzyste są doskonalsze od nieparzystych. Wyjątek stanowi tu 1, gdyż dodane do jakiegokolwiek liczby zmienia jej parzystość w nieparzystość lub odwrotnie. Grecy nie znali zera, które jest przecież niczym, a o niczym nie da się rozmawiać. Cyfry zapisywano po kolei, jak litery alfabetu, do każdej dodawano apostrof, aby było wiadomo, że to nie litera, lecz cyfra. Hellenowie nie znali także rozróżnienia pomiędzy słowami *niedokończone* a *nieskończone*, pitagorejczycy nie zmienili tego podejścia. To, co nieskończone, jest niedoskonałe, dlatego świat musi mieć swoje granice i posiadać kształt idealny – kształt kuli. Z tego samego powodu, gdy jeden z uczniów Pitagorasa obliczył liczbę pi uważaną za doskonałą, podobno popełnił samobójstwo, gdyż okazała się niewymierna (nieskończona po przecinku). Dążenie pitagorejczyków do wyrażenia świata w proporcjach i równaniach matematycznych zostało zwieńczone obmyśleniem tetraktysu – trójkąta złożonego z dziesięciu punktów, najważniejszego schematu zawierającego naczelne idee istnienia rzeczywistości.

Słownik

akuzmatycy

(od gr. *ἀκουσματικοί*, *akusmatikoi*, oznaczającego słuchaczy) przedstawiciele ruchu pitagorejskiego, którzy słuchali nauk Pitagorasa, a z czasem przejęli obowiązek kultywowania misteriów i tradycji pitagorejskich; są przeciwstawiani matematykom (od gr. *μαθηματικός*, *matematikos*, oznaczającego uczniów czy naukowców), którzy po śmierci mistrza skupili się na badaniach naukowych

arché

(gr. *ἀρχή* – początek, zasada, podstawa) termin wprowadzony do filozofii najprawdopodobniej przez Anaksymandra z Miletu, oznaczający źródło, początek, prapoczątek, przyczynę (głównie materialną) całości bytu, budulec rzeczywistości, ale jednocześnie niezmienną zasadę (naturę) istnienia; wokół problemu *arché* koncentrował się początkowy okres rozwoju starożytnej filozofii greckiej, od Talesa po Arystotelesa

jońska filozofia przyrody

historycznie pierwszy nurt filozofii, zajmujący się fizyką, więc badaniem *physis* (gr. *φύσις*), tzn. przyrody; jego pierwszymi przedstawicielami byli myśliciele milezyjscy: Tales, Anaksymander i Anaksymenes, a także Heraklit z Efezu i Ksenofanes z Kolofonu; epigoni ruchu to Archelaos z Aten i Diogenes z Apollonii, działający w V w. p.n.e.; jońska filozofia przyrody bywa przeciwstawiana filozofii uprawianej w Wielkiej Grecji (południowa część Italii i Sycylia), w której rozwijał się pitagoreizm, a później szkoła elejska (Parmenides i Zenon z Elei, Melissos z Samos)

Schemat

Polecenie 1

Przeanalizuj poniższy tetraktys pitagorejski. Rozważ wszystkie relacje, jakie miał ukazywać. Zastanów się, czy towarzysząca mu argumentacja wydaje ci się logiczna.

Źródło: Englishsquare.pl sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Polecenie 2

Oceń, czy tetraktys naprawdę można uznać za zwieńczenie całej nauki pitagorejskiej. Swoje spostrzeżenia możesz zapisać, przenosząc kafelki na ilustrację i wpisując w nie tekst.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Wskaż, które z poniższych zdań trafnie opisują inicjatora nurtu pitagorejskiego.

- Wydawał dzieła popularyzujące jego poglądy.
- Dziś nawet nie jesteśmy pewni, czy w ogóle jest autorem tzw. twierdzenia Pitagorasa.
- Był reprezentantem jońskiej filozofii przyrody.
- Stworzył nie tyle ruch filozoficzny, co raczej sektę lub zakon.
- Po śmierci oddawano mu wręcz boską cześć.
- Był drugim w dziejach myślicielem, który określił się mianem filozofa.

Ćwiczenie 2



Wskaż, które z poniższych zdań trafnie definiuje pojęcie liczby jako *arché*.

- Liczba stanowi *arché*, gdyż relacje i proporcje matematyczne pomagają twórczo porządkować chaos otaczającego świata.
- Liczba stanowi *arché*, gdyż udowadnia sens ludzkiego życia, którym jest nieustanna reinkarnacja, rozwój od poziomu rośliny aż po wyzwolenie z cielesności.
- Liczba stanowi *arché*, gdyż jest sumą żywiołów tworzących rzeczywistość.
- Liczba stanowi *arché*, gdyż odkrywane w świecie relacje i proporcje matematyczne nadają mu ład i harmonię.

Ćwiczenie 3



Uzupełnij poniższą tabelę, przypisując odkrycia pitagorejskie do odpowiednich dziedzin.

Akustyka

niewymierność liczby pi

twierdzenie Pitagorasa

długość dźwięku

Matematyka

kulistość Ziemi

dźwięk jest ruchem

Astronomia

pojęcie elipsy, paraboli
i hiperboli

Ćwiczenie 4

Ćwiczenie 5



W tabeli znajdują się zdania dotyczące pitagorejskich wierzeń o ludzkiej duszy. Oceń ich prawdziwość.

teza	prawda	fałsz
Nie należy jeść roślin kłosowych i oliwek, gdyż są siedliskami najbardziej potępionych dusz.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Nie wolno jeść mięsa zwierzęcego, gdyż dusza zwierzęcia to upadła dusza ludzka.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Ciało jest więzieniem, z którego dusza musi się wyzwolić.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Oczyszczeniu duszy służył rozwój naukowy i uczestnictwo w religijnych obrzędach pitagorejskich.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Muzyka jest ważna w życiu człowieka, ale nie ma wpływu na oczyszczenie jego duszy.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Ćwiczenie 6



Znając podział na Jonię i Wielką Grecję, przyporządkuj myślicieli do krain geograficznych, z których pochodzą.

Kolonie jońskie

Anaksymenes z Miletu

Parmenides z Elei

Zenon z Elei

Pitagoras z Samos

Tales z Miletu

Heraklit z Efezu

Melissos z Samos

Anaksymander z Miletu

Wielka Grecja

Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Wyciągając wnioski z treści lekcji, spróbuj samodzielnie odtworzyć czterostopniową wizję palingenetycznej wędrówki dusz (procesu reinkarnacji) wyznawanej przez pitagorejczyków.

Ćwiczenie 9



Znasz z treści lekcji anegdotę o pitagorejczyku, który podobno popełnił samobójstwo, gdy okazało się, że liczba π jest niewymierna. Wyjaśnij, dlaczego to odkrycie stało się powodem jego czynu.

Dla nauczyciela

Autor: Paweł Kaniowski

Przedmiot: Filozofia

Temat: Pitagorejczycy – matematyczny obraz świata

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres podstawowy i rozszerzony

Podstawa programowa:

Zakres podstawowy

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

II. Pierwsze pytanie filozoficzne: co stanowi archē świata? Uczeń:

1) rozróżnia znaczenia słowa archē;

Zakres rozszerzony

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

III. Wybrane problemy filozofii.

1. Koncepcje uprawiania filozofii. Uczeń rozróżnia i charakteryzuje następujące koncepcje filozofii:

1) koncepcja klasyczna i neoklasyczna (w tym neotomistyczna i fenomenologiczna) – poszukiwanie ostatecznych podstaw rzeczywistości, poznania i wartości;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje obywatelskie;
- kompetencje w zakresie świadomości i ekspresji kulturalnej;
- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje w zakresie wielojęzyczności;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele lekcji (językiem ucznia):

- Zdefiniujesz, czym jest pitagoreizm i jak go rozpoznać.
- Poznasz pierwszą matematyczną koncepcję świata i rzeczywistości.
- Przeanalizujesz główne zagadnienia wczesnej matematyki.
- Porównasz pitagoreizm z innymi nurtami filozofii poszukującymi *arché*.

Cele operacyjne. Uczeń:

- pojmuje rolę filozofii jako fundamentalnego składnika dziedzictwa kultury śródziemnomorskiej;
- zna i charakteryzuje główne dyscypliny filozoficzne, opisuje ich problematykę i posługuje się odpowiednią terminologią;
- identyfikuje różne problemy, stanowiska i nurty filozoficzne na przykładach pytań i twierdzeń filozofów;
- rozwija krytyczne myślenie i sprawności logiczne poprzez analizę wybranych pytań i argumentów filozoficznych;
- wymienia ważniejsze pojęcia, zagadnienia i stanowiska głównych dyscyplin filozoficznych.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm.

Metody i techniki nauczania:

- ćwiczeń przedmiotowych;
- z użyciem komputera;
- dyskusja;
- burza mózgów;
- praca z multimediami.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiałach;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

1. Uczniowie zapoznają się z treściami w sekcji „Przeczytaj”.

Faza wprowadzająca:

1. Przedstawienie wyświetlonego na tablicy interaktywnej lub za pomocą rzutnika tematu lekcji i celów zajęć. Wspólne ustalenie kryteriów sukcesu.

2. **Dyskusja wprowadzająca.** Nauczyciel rzuca kostkę do jednego z uczniów i prosi go o udzielenie odpowiedzi na pytanie, które na niej zobaczył. Pytania na ściankach kostki:

- Co zainteresowało cię w tym temacie?
 - Jakie zagadnienia znane nam z życia codziennego mogą się pojawić w ramach tego tematu?
 - O czym, twoim zdaniem, będzie ta lekcja?
 - Jakie masz pytania związane z tym tematem?
 - Co już wiesz na ten temat?
 - Znak zapytania (uczeń sam wybiera pytanie, które chciałby zadać).
- Po udzieleniu odpowiedzi uczeń odrzuca kostkę do następnej osoby.

Faza realizacyjna:

1. **Burza mózgów.** Nauczyciel informuje uczniów, że będą pracować metodą burzy mózgów i, jeśli to konieczne, wyjaśnia jej zasady. Wyłania także moderatora, który będzie zapisywał pomysły na tablicy, a następnie określa czas wykonania zadania. Następnie nauczyciel zadaje uczniom pytanie: *Jak mogłaby wyglądać filozofia, która za arché przyjmuje liczbę?* Uczniowie podają propozycje odpowiedzi. Po zakończeniu fazy twórczej następuje wspólna weryfikacja pomysłów. Nauczyciel prosi uczniów, aby porównali swoje propozycje z informacjami zamieszczonymi na tablicy.
2. **Praca z multimediami.** Nauczyciel wyświetla na tablicy interaktywnej materiał z sekcji „Schemat”, a następnie odczytuje polecenie nr 1: *Przeanalizuj poniższy tetraktys pitagorejski. Rozważ wszystkie relacje, jakie miał ukazywać. Zastanów się, czy towarzysząca mu argumentacja wydaje ci się logiczna.* Uczniowie pracują w parach, analizując treść zadania, dyskutując i zapisując wnioski. Wybrane grupy omawiają swoje rozwiązanie i spostrzeżenia na forum klasy. Polecenie nr 2 uczniowie wykonują wspólnie. Jeżeli jest to konieczne, nauczyciel uzupełnia odpowiedzi uczniów.
3. **Ćwiczenia przedmiotowe.** Uczniowie dobierają się w pary i wykonują ćwiczenia nr 1-6.
4. Ćwiczenie nr 9 uczniowie wykonują indywidualnie. Omówienie odpowiedzi na forum klasy.

Faza podsumowująca:

1. W ramach podsumowania uczniowie wykonują ćwiczenie nr 8 „Wyciągając wnioski z treści lekcji, spróbuj samodzielnie odtworzyć czterostopniową wizję palingenetycznej wędrówki dusz (procesu reinkarnacji) wyznawanej przez pitagorejczyków.”
2. Nauczyciel wyświetla na tablicy temat lekcji i cele zawarte w sekcji „Wprowadzenie”. Wspólnie z uczniami poddaje refleksji proces dydaktyczny: czego się uczniowie nauczyli, czy osiągnęli założone cele?
3. Wszyscy uczniowie podsumowują zajęcia, zwracając uwagę na nabyte umiejętności.

Praca domowa:

1. Zastanów się i zapisz odpowiedź na pytanie: Dlaczego pitagorejczycy tworzyli raczej grupę przypominającą sektę niż szkołę filozoficzną?

Materiały pomocnicze:

- Butryn S., *O specyfice wpływu matematyki na obraz świata*, „Zagadnienia Naukoznawstwa” 2003, z. 1/2, s. 23-32.
- Gajda J., *Pitagorejczycy*, Warszawa 1996.

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania multimediu:

- Uczniowie mogą wykorzystać medium w sekcji „Schemat” do przygotowania się do lekcji powtórkowej.