

Ruch jednostajny po okręgu

Wstęp do tematu: Ruch jednostajny po okręgu. Zasób zawiera: ogólny wstęp do tematu, fotografię kręcącej się karuzeli, odwołanie do wcześniejszej wiedzy ucznia oraz cele lekcji sformułowane w języku ucznia.

Zasób zawiera: wstęp do tematyki ruchu po okręgu; zdjęcie samochodów na rondzie; przykłady ruchu po okręgu; określenia pojęć: okres (T), częstotliwość (f), herc (Hz); przykładowe zadanie obliczeniowe wraz z rozwiązaniem; ćwiczenia interaktywne dotyczące obliczania częstotliwości i okresu, określenie prędkości liniowej wraz ze wzorami i jednostkami; ciekawostkę związaną z prędkością kątową zobrazowaną rysunkiem; wzór na prędkość kątową wraz z jednostką; zadania obliczeniowe wraz z rozwiązaniami; ćwiczenia interaktywne dotyczące: okresu, częstotliwości i prędkości liniowej oraz promienia okręgu.

Zasób zawiera: sformułowania podsumowujące dotyczące wielkości opisujących ruch po okręgu wraz ze wzorami; polecenia dla ucznia, w tym obliczeniowe.

Zasób zawiera wyjaśnienie pojęcia: satelita stacjonarny (satelita geostacjonarny).

Zasób zawiera biogram: Heinrich Rudolf Hertz

Ruch jednostajny po okręgu

Ruch jednostajny po okręgu od wieków uważano za najdoskonalszą formę ruchu. Arystoteles sądził, że okrąg jest figurą doskonałą, a natura ruchu po okręgu – boska. Dzisiaj już nikt tak raczej nie myśli. Ta lekcja pozwoli Ci zrozumieć prawdziwą naturę ruchu, która wyłania się z praw fizyki.



Klasycznym przykładem ruchu po okręgu jest karuzela łańcuchowa. Parametry ruchu obrotowego krzeselka z jego pasażerem będą się zmieniać, ale sam pasażer siedzący w krzeselku zawsze będzie krążył po okręgu

Źródło: Juanedc, Flickr, (<https://www.flickr.com/photos/juanedc/8415640343/sizes/o/>), licencja: CC BY 2.0.

Przed przystąpieniem do zapoznania się z tematem, należy znać poniższe zagadnienia

- wzór na obwód okręgu o zadanym promieniu;
- [prędkość ciała i jej jednostki](#);
- [ruch jednostajny prostoliniowy](#).

Nauczysz się

- poznasz definicje takich wielkości fizycznych, jak: prędkość liniowa, okres obiegu i częstotliwość obiegu;
- obliczać wartości tych wielkości;
- opisywać ruch jednostajny po okręgu jako ruch, w którym prędkość jest stała, torem jest okrąg, a kierunek i zwrot wektora prędkości zmienia się w czasie.

Ruch jednostajny po okręgu

Na lekcjach fizyki omówione zostały szczegółowo zagadnienia dotyczące ruchu jednostajnego prostoliniowego i jednostajnie przyspieszonego. Tory, po których poruszają się ciała, mogą być jednak w rzeczywistości znacznie bardziej złożone. Gdy jedziemy autobusem

do szkoły, poruszamy się po linii krzywej, której poszczególne odcinki są zwykle łukami zakrętów, prostymi i – jak dzieje się podczas pokonywania ronda – okręgami.



Torem ruchu samochodu poruszającego się po rondzie jest okrąg

Źródło: Krzysztof Jaworski <Krzysztof.jaworski@up.wroc.pl>, licencja: CC BY 3.0.

Podobnie poruszają się poszczególne punkty obracających się ciał: Ziemi, bębna w pralce, wskazówek zegara, kół samochodu podczas jazdy. Dobrym przykładem ruchu ciał po okręgu jest ruch krzeselka karuzeli czy ruch niektórych ciał niebieskich. Po okręgach poruszają się tzw. [satelity geostacjonarne](#).

Ruch punktu po okręgu charakteryzują pewne wielkości fizyczne, tj. **okres**, **częstotliwość** i **prędkość**.

Zapamiętaj!

Čęstotliwość poruszającego się ciała wynosi **1 Hz**, jeśli w czasie jednej sekundy wykonuje ono jeden obieg po okręgu.

Nazwa jednostki częstotliwości pochodzi od nazwiska odkrywcy fal elektromagnetycznych – [Heinricha Hertza](#).

Przykład 1

Do koła jadącego samochodu przykleił się w jednym miejscu liść. Koło ma średnicę 40 cm i wykonuje 960 obrotów na minutę. Oblicz okres i częstotliwość ruchu po okręgu liścia przyklejonego do opony.

Dane:

$$n = 960$$

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

Szukane:

$$T = ?$$

$$f = ?$$

Wzory:

$$T = \frac{t}{n}$$

$$f = \frac{n}{t}$$

Obliczenia:

$$T = \frac{60 \text{ s}}{960} = \frac{1}{16} \text{ s} = 0,0625 \text{ s}$$

$$f = \frac{960}{60 \text{ s}} = 16 \text{ Hz}$$

Odpowiedź:

Czas jednego obiegu, jaki liść wykonuje wraz z obracającym się kołem samochodu (okres obiegu) wynosi 0,0625 s. Liść wykonuje 16 obiegów w ciągu jednej sekundy.

Zwróć uwagę, że otrzymane wyniki można zapisać jako liczby odwrotne. **Mówimy, że częstotliwość jest odwrotnością okresu.**

$$f = \frac{1}{T}$$

Ćwiczenie 1



Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadania przygotuj kartkę papieru i przybory do pisania. Może przydać się również kalkulator.

Krzesetko karuzeli wykonuje 12 obrotów w czasie 1 minuty. Oblicz ile wynosi okres i częstotliwość obrotów. Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $T = \frac{1}{5} \text{ s}, f = 0,5 \text{ Hz}.$

☐ $T = 5 \text{ s}, f = 0,5 \text{ Hz}.$

☐ $T = 5 \text{ s}, f = \frac{1}{5} \text{ Hz}.$

☐ $T = 5 \text{ s}, f = 0,2 \text{ Hz}.$

☐ $T = 5 \text{ Hz}, f = 0,5 \text{ s}.$

☐ $T = \frac{1}{5} \text{ s}, f = 0,2 \text{ Hz}.$

☐ $T = 0,2 \text{ Hz}, f = \frac{1}{5} \text{ s}.$

☐ $T = 0,2 \text{ s}, f = \frac{1}{5} \text{ Hz}.$

W ruchu jednostajnym prostoliniowym ciało porusza się ze stałą prędkością, a jej punkt przyłożenia, kierunek, zwrot i wartość nie ulegają zmianie. Czy prędkość, rozumiana jako wielkość wektorowa, będzie się zmieniać, jeśli torem ruchu stanie się okrąg, a wartość prędkości będzie stała?

Uruchom symulację.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PkxGlvVoe>

Prędkość w ruchu po okręgu

Źródło: Tomorrow Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Za pomocą myszki umieść żeton na obracającej się płycie. Następnie naciśnij przycisk: „Pokaż wektor prędkości” i obserwuj jego zachowanie. Zmień położenie żetonu. Ponownie wybierz opcję „Pokaż wektor prędkości”. Czynność powtórz trzykrotnie. Możesz także zmienić prędkość wirowania płyty za pomocą suwaka i ponownie przyrzeć się wektorowi prędkości żetonu.

Ćwiczenie 2



Uzupełnij luki. Kliknij w lukę, aby wyświetlić listę rozwijalną i wybierz poprawne wyrażenie, bądź przeciągnij wyrazy z rozsypanki na dole. Pamiętaj, że nie musisz użyć wszystkich wyrazów.

W ruchu po okręgu o stałym promieniu i stałej liczbie obrotów tarczy w jednostce czasu, nie zmienia się prędkości liniowej żetonu oraz . Kierunek i zwrot prędkości . Wektor prędkości żetonu jest do okręgu, po którym porusza się ciało. Przy stałej liczbie obrotów tarczy w jednostce czasu prędkości wirowania, wartość prędkości, widoczna jako długość wektora, od promienia okręgu. Im ciało znajduje się dalej od środka okręgu, tym wartość jego prędkości . Wartość prędkości liniowej jest proporcjonalna do promienia okręgu.

są stałe

jest mniejsza

wprost

zależy

zwrot

równoległy

jest większa

punkt przyłożenia

kierunek

nie zależy

wartość

odwrotnie

nie zmienia się

zmieniają się

styczny

Prędkość, którą rozważaliśmy, jest nazywana **prędkością liniową**.

W każdym ruchu jednostajnym, wartość prędkości można obliczyć dzieląc przebytą drogę przez czas trwania ruchu:

$$v = \frac{s}{t}$$

W ruchu jednostajnym po okręgu o promieniu r przebyta droga podczas jednego obiegu jest równa długości okręgu, czyli:

$$s = 2\pi r$$

Czas potrzebny na pokonanie takiej drogi to okres ruchu po okręgu T . Zatem wzór na prędkość liniową w ruchu jednostajnym po okręgu przyjmie postać:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

gdzie:

$v \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$ – prędkość liniowa;

$r[\text{m}]$ – promień okręgu;

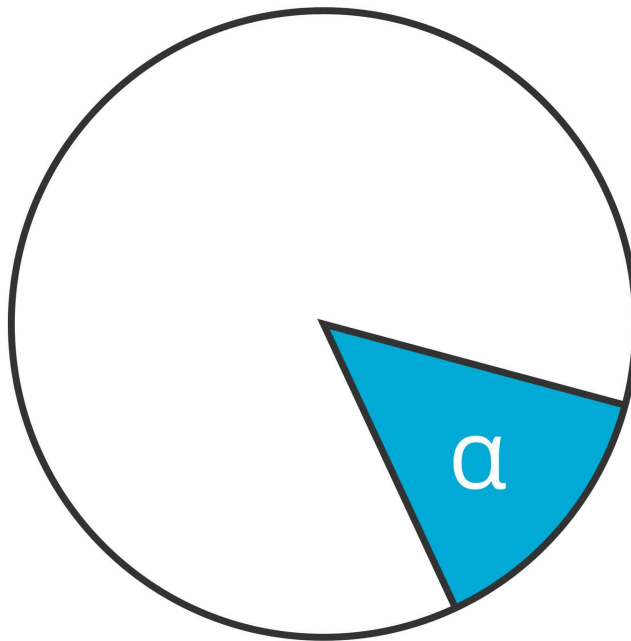
$T[\text{s}]$ – okres.

Prędkość liniowa w ruchu po okręgu jest wprost proporcjonalna do jego promienia i odwrotnie proporcjonalna do okresu. Pamiętając o zależności między okresem T , a częstotliwością f ($f = \frac{1}{T}$) możemy do wzoru na prędkość liniową wstawić częstotliwość. Otrzymamy wtedy:

$$v = 2\pi r f$$

Ciekawostka

Do opisu ruchu po okręgu fizycy posługują się jeszcze prędkością kątową. Podczas obiegu ciała po okręgu ciało i środek okręgu są połączone odcinkiem. Zakreśla on pewien kąt α . W czasie pełnego okresu T zakreślany jest kąt 360° . Jeśli wybierzemy dowolny przedział czasu t , to prędkość kątowa jest stosunkiem zakreślonego kąta α do czasu, w którym ten kąt został zakreślony:



Prędkość kątowa to stosunek kąta α zakreślonego przez promień wodzący do czasu, w którym został zakreślony

Źródło: Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, licencja: CC BY 3.0.

$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

gdzie:

ω – prędkość kątowa;

α – zakreślony kąt;

t – czas.

Przykład 2

Bęben pralki mający promień 25 cm wykonuje 1200 obrotów na minutę.

1. Oblicz okres obrotu i częstotliwość obrotów bębna.
2. Oblicz wartość prędkości liniowej dla punktu położonego w odległości 25 cm od osi obrotu bębna.

Rozwiązanie:

1. Bęben wykonuje 1200 obrotów w czasie 1 minuty, czyli 60 sekund. Ile obrotów wykona w czasie 1 sekundy? Ile będzie wynosił czas jednego obrotu (okres)?

1200 obrotów:60 s = $20 \frac{\text{obrotów}}{\text{s}}$, co oznacza, że $f = 20 \text{ Hz}$. Skoro $T = \frac{1}{f}$, to $T = \frac{1}{20} \text{ s}$, czyli 0,05 s.

2. Prędkość liniowa jest równa $v = \frac{2\pi r}{T}$ lub $v = 2\pi r f$. Jeśli skorzystamy z drugiego wzoru, otrzymamy:

$$v = 2\pi \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 20 \text{ Hz} = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,25 \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 31,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Odpowiedź:

1. Częstotliwość obrotów wynosi 20 Hz, a okres jednego obrotu to 0,05 s.
2. Punkt położony w odległości 25 cm od osi bębna porusza się z prędkością $31,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Przykład 3

Krzesełko karuzeli wykonuje 15 obrotów w ciągu minuty. Oblicz wartość prędkości liniowej, z jaką porusza się dziecko siedzące na krzesełku w odległości 4 m od osi obrotu.

Rozwiązanie:

Prędkość liniową można obliczyć ze wzoru: $v = 2\pi r f$ lub $v = \frac{2\pi r}{T}$. Ponieważ ramię karuzeli jest promieniem okręgu, po którym porusza się dziecko, to musimy jedynie obliczyć okres obiegu lub częstotliwość.

Jeżeli krzesełko z dzieckiem wykonuje 15 obiegów w czasie 60 sekund, to czas jednego obiegu wynosi $T = \frac{60 \text{ s}}{15}$, czyli 4 s. Wartość prędkości liniowej wynosi zaś

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4 \text{ m}}{4 \text{ s}} = 6,28 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Jeśli chcemy skorzystać z zależności $v = 2\pi r f$, musimy obliczyć najpierw częstotliwość. Wprawdzie jest ona podana, ale nie w czasie 1 sekundy, lecz 1 minuty. Ponieważ minuta ma 60 sekund, w ciągu 1 sekundy krzesełko będzie poruszać się z częstotliwością

$$f = \frac{15}{\text{min}} = \frac{15}{60 \text{ s}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\text{s}}; f = \frac{1}{4} \text{ Hz}.$$

Resztę obliczeń wykonaj samodzielnie.

Ćwiczenie 3



Uzupełnij tekst wybierając właściwą odpowiedź. Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadania przygotuj kartkę papieru i przybory do pisania. Może przydać się również kalkulator.

Kamień przymocowano do sznurka o długości 50 cm i wprowadzono w ruch po okręgu w płaszczyźnie pionowej. W czasie 1 minuty kamień wykonywał 30 obiegów.

Okres obiegu kamienia wynosi . Jego częstotliwość to . Jednostką częstotliwości jest herc, który jest równy . Mając te dane możemy obliczyć także prędkość liniową kamienia. Wynosi ona .

2 Hz

$3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$1,57 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

2 sekundy

$15,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$\frac{1}{2}$ Hz

0,5 sekundy

$\frac{1}{\text{s}}$

0,5 Hz

$157 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Ćwiczenie 4



Przed przystąpieniem do rozwiązania zadania przygotuj kartkę papieru i przybory do pisania. Zaznacz odpowiedzi zawierające wzory, które pozwolą obliczyć promień okręgu.

☐ $r = \frac{2\pi v}{f}$

☐ $r = \frac{f}{2\pi v}$

☐ $r = \frac{2\pi f}{v}$

☐ $r = \frac{v}{2\pi f}$

☐ $r = \frac{v \cdot T}{2\pi}$

☐ $r = \frac{T}{2\pi v}$

☐ $r = \frac{vf}{2\pi}$

☐ $r = \frac{2\pi v}{T}$

☐ $r = \frac{2\pi T}{v}$

☐ $r = \frac{v}{2\pi T}$

Podsumowanie

- Do opisu ruchu po okręgu posługujemy się pojęciami „okres obiegu” i „częstotliwość”. Okresem T nazywamy czas potrzebny na wykonanie jednego pełnego obiegu po okręgu. Częstotliwością f nazywamy liczbę pełnych obiegów wykonywanych w jednostce czasu.
- W ruchu jednostajnym po okręgu wartość prędkości liniowej jest stała, lecz zmieniają się kierunek i zwrot wektora prędkości. Prędkość liniowa jest styczna do okręgu.
- Prędkość liniową v obliczamy ze wzoru:
 $v = \frac{2\pi r}{T}$ lub $v = 2\pi r f$.

Ćwiczenie 5



Znajdź, jaką wartość ma promień równikowy (np. w tablicach fizycznych lub geograficznych, bądź też w internecie). Następnie skorzystaj z poznanych wzorów dotyczących ruchu po okręgu i oblicz prędkość liniową na równiku. Odpowiedź wyraż w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Ciekawostka

W Internecie bądź w tablicach możesz znaleźć prędkość liniową Ziemi na równiku wynoszącą około $1674 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Wartość ta różni się od tej otrzymanej w zadaniu. Wynika to z faktu, że dokładny czas obrotu Ziemi to 23 godziny 56 minut i 4 sekundy. Jednak w celu ułatwienia obliczeń przyjęliśmy, że okres wynosi równe 24 godziny. Jeśli masz ochotę, możesz powtórzyć obliczenia tym razem podstawiając za okres wartość rzeczywistą.

Ćwiczenie 6



Oblicz prędkość Księżyca na orbicie. Przyjmij, że średnia odległość Księżyca od Ziemi jest równa 385000 km, a czas obiegu odpowiada miesiącowi gwiazdowemu (patrz: [Księżyc – naturalny satelita](#)). Wynik wyraż w $\frac{\text{km}}{\text{s}}$.

Ćwiczenie 7



Wybierz, czy dane zagadnienie dotyczy częstotliwości czy okresu

Okres	Częstotliwość

przykład: liczba obrotów karuzeli w czasie 1 sekundy

liczba pełnych obiegów wykonanych w jednostce czasu

jednostką jest sekunda

przykład: czas obiegu Ziemi wokół Słońca

jednostką jest herc

czas potrzebny na wykonanie jednego pełnego obiegu po okręgu

Słownik

okres T

czas potrzebny na wykonanie jednego pełnego obiegu po okręgu; jednostką okresu jest sekunda (s).

częstotliwość f

liczba obiegów po okręgu wykonanych w jednostce czasu; jednostką częstotliwości jest herc Hz.

herc Hz

jednostka miary częstotliwości w układzie SI; $1 \text{ Hz} = \frac{1}{1 \text{ s}} = 1 \text{ s}^{-1}$.

satelita geostacjonarny

sztuczny satelita przebywający na geostacjonarnej orbicie Ziemi; orbita geostacjonarna to orbita kołowa, która pozwala umieszczonym na niej obiektom (zwykle satelitom telekomunikacyjnym) zachować stałe położenie nad wybranym punktem równika Ziemi.

prędkość liniowa

prędkość styczna do okręgu w każdym punkcie; jej kierunek i zwrot się zmieniają.

Biogram



Heinrich Hertz

Źródło: Krzysztof Jaworski <Krzysztof.jaworski@up.wroc.pl>.

Heinrich Rudolf Hertz

1857.02.22 Hamburg – 1894.01.1 Bonn

Heinrich Hertz studiował fizykę w Monachium i Berlinie. Po uzyskaniu tytułu doktora był wykładowcą na różnych uczelniach. W Karlsruhe rozpoczął badania nad falami elektromagnetycznymi i skonstruował specjalne urządzenie do ich wzbudzania, tzw. oscylator elektryczny. W 1887 r. udowodnił istnienie fal elektromagnetycznych. Następnie wykazał, że mają one cechy światła – ulegają zjawiskom odbicia, załamania, interferencji (nakładanie się), dyfrakcji (uginanie się) i polaryzacji. Ponadto udowodnił, że fale elektromagnetyczne rozchodzą się z prędkością światła i mogą być przekazywane na odległość. Odkrył zewnętrzny efekt fotoelektryczny. Aby uhonorować Hertza za te odkrycia, jednostkę częstotliwości w układzie SI nazwano hercem (Hz).