



Pole równoległoboku

Materiał składa się z sekcji: "Obliczanie pola prostokąta", "Pole kwadratu", "Pole równoległoboku", "Pole rombu".

Materiał zawiera ilustracje (fotografie, obrazy, rysunki), filmy, ćwiczenia interaktywne w tym otwarte.

Zawartość tekstowa: przypomnienie wiadomości o równoległoboku, wyznaczanie pola prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu – zastosowania.

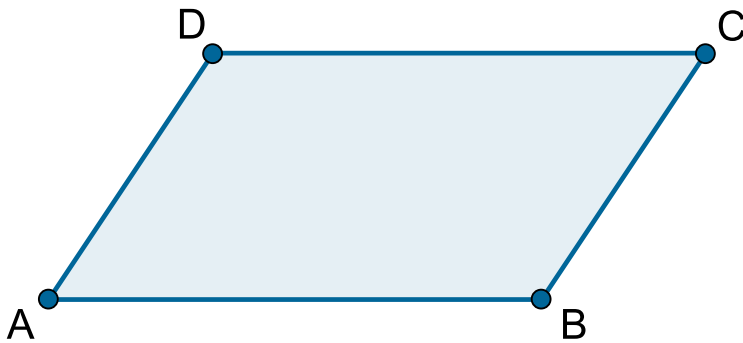
Ćwiczenia: wyznaczanie pola prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, również w sytuacjach praktycznych.

Pole równoległoboku

W tym materiale zawarte są przykłady, które pokazują jak obliczyć pola różnych równoległoboków. Po przeanalizowaniu zadań, możesz sprawdzić swoje umiejętności, samodzielnie wyznaczając pola kwadratów, prostokątów, równoległoboków i rombów oraz figur z nich zbudowanych .

Definicja: Równoległobok

Równoległobok to czworokąt, który ma dwie pary równoległych boków.



$$AB \parallel DC$$

$$AD \parallel BC$$

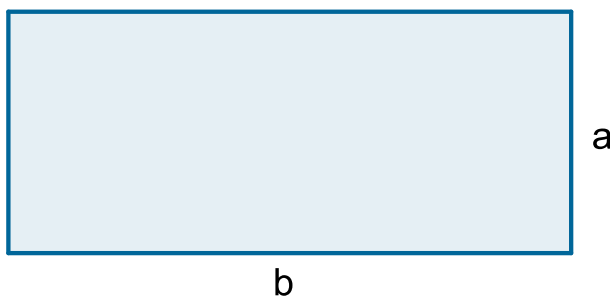
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Równoległobokami są na przykład prostokąty, kwadraty i romby.

Obliczanie pola prostokąta

Ważne!



$$P = a \cdot b$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

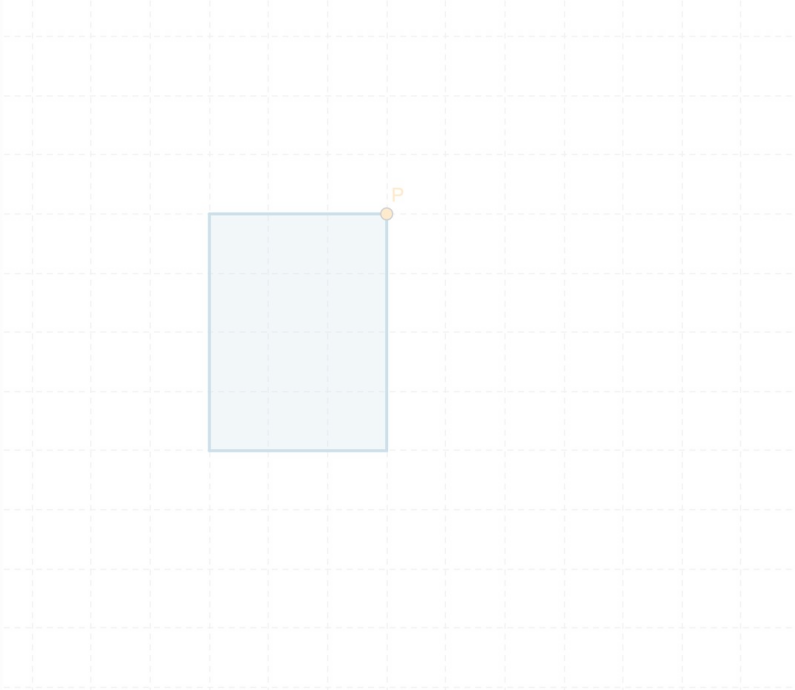
Pole prostokąta o bokach długości a oraz b jest równe:

$$P = a \cdot b.$$

Polecenie 1

Pole prostokąta

Przesuń punkt P tak,
by utworzyć inny prostokąt o polu
równym 12 cm^2 .
Bok jednej kratki ma długość 1 cm .

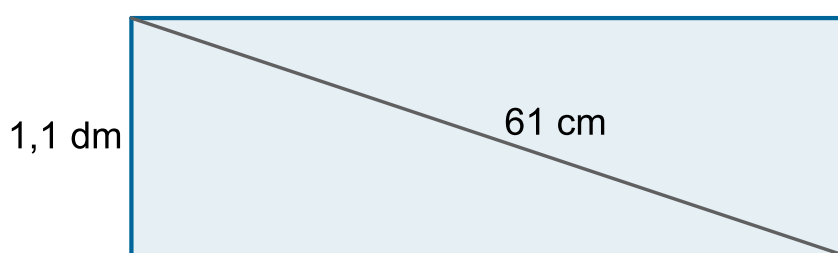


Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PIFGI20ns>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 1

Obliczymy pole prostokąta o przekątnej długości 61 cm , którego krótszy bok ma długość $1,1 \text{ dm}$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zapisujemy szerokość prostokąta w centymetrach.

$$1,1 \text{ dm} = 11 \text{ cm}.$$

Korzystając z twierdzenia Pitagorasa, obliczamy długość a prostokąta.

$$11^2 + a^2 = 61^2$$

$$121 + a^2 = 3721$$

$$a^2 = 3600, a > 0$$

$$a = 60.$$

Obliczamy pole prostokąta.

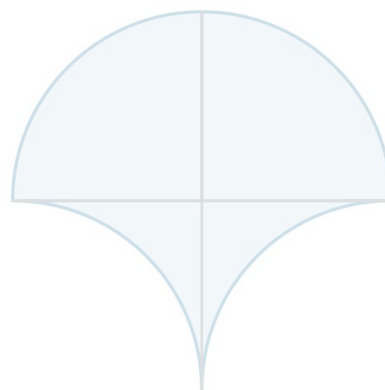
$$P = 11 \cdot 60$$

$$P = 660 \text{ cm}^2.$$

Pole prostokąta jest równe 660 cm^2 .

Przykład 2

Zapoznaj się z poniższym apletem.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PIFGI20ns>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Obliczymy pole przedstawionej w aplecie „parasolki”.

Zauważmy, że choć „parasolka” zbudowana jest z fragmentów koła, to jej pole można obliczyć mimo nieznaności wzoru na pole koła.

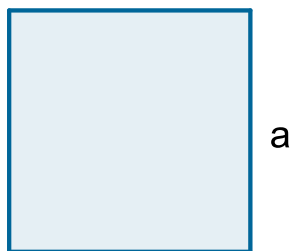
„Parasolka” i prostokąt o bokach długości a i $\frac{a}{2}$ składają się z części odpowiednio do siebie przystających. O takich figurach mówimy, że są równoważne. Pola tych figur są równe.

Pole „parasolki” jest równe $P = \frac{1}{2}a^2$.

Pole kwadratu

Kwadrat to prostokąt, którego boki są równe. Jego pole obliczamy więc podobnie jak pole prostokąta.

Ważne!



$$P = a \cdot a = a^2$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

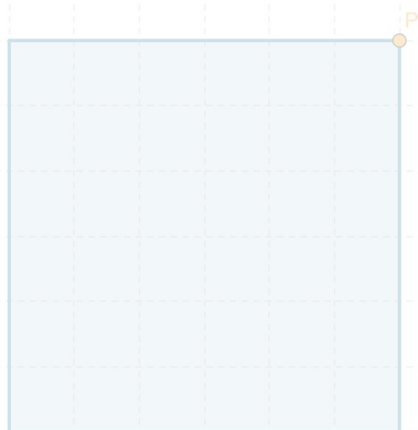
Pole kwadratu o boku długości a jest równe

$$P = a \cdot a = a^2.$$

Polecenie 2

Pole kwadratu

Przesuń punkt P tak,
by utworzony kwadrat miał pole
równe 4 cm^2 .
Bok jednej kratki ma długość 1 cm .



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PIFGI20ns>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

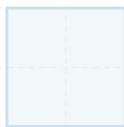
Polecenie 3

Pole kwadratu



Podaj pole pokazanego kwadratu,
jeżeli bok jednej kratki ma długość 1 cm .

Pole kwadratu jest równe cm^2 .



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PIFGI20ns>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 3

Pole kwadratu jest równe 49. Obliczymy długość jego przekątnej.

Obliczamy najpierw długość a boku kwadratu.

$$a^2 = 49$$

$$a = 7.$$

Długość d przekątnej obliczamy, korzystając ze wzoru na przekątną kwadratu.

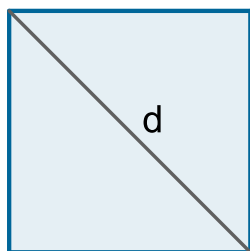
$$d = a\sqrt{2}$$

$$d = 7\sqrt{2}.$$

Długość przekątnej kwadratu jest równa $7\sqrt{2}$.

Pole kwadratu można obliczyć, znając długość jego przekątnej.

Ważne!



$$P = \frac{1}{2} d^2$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Pole kwadratu o przekątnej długości d jest równe

$$P = \frac{1}{2} d^2.$$

Ćwiczenie 1

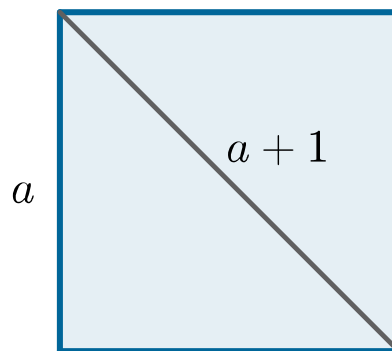


Uzasadnij prawdziwość wzoru na pole kwadratu o przekątnej długości d .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 4

Obliczymy obwód i pole kwadratu, wiedząc, że jego przekątna jest o 1 dłuższa od boku.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Oznaczmy: a – długość boku kwadratu. Wtedy jego przekątna d ma długość $a + 1$.

Korzystamy ze wzoru na przekątną kwadratu.

$$d = a\sqrt{2}$$

$$a\sqrt{2} = a + 1$$

$$a\sqrt{2} - a = 1$$

$$a(\sqrt{2} - 1) = 1$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}.$$

Usuwamy niewymierność z mianownika ułamka, rozszerzając ułamek przez $\sqrt{2} + 1$ i wykonując wskazane działania.

$$a = \frac{1 \cdot (\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{2} - 1}$$

$$a = \frac{\sqrt{2} + 1}{1}$$

$$a = \sqrt{2} + 1.$$

Obliczamy obwód kwadratu.

$$L = 4(\sqrt{2} + 1).$$

Obliczamy pole kwadratu.

$$P = (\sqrt{2} + 1)^2$$

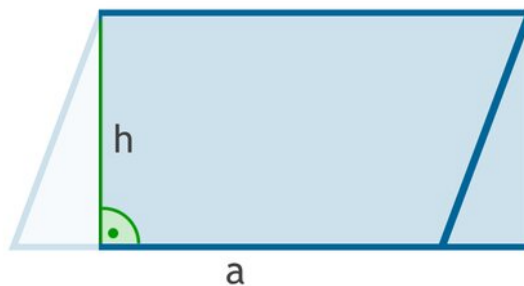
$$P = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + 1) = 2 + \sqrt{2} + \sqrt{2} + 1 = 3 + 2\sqrt{2}.$$

Obwód kwadratu jest równy $4(\sqrt{2} + 1)$, a jego pole $3 + 2\sqrt{2}$.

Pole równoległoboku

Zapamiętaj!

Pole równoległoboku



$$P = a \cdot h$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1aRT3zsutvqi>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia i uzasadnia prawdziwość wzoru na pole równoległoboku.

Przykład 5

Rysunek przedstawia równoległobok $ABCD$ (w różnym położeniu) o wysokości h poprowadzonej do boku długości a .

Przekształcimy równoległobok tak, aby otrzymać prostokąt.

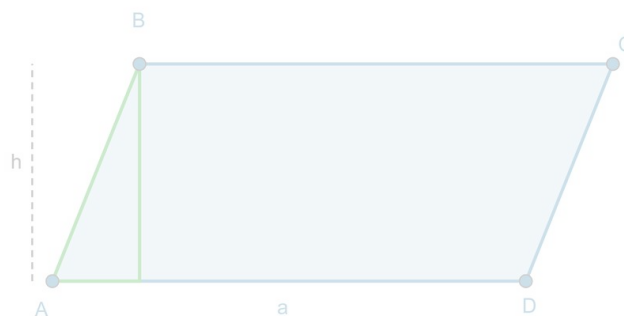
- przypadek I

Dany jest równoległobok $ABCD$
o podstawie a i wysokości h .

Przesuń suwak i zobacz,
jak powstaje prostokąt $BCEF$.



Czy po tym doświadczeniu potrafisz
napisać wzór na pole równoległoboku?



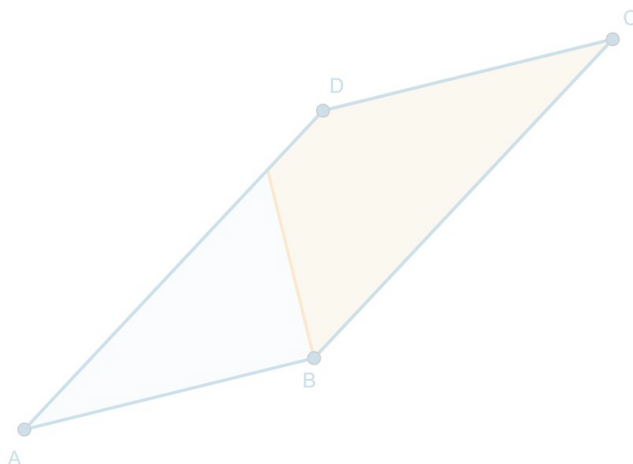
Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PIFGI20ns>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- przypadek II

Dany jest równoległobok ABCD.

Przesuń suwak i obserwuj zmianę położenia figury pomarańczowej.

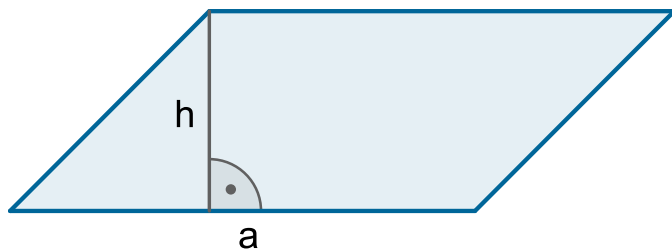


Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PIFGI20ns>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zauważmy, że pole równoległoboku jest równe polu wyznaczonego prostokąta.

Ważne!



$$P = a \cdot h$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Pole równoległoboku o podstawie długości a i wysokości h poprowadzonej do tej podstawy jest równe

$$P = a \cdot h.$$

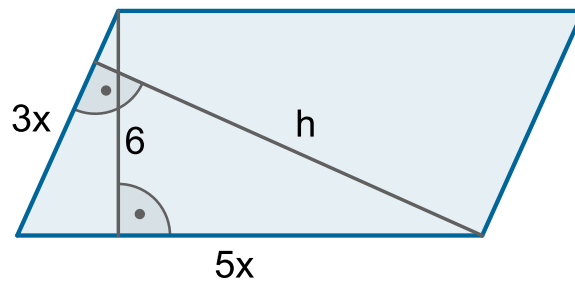
Przykład 6

Stosunek długości boków równoległoboku jest równy 3 : 5. Obwód równoległoboku jest równy 40. Wysokość poprowadzona do dłuższego boku jest równa 6. Obliczmy długość drugiej wysokości równoległoboku.

Oznaczmy:

- $3x$ (gdzie x jest liczbą dodatnią) – długość krótszego boku równoległoboku
- $5x$ (gdzie x jest liczbą dodatnią) – długość dłuższego boku równoległoboku.

Obliczamy długości boków równoległoboku, korzystając z tego, że obwód równoległoboku jest równy 40.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$$2(3x + 5x) = 40 \mid : 2$$

$$8x = 20$$

$$x = 2,5$$

$$3x = 3 \cdot 2,5 = 7,5$$

$$5x = 5 \cdot 2,5 = 12,5.$$

Obliczamy pole równoległoboku.

$$P = 12,5 \cdot 6 = 75.$$

Pole równoległoboku możemy też obliczyć jako iloczyn krótszego boku i wysokości poprowadzonej do tego boku.

$$7,5 \cdot h = 75$$

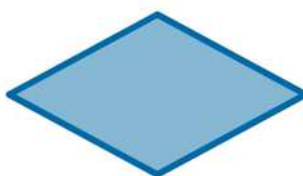
$$h = 10.$$

Druga z wysokości równoległoboku jest równa 10.

Pole rombu



W kształcie jakiego wielokąta jest otrzymana część?



Film dostępny pod adresem </preview/resource/REEwnlBI1rcGl>

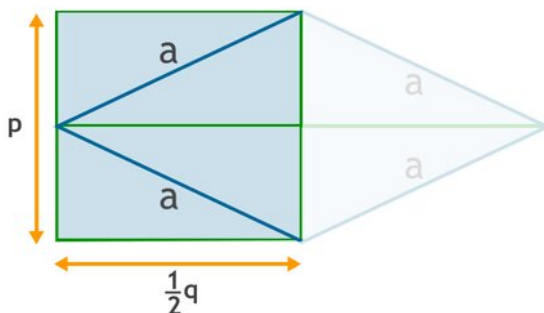
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja pokazuje jak należy postępować, aby z prostokątnej kartki otrzymać romb.

Zapamiętaj!



Pole rombu



$$P = \frac{1}{2}q \cdot p$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1OcF3RImSYAC>

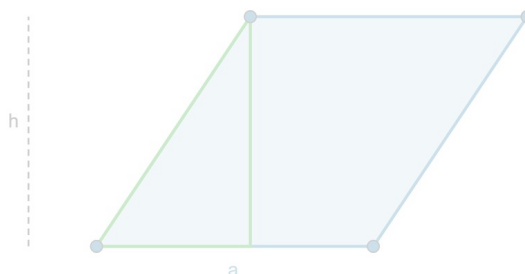
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia i uzasadnia prawdziwość wzoru na pole rombu.

Przykład 7

Rysunek przedstawia romb o wysokości h i boku długości a .

Przekształcimy romb tak, aby otrzymać prostokąt.

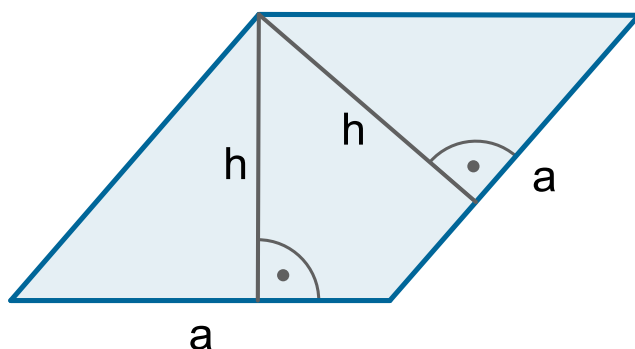


Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PIFGI20ns>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zauważmy, że pole rombu jest równe polu wyznaczonego prostokąta.

Ważne!



$$P = a \cdot h$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Pole rombu o wysokości h i boku długości a jest równe

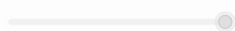
$$P = a \cdot h.$$

Przykład 8

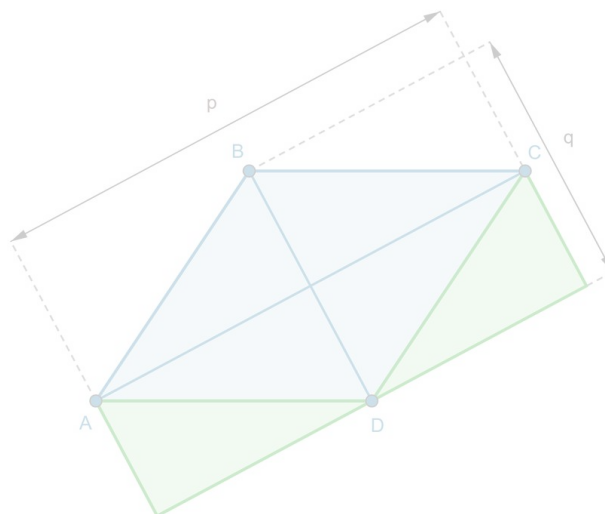
Rysunek przedstawia romb o przekątnych długości p i q . Przekształcimy romb tak, aby otrzymać prostokąt.

Dany jest romb o przekątnych długości p i q .

Przesuń suwak i zobacz, jak z rombu powstaje prostokąt.



Czy po tym doświadczeniu potrafisz napisać wzór na pole rombu?

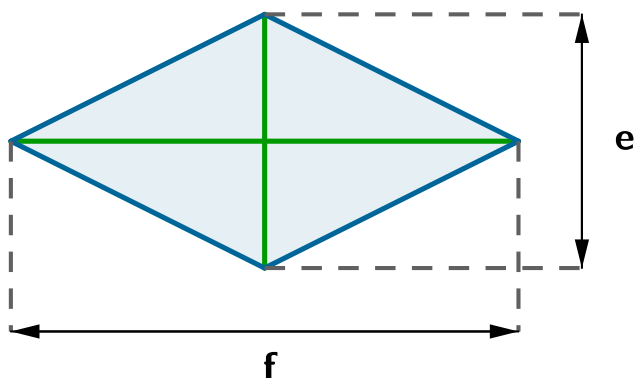


Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PIFGI20ns>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zauważmy, że pole rombu jest równe polu wyznaczonego prostokąta.

Ważne!



$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$

Pole rombu o przekątnych długości e i f jest równe

$$P = \frac{e \cdot f}{2}.$$

Przykład 9

Obwód rombu jest równy 148, a jedna z przekątnych rombu ma długość 24. Obliczmy pole rombu.

Obliczamy długość a boku rombu.

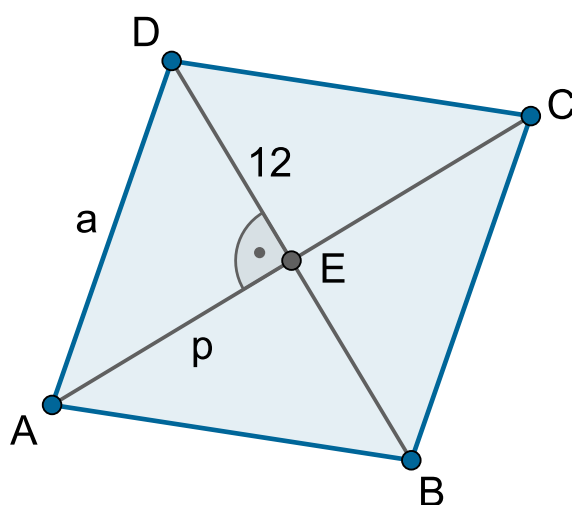
$$4a = 148$$

$$a = 37.$$

Przekątne rombu przecinają się pod kątem prostym. Oznaczmy E – punkt przecięcia przekątnych rombu, A, B, C, D – wierzchołki rombu. Otrzymujemy trójkąt prostokątny AED , w którym jedna z przyprostokątnych ma długość $24 : 2 = 12$, a przeciwprostokątna ma długość 37.

Obliczamy długość p drugiej przyprostokątnej, czyli połowę długości drugiej przekątnej rombu.

Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa.



$$p^2 + 12^2 = 37^2$$

$$p^2 = 1369 - 144$$

$$p^2 = 1225$$

$$p = \sqrt{1225} = 35.$$

Obliczamy długość drugiej przyprostokątnej.

$$2p = 2 \cdot 35 = 70.$$

Znając długości przekątnych rombu, obliczamy jego pole.

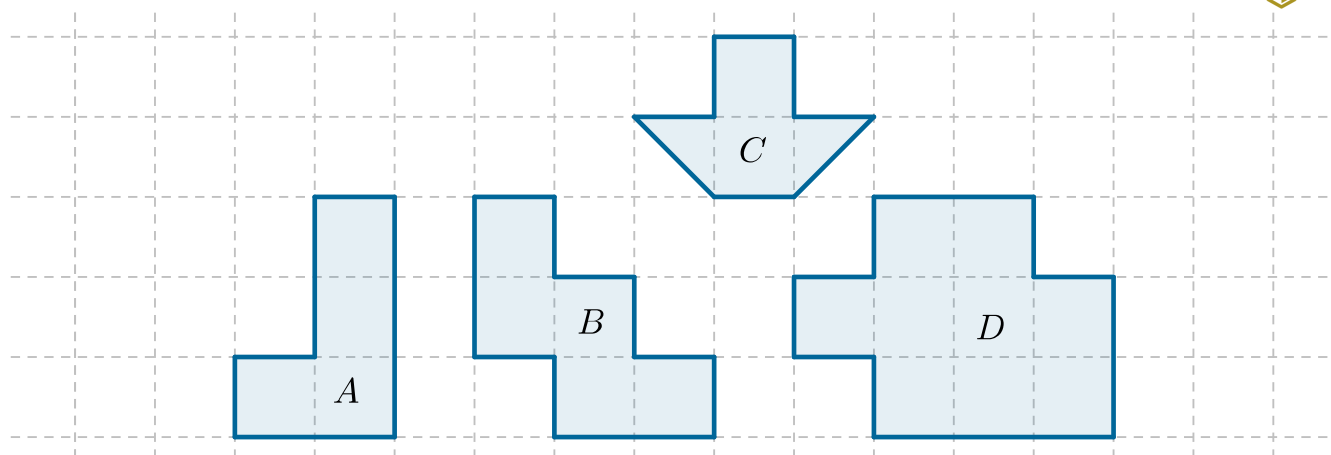
$$P = \frac{24 \cdot 70}{2}$$

$$P = 840.$$

Pole rombu jest równe 840.

Zadania

Ćwiczenie 2



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Oblicz pola figur przedstawionych na rysunku i wpisz wynik w puste luki. Przyjmij, że długość kratki na rysunku jest równa

- 1 cm

$$P_A = \text{ } \text{cm}^2$$

$$P_B = \text{ } \text{cm}^2$$

$$P_C = \text{ } \text{cm}^2$$

$$P_D = \text{ } \text{cm}^2$$

- 2 dm

$$P_A = \text{ } \text{dm}^2$$

$$P_B = \text{ } \text{dm}^2$$

$$P_C = \text{ } \text{dm}^2$$

$$P_D = \text{ } \text{dm}^2$$

- 0,5 m²

$$P_A = \text{ } \text{m}^2$$

$$P_B = \text{ } \text{m}^2$$

$$P_C = \text{ } \text{m}^2$$

$$P_D = \text{ } \text{m}^2$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Boisko do gry w siatkówkę ma wymiary 18 m i 9 m. Boisko to przedstawiono na planie wykonanym w skali 1 : 30. Uzupełnij poniższe zdanie, wpisując w lukę odpowiednią liczbę w zapisie dziesiętnym.

Odpowiedź: Wynika z tego, że pole tak otrzymanego prostokąta jest równe

m².

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Przekątne prostokąta mają długość 10 cm i przecinają się pod kątem 120°. Oblicz pole tego prostokąta i uzupełnij odpowiedź, przeciągając w lukę odpowiednią liczbę lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Odpowiedź: Pole prostokąta jest równe

cm².

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Stosunek długości boków prostokąta wynosi 3 : 4. Obwód prostokąta jest równy 28 cm. Oblicz pole prostokąta i uzupełnij odpowiedź, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

Odpowiedź: Pole prostokąta jest równe

cm².

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Szerokość prostokąta stanowi 0,25 jego długości. Pole prostokąta jest równe 6,25. Oblicz obwód prostokąta i uzupełnij odpowiedź, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

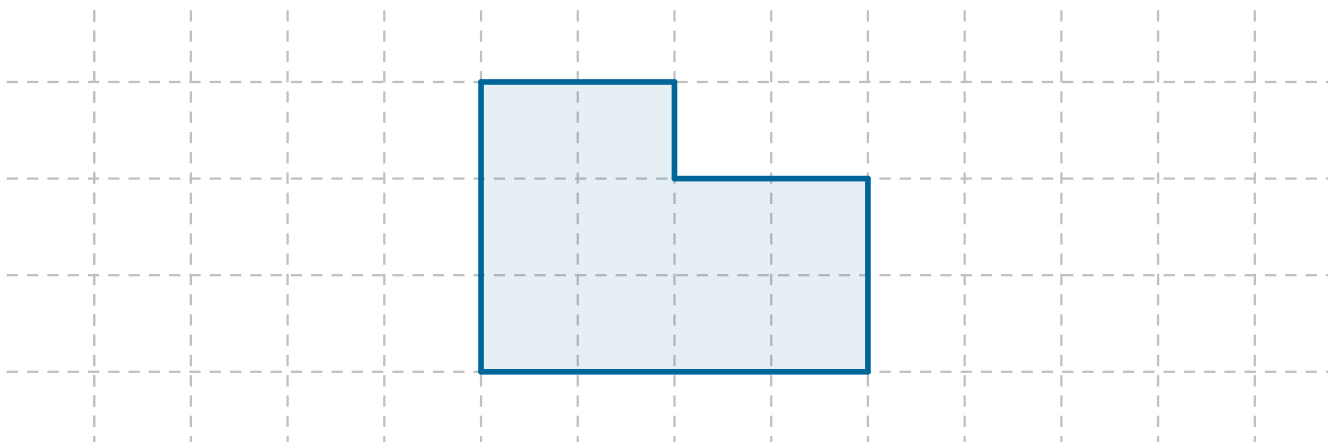
Odpowiedź: Obwód wynosi

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Figura na rysunku zbudowana jest z jednakowych kwadratów. Pole tej figury jest równe 2,5.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ile jest równy obwód tej figury? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 7,5

☐ 14

☐ 3,5

☐ 7

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Na środku kwadratowej podłogi w odległości 50 cm od każdej ze ścian leży kwadratowy dywan. Na planie wykonanym w skali 1 : 200 dywan ma wymiary 2 cm i 2 cm. Jaki procent powierzchni podłogi zajmuje ten dywan?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Obwód kwadratu jest równy 6,4 dm. Ile jest równe pole tego kwadratu przedstawionego w skali 3 : 1? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 19,2 dm²

☐ 7,68 dm²

☐ 23,04 dm²

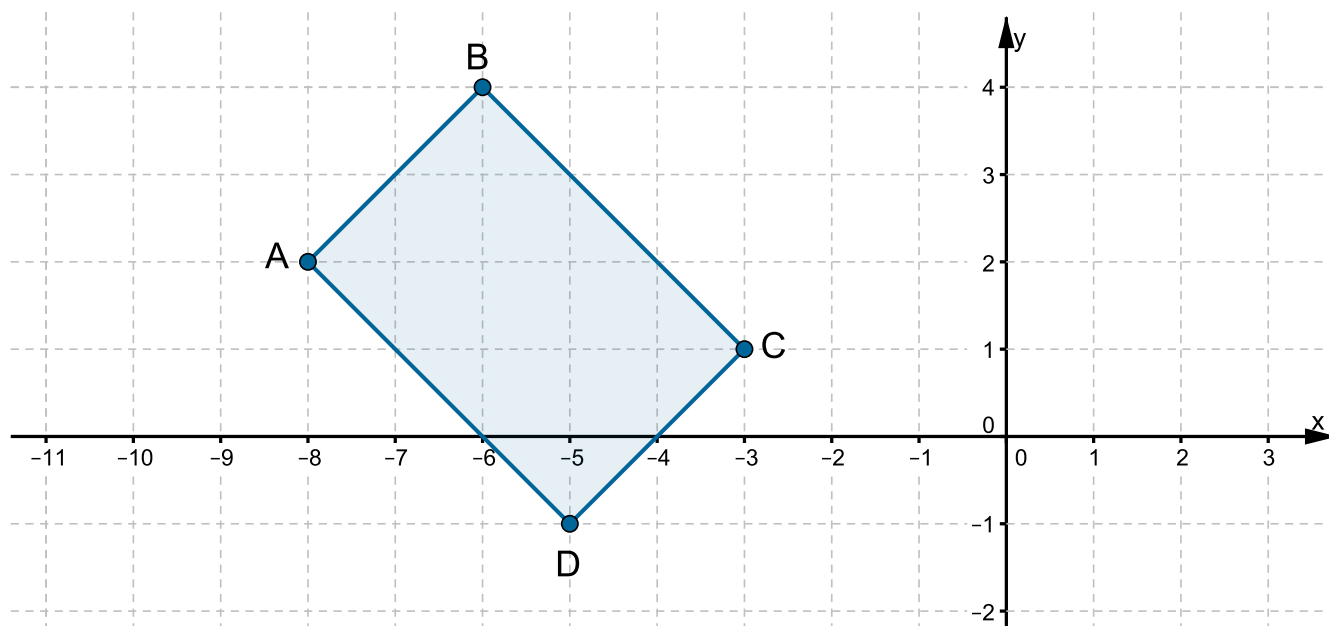
☐ 2,56 dm²

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Oblicz pole prostokąta $ABCD$ przedstawionego na poniższym rysunku.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ile wynosi pole prostokąta $ABCD$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 10

☐ 16

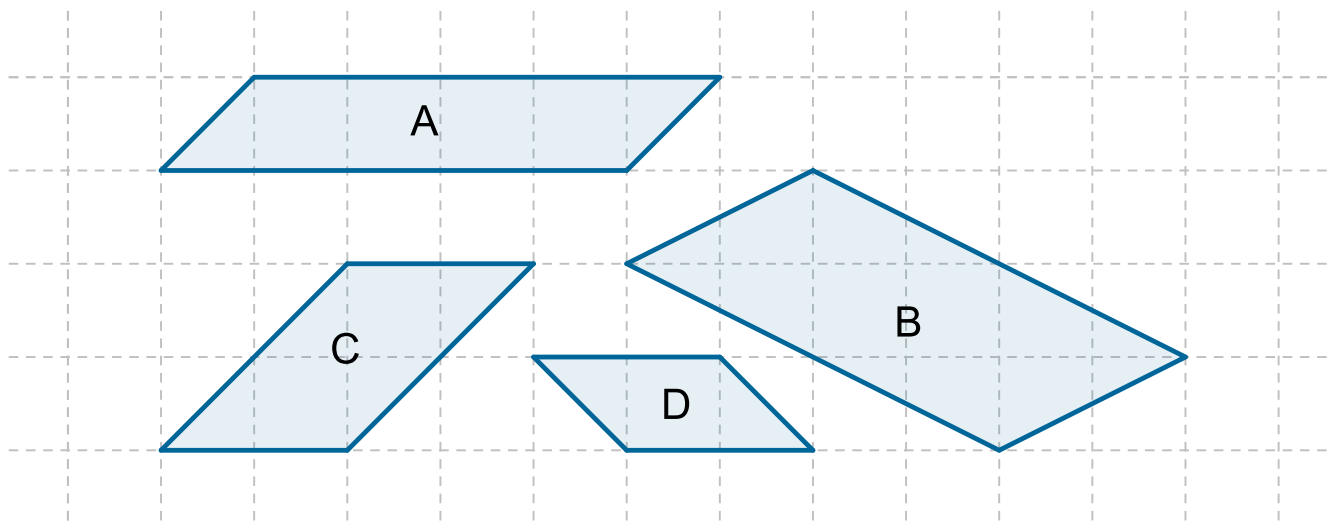
☐ 12

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Oblicz pole każdego z równoległoboków przedstawionych na rysunku. Przyjmij za jednostkę pole jednej kratki.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Połącz w pary figurę z wynikiem.

Figura *C*

8

Figura *A*

2

Figura *B*

4

Figura *D*

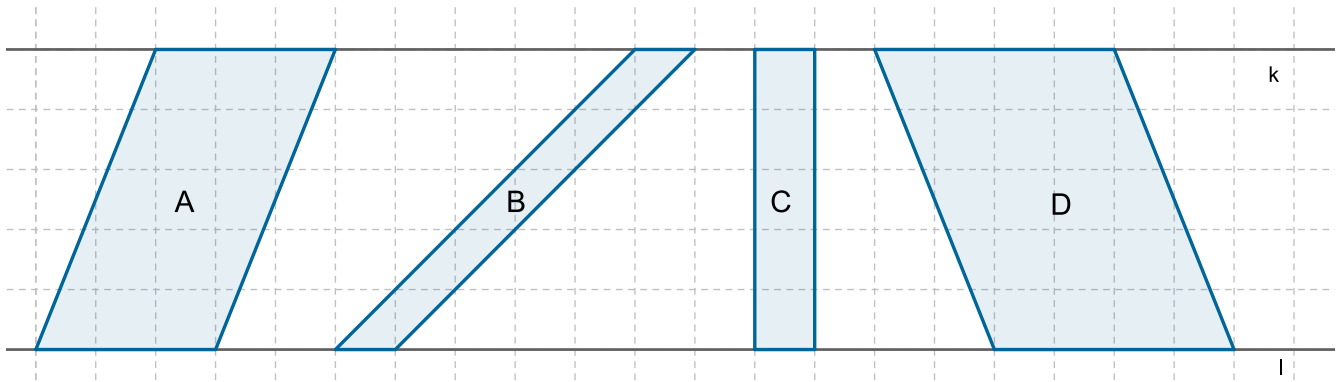
5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Proste k i l na poniższym rysunku są równoległe.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Za jednostkę pola przyjmij pole jednej kratki. Uzupełnij poniższe zdania, wpisując w luki odpowiednie liczby lub litery.

- Równoległobok o największym polu to .
- Pole największego z równoległoboków jest większe od pola najmniejszego z równoległoboków o .
- Pole równoległoboku B jest równe polu równoległoboku .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Pole równoległoboku jest równe 24 cm^2 .

1. Oblicz wysokość równoległoboku, wiedząc, że długość boku, do którego ta wysokość jest poprowadzona, wynosi 8 cm .
2. Wysokość poprowadzona do dłuższego boku jest równa 2 cm . Kąt ostry ma miarę 45° . Oblicz drugą wysokość równoległoboku.
3. Wysokość równoległoboku jest sześć razy większa od długości boku, do którego została poprowadzona. Oblicz wysokość.

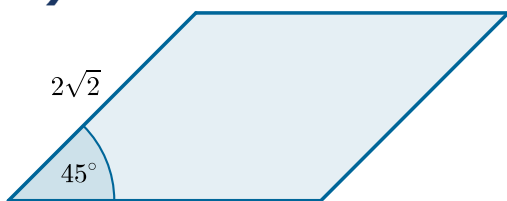
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

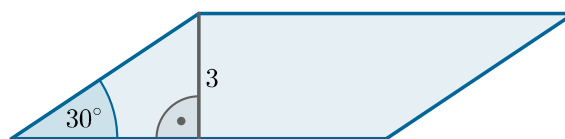


Pola równoległoboków przedstawionych na rysunku są równe 12. Oblicz obwód obu równoległoboków.

a)



b)



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Pole rombu jest równe 720. Jedna z przekątnych rombu ma długość 80.
Zaznacz poprawną odpowiedź.

- ☐ Druga przekątna rombu ma długość 20.
- ☐ Obwód rombu wyraża się liczbą niewymierną.
- ☐ Obwód rombu jest równy 164.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Uzupełnij poniższe zdania, wpisując w luki odpowiednie liczby.

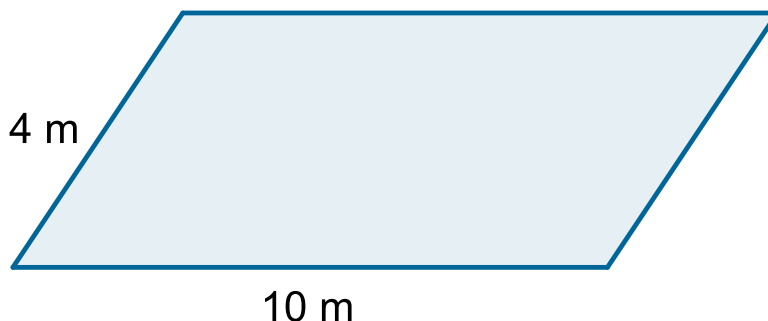
- Długość boku rombu, w którym pole jest równe 840, a jedna z przekątnych ma długość 40, to .
- Długość boku rombu, w którym pole jest równe 2184, a jedna z przekątnych ma długość 168, to .
- Długość boku rombu, w którym pole jest równe 336, a jedna z przekątnych ma długość 14, to .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Rabatka ma kształt równoległoboku, takiego jak na rysunku.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wydzielono część rabatki w kształcie rombu największego z możliwych i takiego, którego boki są równoległe do boków równoległoboku. Na części w kształcie rombu posadzono fiołki, a na pozostałej części rabatki. Jaki procent rabatki obsadzono bratkami?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐

Jeśli dwa romby mają przekątne tej samej długości, to ich pola i długości boków są równe.

☐

Jeśli romb ma przekątne równej długości, to jest kwadratem.

☐

Jeśli dwa romby mają boki tej samej długości, to ich pola są równe.

☐

Każdy romb jest równoległobokiem.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Każdy bok równoległoboku zwiększono o 10%. O ile procent zwiększy się jego pole? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ o mniej niż 20%

☐ o 10%

☐ o więcej niż 30%

☐ o mniej niż 30%

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20



Każdy bok prostokąta zwiększono 10%. O ile procent zwiększy się jego pole?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 21



Połączono środki boków prostokąta o wymiarach 4 cm na 8 cm.
Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ Pole otrzymanej figury jest równe 16 cm².

☐ Otrzymana figura jest kwadratem.

☐ Pole tej figury możemy obliczyć ze wzoru na pole prostokąta.

☐ Otrzymana figura to romb.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.