



Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej – pojęcie geometryczne

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Infografika](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej – pojęcie geometryczne

Źródło: T P Heinz, dostępny w internecie: www.pixabay.com.

Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej a nazywana jest też modułem liczby a .

Ma ona ścisły związek z pojęciem odległości.

W tym materiale poznasz interpretację geometryczną modułu.

Twoje cele

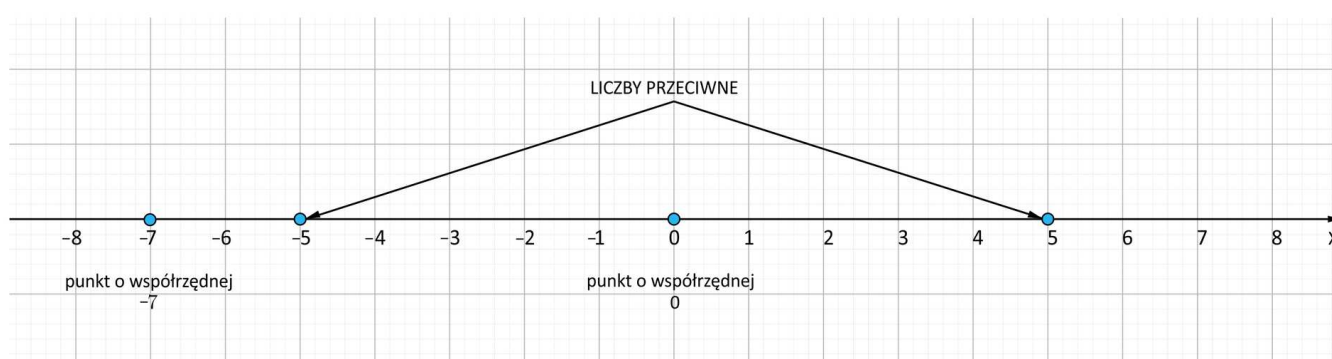
- Utrwalisz pojęcie liczby przeciwnej do liczby rzeczywistej a .
- Nauczysz się zaznaczać na osi liczbowej przedziały określone za pomocą wartości bezwzględnej liczby.
- Nauczysz się zapisywać za pomocą wartości bezwzględnej przedziały przedstawione na osi liczbowej.
- Poznasz definicję geometryczną wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej a .

Przeczytaj

Przypomnij sobie informacje dotyczące osi liczbowej.

Każdemu punktowi na osi liczbowej jest przyporządkowana liczba, którą nazywamy jego współrzędną. Po prawej stronie zera znajdują się liczby dodatnie, a po lewej liczby ujemne. Liczby, które znajdują się na osi liczbowej po przeciwnych stronach punktu o współrzędnej zero i w takiej samej odległości od niego nazywamy liczbami przeciwnymi.

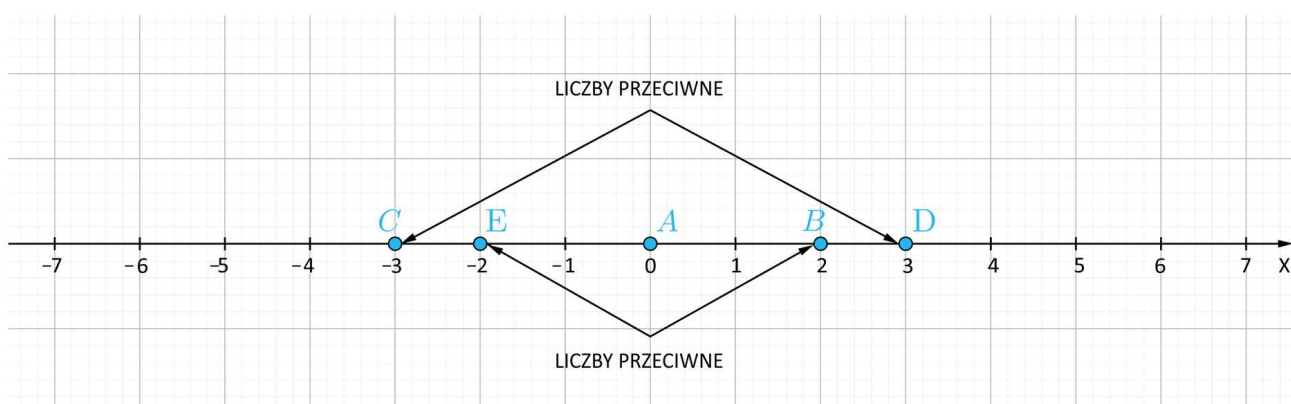
Liczbę przeciwną do liczby a , oznaczamy $-a$.



Przykład 1

Zaznacz na osi liczbowej punkty A , B , C , D i E , których współrzędne wynoszą odpowiednio 0, 2, -3, 3, -2.

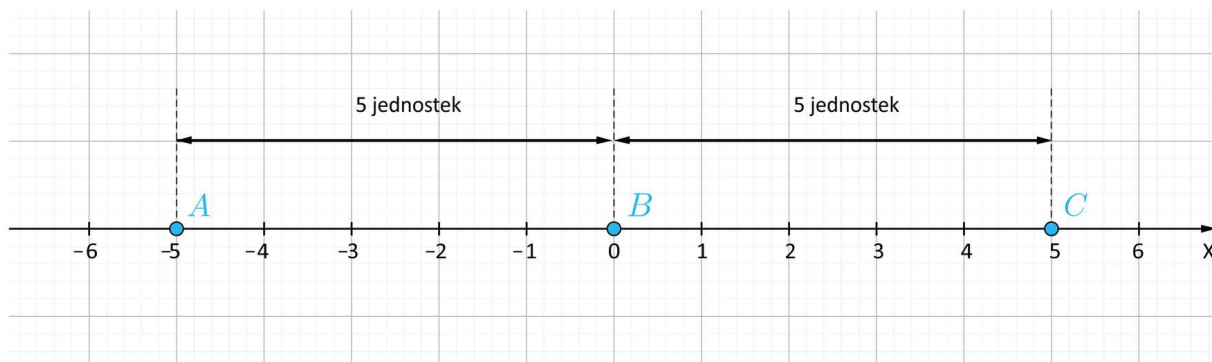
Zaznacz, które z nich określają **liczby przeciwne**.



Przykład 2

Zaznacz na osi liczbowej punkty o współrzędnych -5, 0, 5 i oznacz je odpowiednio A , B , C .

Zaznacz na rysunku i zapisz odległość punktu A od punktu B oraz odległość punktu C od punktu B .

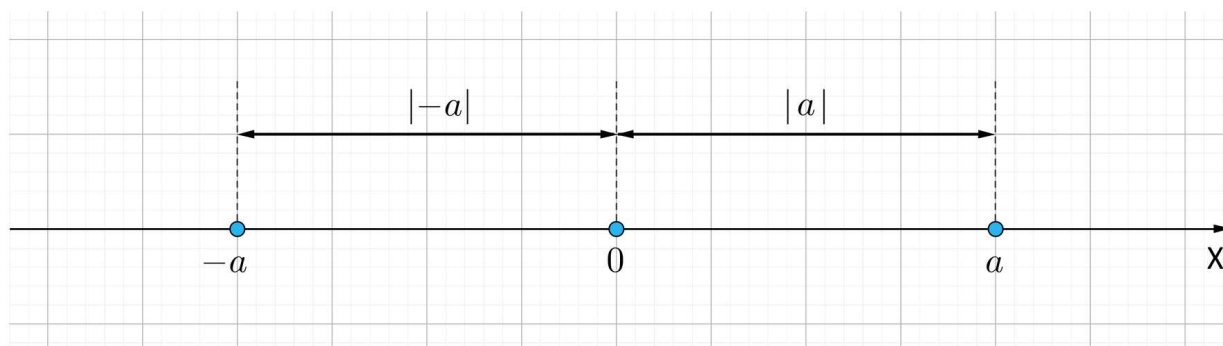


Odległość punktów A i B wynosi 5 jednostek, co zapisujemy $|AB| = 5$.

Odległość punktów B i C wynosi 5 jednostek, co zapisujemy $|BC| = 5$.

Podsumowując:

Odległość liczby a od zera na osi liczbowej, to **wartość bezwzględna** tej liczby, co zapisujemy $|a|$.



W tym przykładzie możemy zauważyć, że $|5| = 5$ oraz $|-5| = 5$.

A zatem wartości bezwzględne liczb przeciwnych są równe:

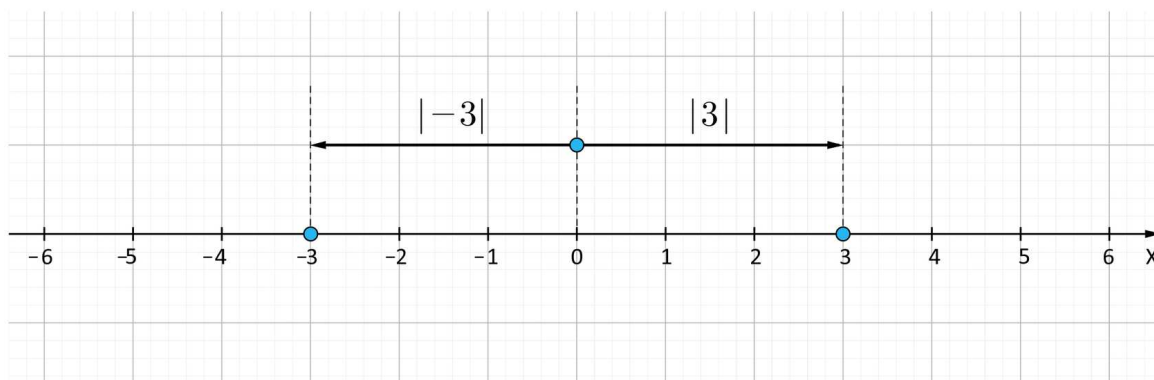
$$|-a| = |a|$$

Przykład 3

Zaznacz na osi liczbowej liczby, które spełniają warunki.

a) $|a| = 3$

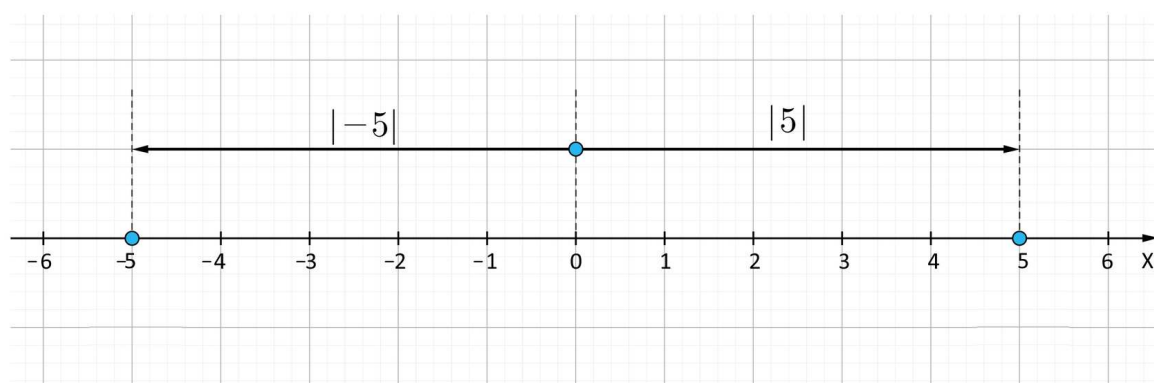
Warunek ten określa wszystkie liczby, których odległość od zera na osi liczbowej jest równa 3.



$$a = -3 \text{ lub } a = 3$$

b) $|b| = 5$

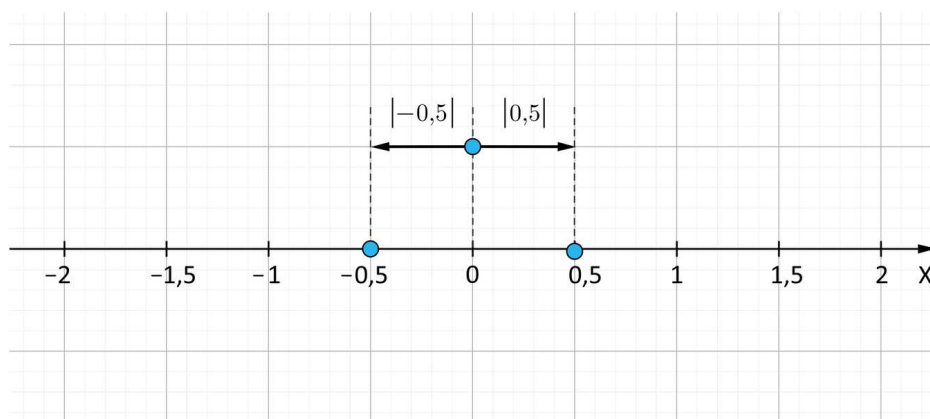
A zatem są to wszystkie liczby, których odległość od zera na osi liczbowej jest równa 5.



$$b = -5 \text{ lub } b = 5$$

c) $|c| = 0,5$

Są to wszystkie liczby, których odległość od zera na osi liczbowej jest równa 0,5.



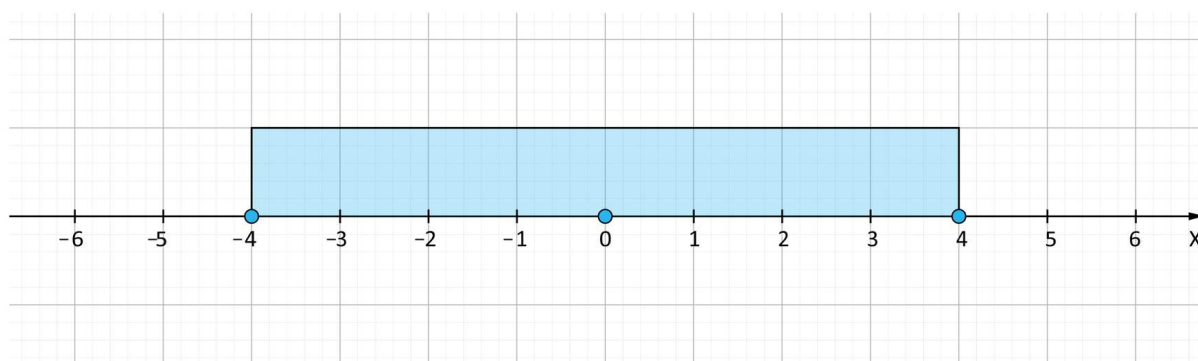
$$c = -0,5 \text{ lub } c = 0,5$$

Przykład 4

Zaznacz na osi liczbowej liczby, które spełniają podane warunki.

a) $|a| \leq 4$

Warunek ten określa wszystkie liczby, których odległość od zera na osi liczbowej jest nie większa od 4.

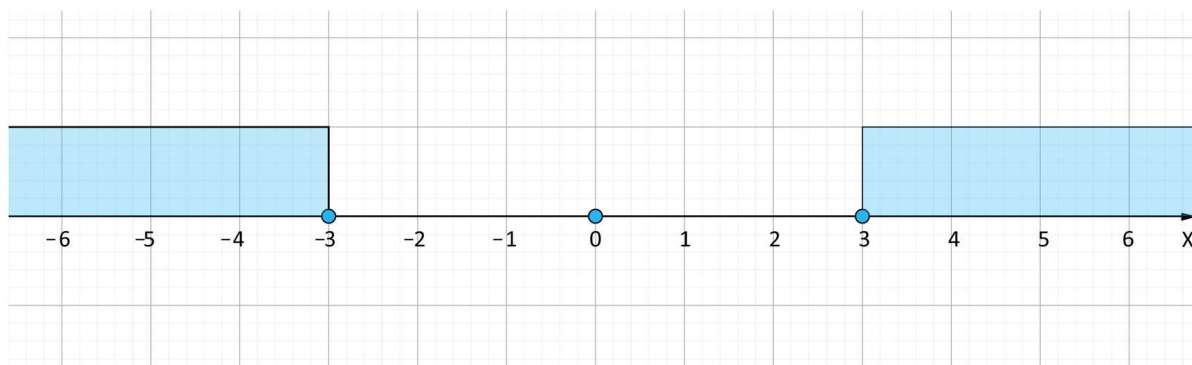


$$a \geq -4 \text{ i } a \leq 4$$

$$a \in \langle -4, 4 \rangle$$

b) $|b| \geq 3$

A zatem są to wszystkie liczby, których odległość od zera na osi liczbowej jest nie mniejsza od 3.



$$b \leq -3 \text{ i } b \geq 3$$

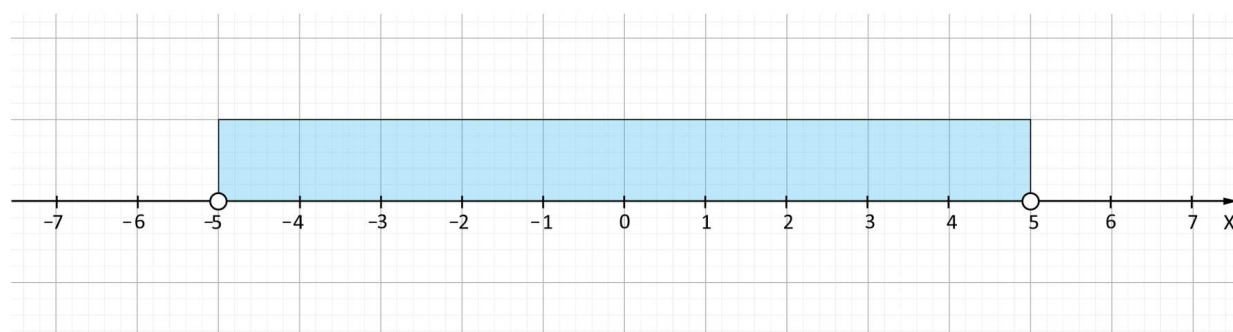
$$b \in (-\infty, -3] \cup [3, \infty)$$

Przykład 5

Zaznacz na osi liczbowej liczby, które spełniają podany warunek.

a) $|x| < 5$

Warunek ten określa wszystkie liczby, których odległość od zera na osi liczbowej jest mniejsza od 5.

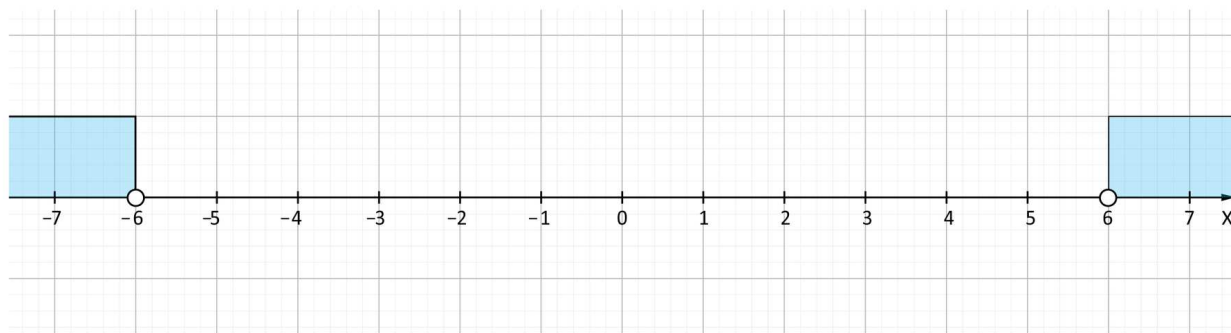


$$x > -5 \text{ i } x < 5$$

$$x \in (-5, 5)$$

b) $|z| > 6$

A zatem są to wszystkie liczby, których odległość od zera na osi liczbowej jest większa od 6.

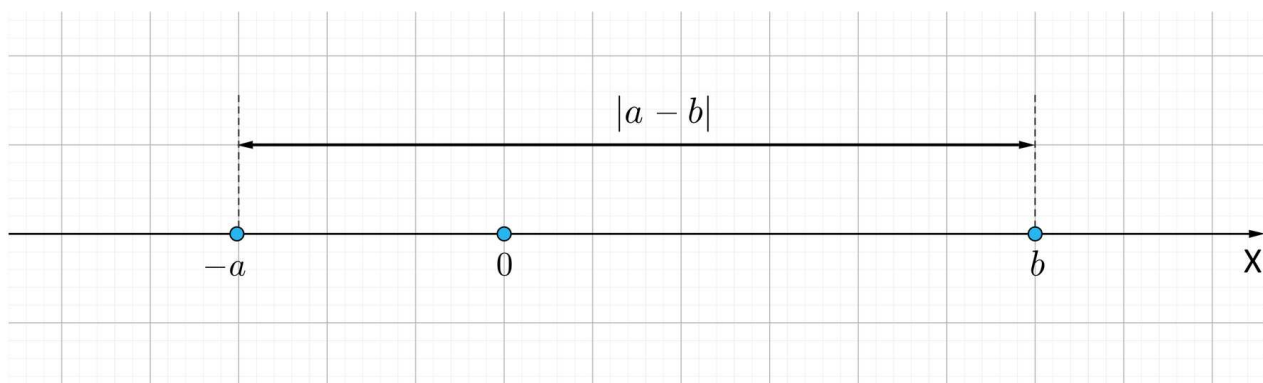


$$z < -6 \text{ i } z > 6$$

$$z \in (-\infty, -6) \cup (6, \infty)$$

Zajmijmy się teraz odległością między dwoma liczbami na osi liczbowej.

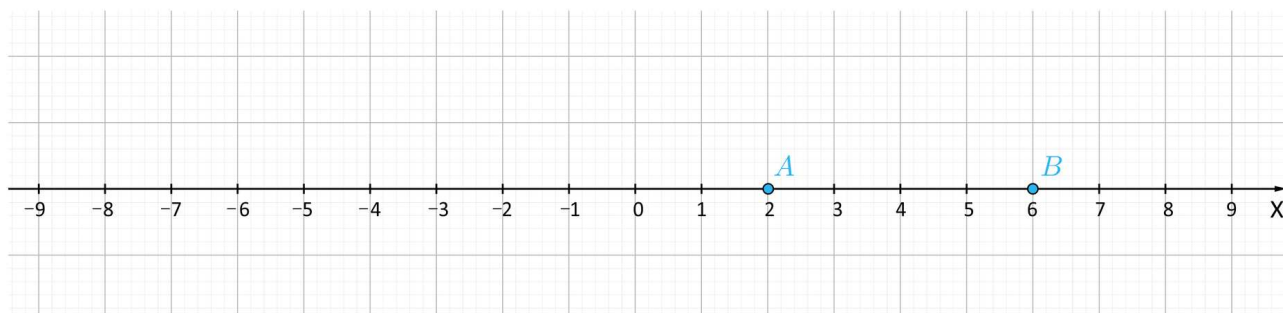
Odległość liczb a i b na osi liczbowej jest równa wartości bezwzględnej różnicy liczb a i b i oznaczamy ją $|a - b|$.



Przykład 6

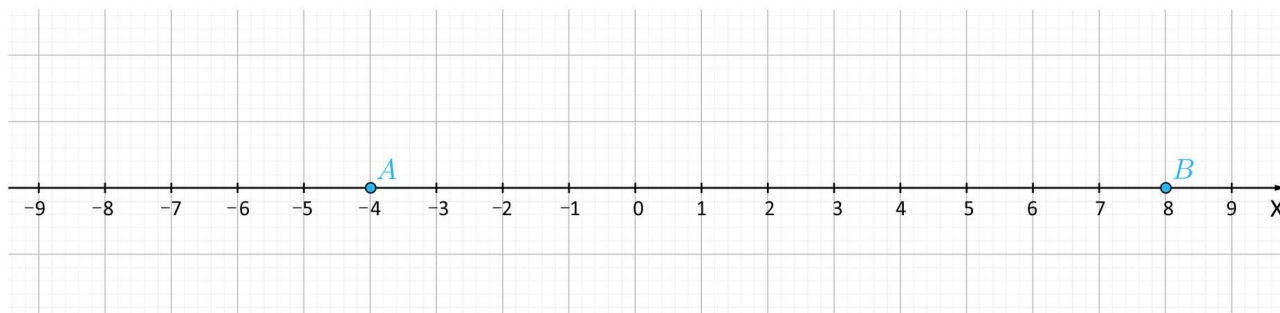
Oblicz odległość między punktami zaznaczonymi na osi liczbowej.

a)



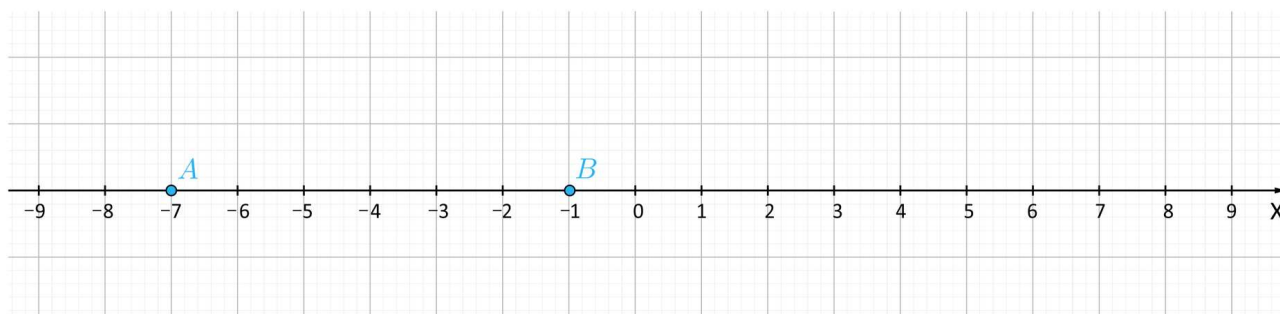
$$|AB| = |2 - 6| = |-4| = 4$$

b)



$$|AB| = |-4 - 8| = |-12| = 12$$

c)



$$|AB| = |-7 - (-1)| = |-7 + 1| = |-6| = 6$$

Słownik

liczby przeciwne

liczby, które znajdują się na osi liczbowej po przeciwnych stronach punktu o współrzędnej zero, w takiej samej odległości od niego

wartość bezwzględna liczby a

odległość liczby a od zera na osi liczbowej

odległość liczb a i b na osi liczbowej

wartość bezwzględna różnicy liczb a i b

Infografika

Polecenie 1

Zapoznaj się z przedstawionymi przykładami, a następnie wykonaj polecenie 2.

Polecenie 2

Zaznacz na osi liczbowej i wypisz liczby x , spełniające podane warunki.

a) $|x - 3| = 2$

b) $|x - 1| \leq 3$

c) $|x - 4| > 1$

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

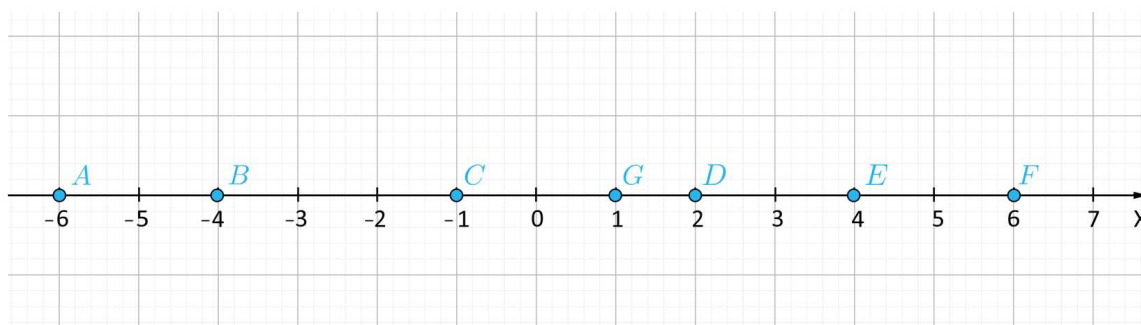
Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Na osi liczbowej zaznaczone są punkty A , B , C , D , E , F i G . Wskaż pary punktów, których współrzędne są liczbami przeciwnymi.



Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ G i D

☐ C i D

☐ B i E

☐ C i G

☐ A i F

Ćwiczenie 3



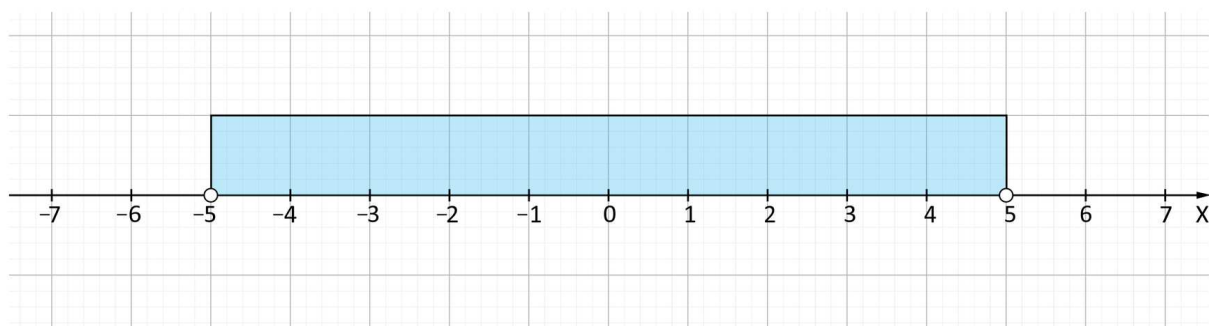
Wskaż stwierdzenia opisujące zbiór określony warunkiem $|x| \leq 3$.
Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

- ☐ Zbiór liczb, których odległość od liczby zero jest mniejsza od 3.
- ☐ Zbiór liczb, których wartość bezwzględna jest niemniejsza od 3.
- ☐ Zbiór liczb, których wartość bezwzględna jest niewiększa od 3.
- ☐ Zbiór liczb, których odległość od liczby zero jest niewiększa od 3.
- ☐ Zbiór liczb, których odległość od liczby zero jest niemniejsza od 3.
- ☐ Zbiór liczb, których odległość od liczby zero jest większa od 3.

Ćwiczenie 4



Wskaż opis zbioru przedstawionego na rysunku.



Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ $|x| > 5$

☐ $|x| < 5$

☐ $|x| = 5$

☐ $|x| \leq 5$

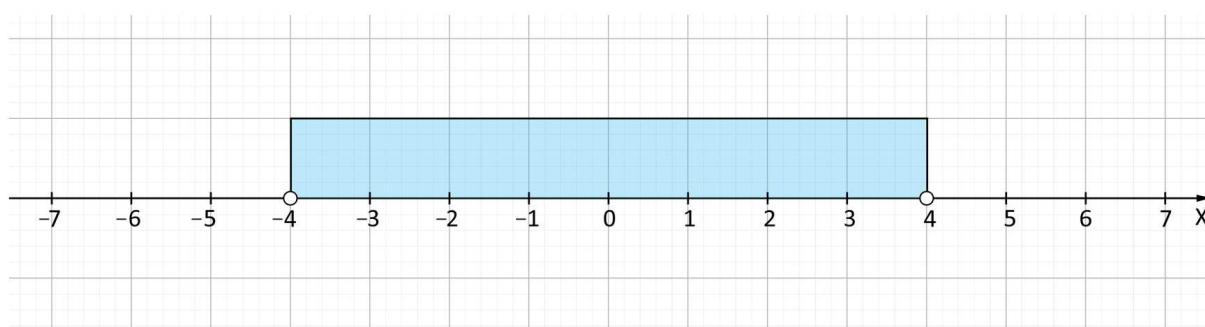
☐ $|x| \geq 5$

Ćwiczenie 5

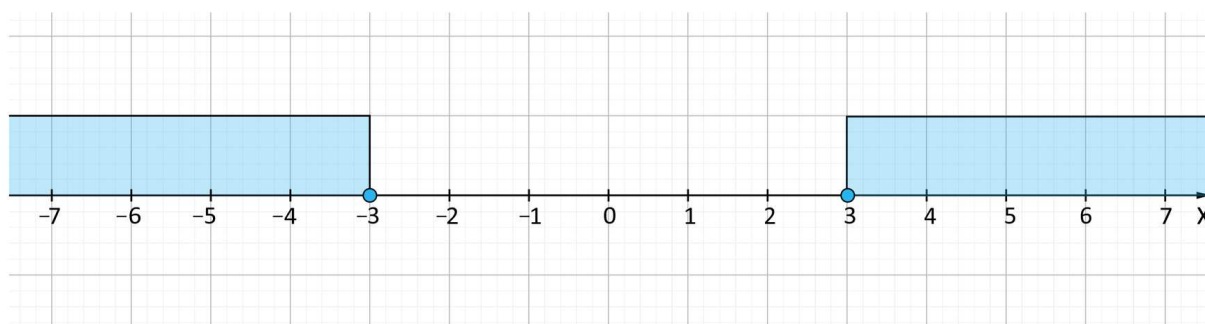


Przyporządkuj opisy zbiorów przedstawionych na rysunkach do odpowiedniego rysunku.
Przyciągnij prawidłowe odpowiedzi.

Rysunek 1



Rysunek 2



Rysunek 1

$|x| \geq 3$

$x > -4 \text{ i } x < 4$

$|x| < 4$

$x \leq -3 \text{ lub } x \geq 3$

Rysunek 2

Ćwiczenie 6



Wskaż przedziały, do których należą wszystkie liczby spełniające warunek: $|x - 7| = 4$.

☐ $(0, 15)$

☐ $\langle 3, 11 \rangle$

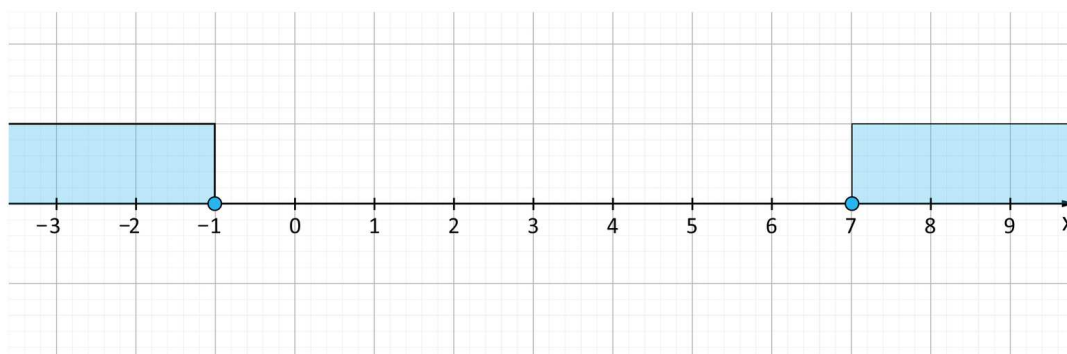
☐ $(-7, 4)$

☐ $\langle 4, 7 \rangle$

Ćwiczenie 7



Rozwiązanie jakiej nierówności przedstawiono na rysunku?



Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ $|x - 3| \leq 4$

☐ $|x - 3| \geq 4$

☐ $|x - 2| > 7$

☐ $|x - 7| < -1$

Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Autor: Beata Wojciechowska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej – pojęcie geometryczne

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

I. Liczby rzeczywiste. Zakres podstawowy.

Uczeń:

7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu: $|x + 4| = 5$, $|x - 2| < 3$, $|x + 3| \geq 4$.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- formułuje definicję liczb przeciwnych
- formułuje definicję geometryczną wartości bezwzględnej
- zaznacza na osi liczbowej przedziały określone za pomocą wartości bezwzględnej liczby
- zapisuje za pomocą wartości bezwzględnej, przedziały przedstawione na osi liczbowej

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza przypadku
- dyskusja

- metoda plakatu
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem medium bazowego

Formy pracy:

- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego
- praca w parach

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają sobie wiadomości i umiejętności dotyczące osi liczbowej i przedziałów liczbowych.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w parach metodą analizy przypadku. Analizują przykłady zawarte w części „Przeczytaj”.
2. Nauczyciel dzieli uczniów na trzy grupy. Każda z nich przygotowuje plakat na wskazany temat.

Plakat I

Liczby przeciwne.

Plakat II

Wartość bezwzględna liczby, jako odległość tej liczby od zera na osi liczbowej.

Plakat III

Zaznaczanie na osi zbiorów określonych za pomocą równań i nierówności postaci $|x| = 5$, $|x| < 3$, $|x| \geq 4$.

3. Każda grupa ma 5 minut na przygotowanie prezentacji swojego zagadnienia.
4. Uczniowie zapoznają się z infografiką, wspólnie z nauczycielem omawiają przedstawione tam przykłady, wyjaśniają wątpliwości.
5. Pracując indywidualnie, uczniowie wykonują polecenie umieszczone pod infografiką.
6. Nauczyciel dzieli ponownie uczniów na grupy. Rozwiązują oni zadania zawarte w infografice. Rozwiązania zadań uczniowie zapisują w zeszycie, sprawdzając w materiale ich poprawność. Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne 1 – 8.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ćwiczeń. Uczniowie wskazują nauczycielowi, na jakie trudności natknęli się rozwiązując zadania. Wspólnie znajdują rozwiązanie problemów.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują ćwiczenia, których nie zdążyli zrobić na lekcji.

Materiały pomocnicze:

[Wartość bezwzględna – definicja](#)

[Wartość bezwzględna liczby](#)

[Własności wartości bezwzględnej](#)

Wskazówki metodyczne:

Uczniowie mogą zapoznać się z infografiką i przykładami jako praca własna przed lekcją lub po niej, jako podsumowanie.

Nauczyciel może też wyznaczyć grupy, które na podstawie infografiki przygotują odpowiednie plakaty w domu przed lekcją.