



Jaka jest różnica pomiędzy punktem materialnym a bryłą sztywną?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Symulacja interaktywna](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Jaka jest różnica pomiędzy punktem materialnym a bryłą sztywną?

Źródło: dostępny w internecie: <https://www.istockphoto.com/pl/zdjęcie/przedmiot-dziwny-Cyroskop-gm533363021-56269848> [dostęp 6.10.2019].

Czy to nie ciekawe?

Jeśli chcemy rzucić czymś w dal, to okazuje się, że nie tylko masa tego ciała ma znaczenie, ale też jego rozmiary – inaczej rzucamy małą kulka, a inaczej długim kijem. Na czym – od strony fizycznej – polega różnica i kiedy musimy ją wziąć pod uwagę?



Rys. 1. Szkoockie zawody w rzucie kłódą, tzw. caber toss.

Źródło: dostępny w internecie: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Highland_games_caber_toss_2.JPG [dostęp 26.03.2022], licencja: CC 0 1.0.

Twoje cele

Dzięki temu e-materiałowi:

- dowiesz się, czym jest model **punktu materialnego**,
- dowiesz się, czym jest model **bryły sztywnej**,
- wyjaśnisz pojęcie liczby stopni swobody ruchu,
- rozstrzygniesz, w jakich sytuacjach przybliżenie punktu materialnego jest wystarczające, a w jakich stosowane jest przybliżenie bryły sztywnej.

Przeczytaj

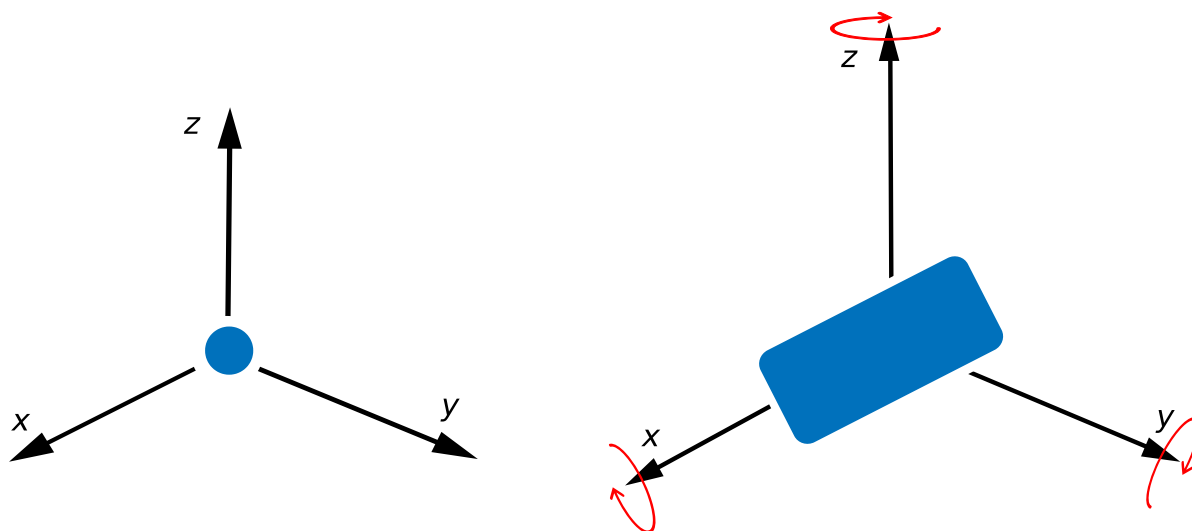
Warto przeczytać

W najprostszych sytuacjach związanych z ruchem, takich jak podróż samochodem czy pociągiem pomiędzy miastami, nieistotne jest, czym podróżujemy. Oczywiście, istotne jest dla czasu trwania podróży, kosztów i spalonego paliwa, ale nie jest istotne z perspektywy równań opisujących ruch. Mówimy wyłącznie o przemieszczeniu się całego obiektu (samochodu) z punktu A do punktu B. Rozmiar tego samochodu jest zupełnie nieistotny, dopóki odległość między A i B jest wystarczająco duża. Możemy w naszych równaniach traktować samochód jako punkt, a nie jako bryłę o określonych rozmiarach, i nie wpłynie to na wynik naszych obliczeń.

W ten sposób możemy zaniedbać rozmiary ciała, jeśli są nieistotne dla omawianego zagadnienia. Przyjmujemy, że cała masa ciała znajduje się w środku masy, a ruch ciała redukujemy w opisie do ruchu tego punktu. Będziemy go nazywać **punktem materialnym**.

Czy samochód zawsze można potraktować jako punkt materialny? Nie, jeśli jego rozmiary zaczynają mieć znaczenie – na przykład jeśli dochodzi do wypadku i dachowania, czyli obrotów dookoła osi podłużnej. Sam fakt, że mamy do czynienia z obrotami, już sugeruje, że nie możemy mówić o punkcie, skoro ciało obraca się dookoła osi przechodzących przez środek masy – jego rozmiary geometryczne będą mieć istotne znaczenie dla opisu tego ruchu. W tym wypadku będziemy mówić o **bryle**, a nie punkcie. Jeśli poszczególne fragmenty tego ciała nie zmieniają położenia względem siebie, będziemy mówić o **bryle sztywnej**.

Zwróć uwagę, na ile „niezależnych” sposobów może poruszać się punkt, a na ile bryła. W przestrzeni trójwymiarowej zarówno punkt materialny jak i bryła sztywna mogą się przemieszczać ruchem postępowym, mówimy więc, że mają *trzy stopnie swobody* – możliwość ruchu w kierunkach wyznaczonych przez trzy osie X, Y i Z. Innymi słowy – prędkość w takim ruchu ma trzy niezależne składowe. Bryła sztywna może się dodatkowo obracać, mamy więc do czynienia z trzema dodatkowymi (rotacyjnymi) stopniami swobody: z obrotem wokół osi X, wokół osi Y i wokół osi Z, zaznaczonymi czerwonymi strzałkami na Rys. 2. Mamy więc dodatkowo trzy niezależne składowe **prędkości kątowej**. Zatem punkt materialny ma trzy stopnie swobody, a bryła sztywna sześć stopni swobody.

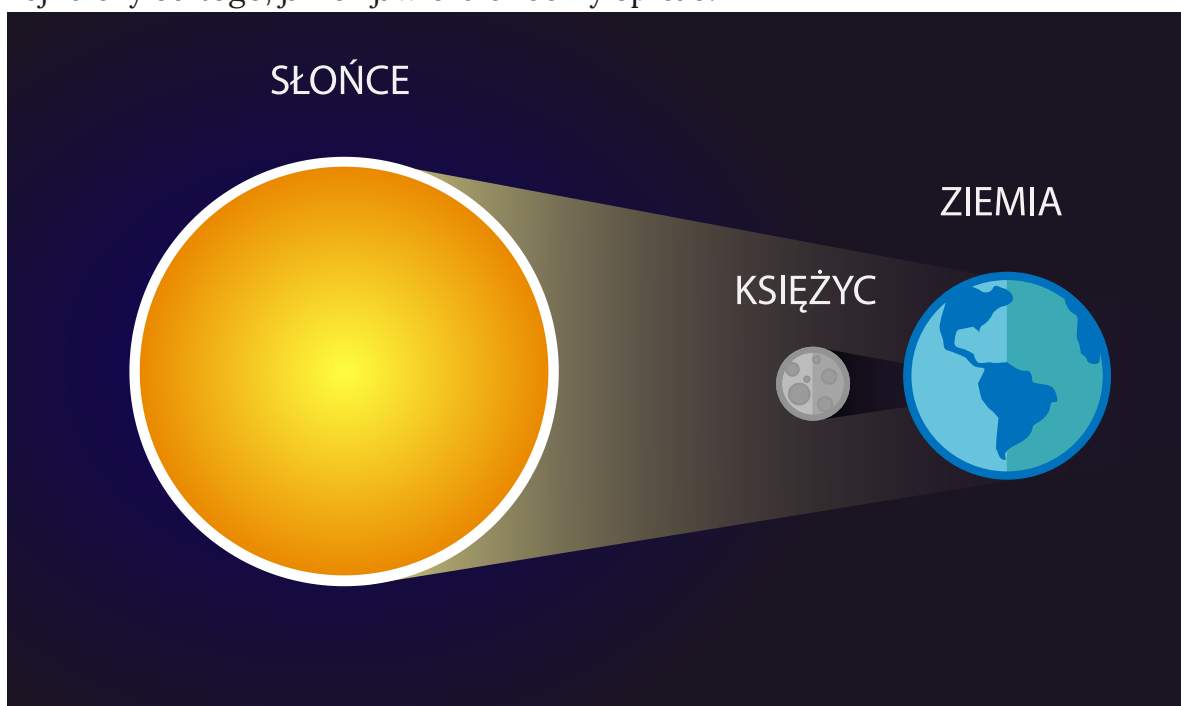


Rys. 2. Punkt materialny ma trzy stopnie swobody, a bryła sztywna sześć stopni swobody.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

A czy Ziemia jest punktem materialnym? Trudno coś o promieniu prawie 6400 kilometrów nazywać punktem. Ale, jeśli omawiamy ruch Ziemi dookoła Słońca, to przecież promień Ziemi nie ma żadnego znaczenia dla opisu tego ruchu! Tak, w tej sytuacji Ziemię potraktujemy jako punkt materialny, tak samo jak punktem materialnym będą Księżyc i Słońce. A co zrobić, jeśli chcemy wyjaśnić zaćmienie Słońca, jak na Rys. 3.? Wtedy absolutnie nie możemy korzystać z przybliżenia punktu materialnego - rozmiary tych ciał niebieskich są kluczowe dla opisanie tego zjawiska.

Podsumowując: to, czy korzystamy z opisu ciała jako punktu materialnego czy bryły sztywnej zależy od tego, jakie zjawiska chcemy opisać.



Rys. 3. Schematyczny rysunek Ziemi, Księżyca i Słońca (obraz nie w skali).

Słowniczek

Prędkość kątowna (ang.: angular velocity)

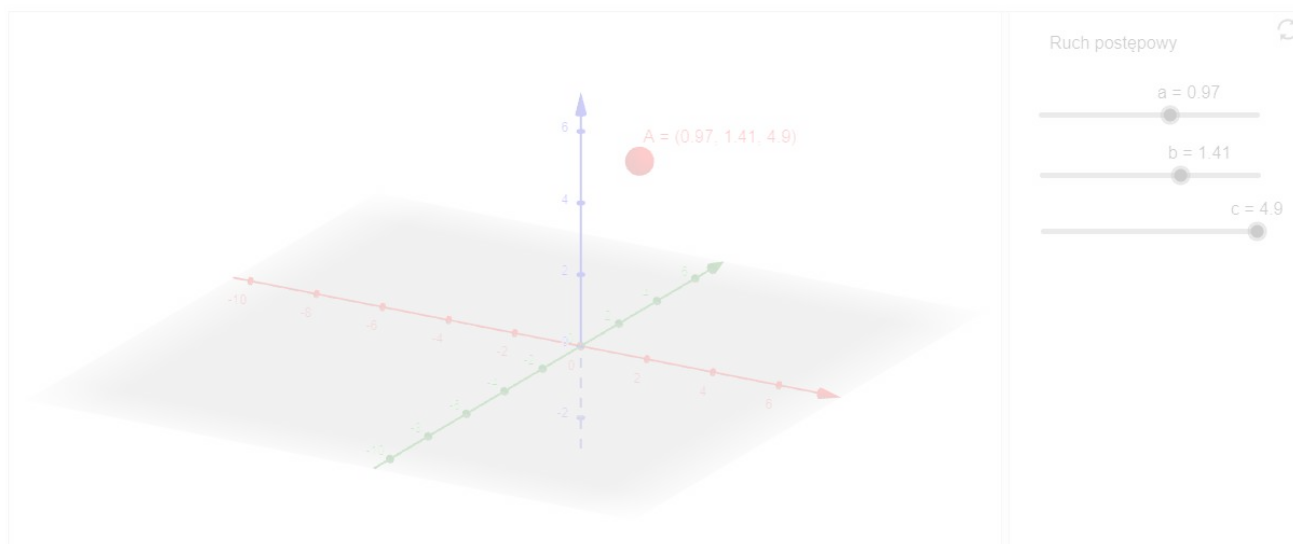
prędkość, z jaką następuje obrót ciała wokół wybranej osi. Oznaczamy ją grecką literą omega (ω , niekiedy wielką, Ω), jej jednostką jest radian na sekundę.

Symulacja interaktywna

Bryła sztywna i punkt

Za pomocą myszki możesz poruszać punktem w trzech kierunkach. W przypadku bryły możemy poruszać nią oraz obracać wokół wszystkich osi.

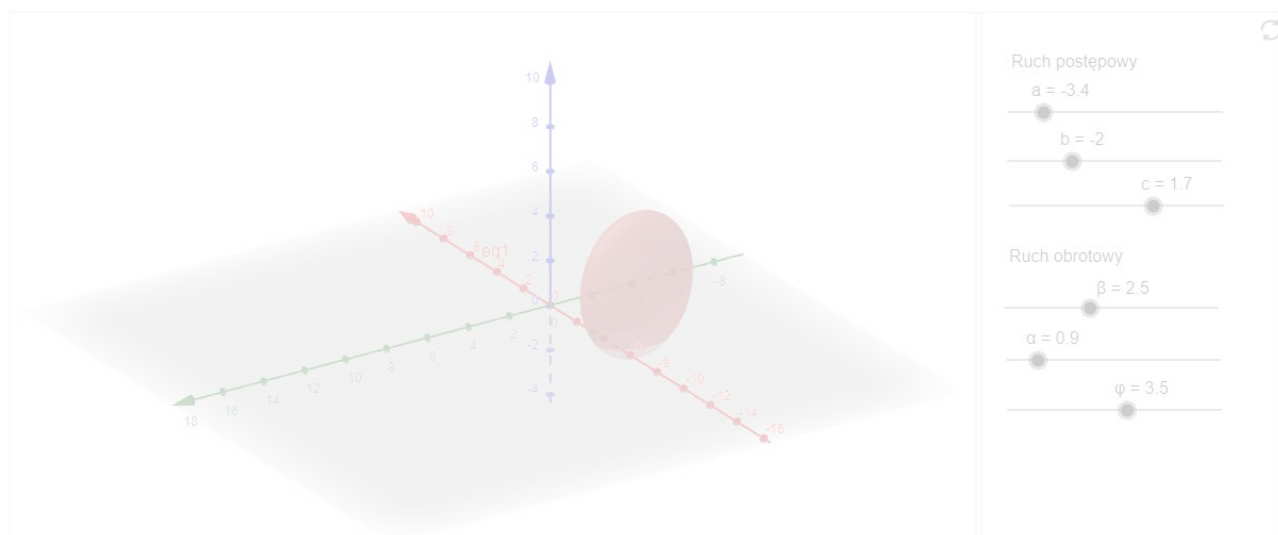
Punkt



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DGLMu4gj0>

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Bryła sztywna



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DGLMu4gj0>

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Polecenie 1

Dlaczego punkt materialny nie może się obracać?

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ile stopni swobody ma punkt materialny w przestrzeni trójwymiarowej?



3



6

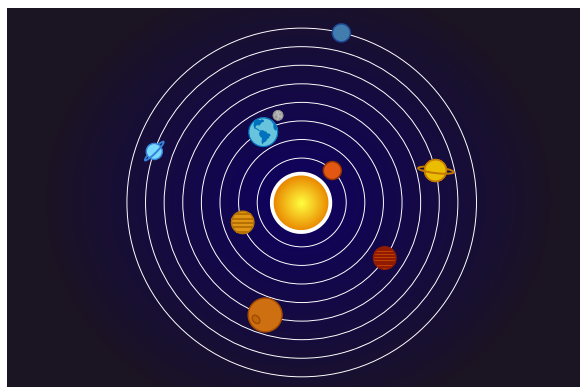
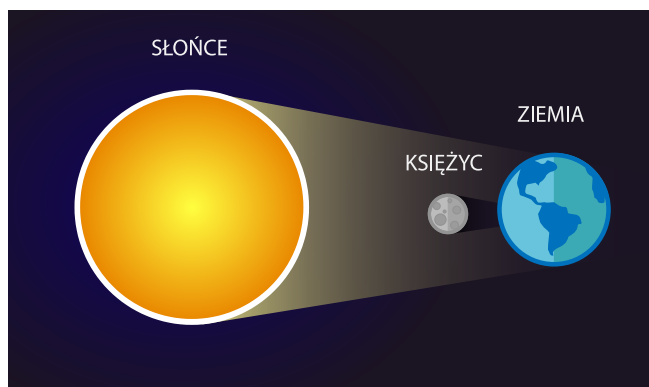


zależy od układu

Ćwiczenie 2



W której z poniższych sytuacji potraktujemy obiekty w tym układzie jako punkty materialne?



Ćwiczenie 3



Poniższe zdjęcie przedstawia satelitę poruszającego się po okołoziemskiej orbicie. Siłą, która utrzymuje satelitę w ruchu obrotowym, jest siła grawitacji pochodząca od masy Ziemi. Czy obliczając parametry lotu satelity, możemy uznać, że Ziemia jest punktem materialnym?



tak, odległości w kosmosie są tak olbrzymie, że rozmiary planet nie mają znaczenia w obliczeniach



tak, siła grawitacji zależy tylko od masy i odległości, a nie od kształtu ciała



nie, siła grawitacji zależy od rozkładu masy, a Ziemia jest spłaszczona na biegunach, więc pole grawitacyjne nie jest jednorodne i trzeba uwzględnić w obliczeniach jego zmiany



Ziemia nie jest punktem, ma promień długości ok. 6400 km, jest więc dużym ciałem w porównaniu z satelitą

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/illustrations/satelita-ziemia-planeta-wszech%5b%9bwiat-3977165/> [dostęp 26.03.2022], domena publiczna.

Ćwiczenie 4



Do opisu ruchu pewnego obiektu wybrano inercjalny układ odniesienia z trzema współrzędnymi (x, y, z), przy czym niezbędne okazało się zapisanie następującego zestawu funkcji czasu:

$$\begin{cases} x(t) = v_{x0}t \\ y(t) = y_0 + v_{y0}t - \frac{gt^2}{2} \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_x(t) = \omega_{x0}t \\ \alpha_y(t) = 0 \\ \alpha_z(t) = 0 \end{cases}$$

gdzie x, y, z to współrzędne wektora położenia wyróżnionego punktu tego obiektu, v_{0x} oraz v_{0y} to niezerowe współrzędne prędkości początkowej,

g - przyspieszenie ziemskie,

$\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ - kąty obrotu obiektu wokół osi stale równoległych, odpowiednio, do osi OX, OY i OZ).

Uzupełnij zdanie tak, by wskazywało najbardziej trafne określenie tego obiektu i opis jego ruchu:

Jest to wokół osi, zaś wyróżnionym punktem jest .

środek masy bryły sztywnej

rzut ukośny

jednej

nieobracającego (nieobracającej) się

dowolny punkt na powierzchni bryły sztywnej

punktu materialnego

spadek swobodny

obracającego (obracającej) się

sam punkt materialny

ruch po okręgu

bryły sztywnej

dowolny punkt bryły sztywnej.

dwóch

Ćwiczenie 5



Dopasuj sytuacje 1-4 z tabeli poniżej z odpowiadającymi im opisami fizycznymi A-D, które zastosujemy (uwaga: jeden opis może pasować do więcej niż jednej sytuacji):

	Sytuacja		Opis fizyczny
1	wypadek samochodowy z dachowaniem	A	wyłącznie ruch punktu materialnego
2	podróż pociągiem z Warszawy do Gdańska	B	wyłącznie obrót bryły sztywnej
3	praca wiertła w wiertarce	C	złożenie ruchu postępowego punktu materialnego i obrotowego bryły sztywnej
4	podkręcenie piłki nożnej lub tenisowej	D	żadne z powyższych

Odpowiedzi: 1- , 2- , 3- , 4- .

Ćwiczenie 6



Czy jajko jest bryłą sztywną?

☐ tak

☐ nie

☐ to zależy, czy jajko jest surowe (wtedy nie jest bryłą sztywną) czy ugotowane na twardo (wtedy jest)

☐ to zależy, czy jajko jest surowe (wtedy jest bryłą sztywną) czy ugotowane na twardo (wtedy nie jest)

Ćwiczenie 7



Ile stopni swobody ma bryła sztywna w przestrzeni trójwymiarowej?

☐

3

☐

6

☐

zależy od układu

Ćwiczenie 8



Kiedy korzystamy z pojęcia bryły sztywnej?

☐

opisując ruch postępowy

☐

opisując ruch obrotowy

☐

opisując naprężenia w ciele powstające pod wpływem sił

Ćwiczenie 9



Dwa z powyższych ćwiczeń zawierały pytania o liczbę stopni swobody punktu materialnego i bryły sztywnej, ale należy pamiętać, że odpowiedzi są prawdziwe dla ruchów w przestrzeni trójwymiarowej. Zejdźmy wymiar niżej, czyli na płaszczyznę. Punkt materialny pozostaje punktem, natomiast odpowiednikami brył będą – znane z kursu matematyki – figury płaskie, np. wielokąty, koła etc.

Ile stopni swobody mają punkt materialny i płaska bryła sztywna w ruchu na płaszczyźnie?

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Dariusz Aksamit
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Jaka jest różnica pomiędzy punktem materialnym a bryłą sztywną
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 19) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu; III. Mechanika bryły sztywnej. Uczeń: 2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. wyjaśnia, czym jest punkt materialny. 2. odróżnia sytuację, kiedy stosujemy pojęcie punktu materialnego, a kiedy bryły sztywnej.
Strategie i metody nauczania:	Odwrócona klasa (flipped classroom).
Formy zajęć:	- praca indywidualna, - dyskusja grupowa.
Środki dydaktyczne:	-
Materiały pomocnicze:	-
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Nauczyciel prosi (zawczasu) uczniów o wyszukanie w przeglądarce internetowej hasła „punkt materialny” i zapoznanie się z multimedium.	
Faza realizacyjna:	
• Nauczyciel pyta, z jakich źródeł korzystali uczniowie (z jakiej strony internetowej) i wybiera do odpowiedzi po jednej osobie dla każdego źródła. Po przeczytaniu różnych definicji nauczyciel prowadzi dyskusję pytając, gdzie te definicje się pokrywają, a gdzie różnią (uwaga: w razie, gdyby wszyscy uczniowie skorzystali z pierwszej strony wyświetlanej w przeglądarce, czyli Wikipedii, nauczyciel prezentuje znaną przez siebie (błędną) definicję). • W dyskusji kierowanej uczniowie wyciągają wnioski, że istotne jest, czy opisujemy ruch postępowy czy obrotowy, a nie jakie są rozmiary ciała (co pojawia się w internetowych definicjach). Uczniowie indywidualnie rozwiązują zadania 1-3 z zestawu ćwiczeń.	
Faza podsumowująca:	
Nauczyciel podsumowuje przytoczone poprawne definicje, zadaje pracę domową i podkreśla, jak ważne jest krytyczne ocenianie treści znalezionych w Internecie.	
Praca domowa:	
Zasugerować rozwiązanie zadań z zestawu ćwiczeń tego e-materiału, których nie rozwiązano w trakcie lekcji.	
Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium:	Uczniowie korzystają z grafiki interaktywnej przed lekcją w celu utrwalenia materiału.