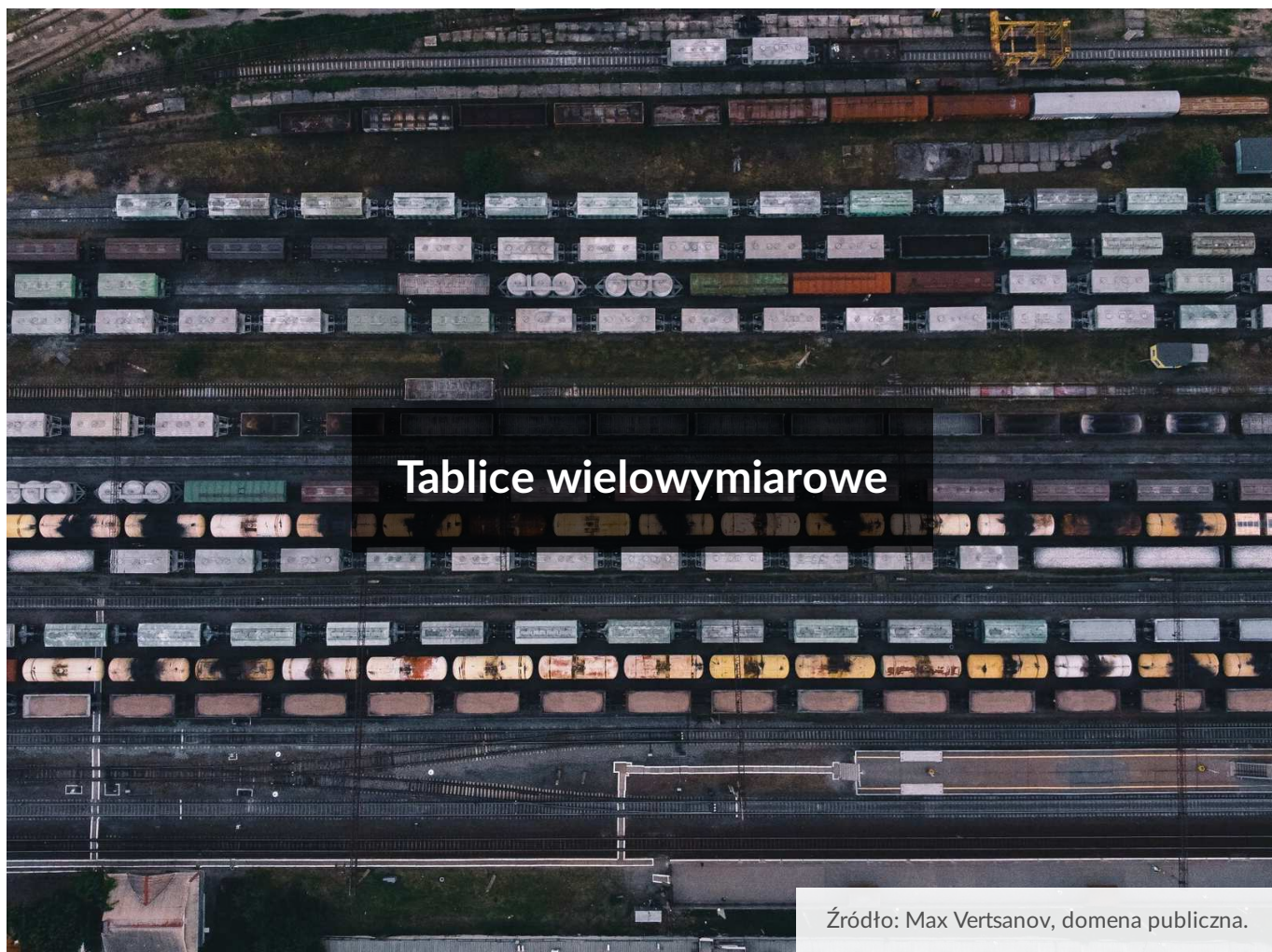




Tablice wielowymiarowe

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Galeria zdjęć interaktywnych](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Tablice wielowymiarowe

Źródło: Max Vertsanov, domena publiczna.

W tym e-materiale powtarzamy wiadomości ze szkoły podstawowej.

Znasz już definicję tablic. Czy potrafisz podać przykłady zastosowania tablic w życiu codziennym?

Jeśli nie, przypomnij sobie popularną grę w statki. Plansza do gry to rodzaj tablicy wielowymiarowej, a dokładnie tablicy dwuwymiarowej. Składa się ze 100 pól, każde pole jest oznaczone przez jedną literę oraz jedną liczbę i przechowuje pewną informację, w przypadku gry – o obecności lub nieobecności statku. W tym e-materiale poznamy szczegółowe informacje dotyczące tablic wielowymiarowych.

Implementację tablic wielowymiarowych w wybranych językach programowania znajdziesz w e-materiałach:

- [Tablice wielowymiarowe w języku C++](#),
- [Tablice wielowymiarowe w języku Java](#),
- [Tablice wielowymiarowe w języku Python](#).

Więcej zadań? Przejdź do e-materiału [Tablice wielowymiarowe – zadania maturalne](#).

Informacje na temat tablic jednowymiarowych znajdziesz w e-materiale [Tablice jednowymiarowe](#).

Twoje cele

- Wyjaśnisz, czym są tablice wielowymiarowe oraz jak wygląda ich stosowanie.
- Prześledzisz podstawowe działania na macierzach.
- Przeanalizujesz prosty program wykorzystujący tablice.

Przeczytaj

Tablice dwuwymiarowe

W przypadku tablicy jednowymiarowej mieliśmy określoną liczbę elementów n , oznaczanych indeksami od 0 do $n - 1$. Co stałoby się w sytuacji, gdybyśmy chcieli w jednej tablicy zapisać np. trzy tablice jednowymiarowe? Jest to możliwe – z pomocą przychodzi tablica dwuwymiarowa, którą możemy nazwać tablicą tablic o identycznej długości.

Założmy, że mamy wcześniej wspomniane trzy tablice o liczbie elementów równej 5. Wówczas rozmiar naszej tablicy dwuwymiarowej będzie określany przez liczbę 3 (liczba tablic jednowymiarowych) oraz 5 (liczba elementów w tych tablicach). Naszą tablicę można również opisać jako tabelę o trzech wierszach i pięciu kolumnach, przy czym każdy z wierszy jest niejako tablicą jednowymiarową.

Macierze

Matematycznym przykładem tablic dwuwymiarowych są **macierze** – prostokątne tablice liczb. Ich rozmiary, nazywane również wymiarem, określamy przez liczbę wierszy m oraz liczbę kolumn n , a więc identycznie jak w przypadku tablic. Przybliżymy sobie zatem podstawowe działania matematyczne, przeprowadzane na macierzach, a następnie napiszemy prosty program realizujący niektóre z nich.

Dodawanie

Dodawanie macierzy jest intuicyjnym działaniem. Polega ono na dodaniu do siebie liczb znajdujących się na tych samych pozycjach w dodawanych macierzach. W wyniku przeprowadzonych operacji otrzymamy nową, wypełnioną sumami macierz.

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & 1 & 1 \\ 11 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 8 \\ 14 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

Możemy dodawać więcej niż dwie macierze.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 14 & 16 \end{bmatrix}$$

Ważne!

Możemy dodawać tylko macierze o tych samych wymiarach!

Odejmowanie

Odejmowanie wykonujemy analogicznie do dodawania – obliczamy różnicę między liczbami znajdującymi się na tych samych pozycjach w odejmowanych od siebie macierzach.

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 4 \\ 8 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -5 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Ważne!

Możemy odejmować tylko macierze o tych samych wymiarach!

Mnożenie przez liczbę

Iloczyn macierzy i liczby wyliczamy, mnożąc – przez tę liczbę – każdy element rozpatrywanej macierzy.

$$\frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 6 & 2 \\ 10 & 2 & 12 \\ 2 & 18 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 6 \\ 1 & 9 & 4 \end{bmatrix}$$

Mnożenie przez macierz

W celu policzenia iloczynu dwóch macierzy należy wymnożyć po kolei wiersze pierwszej macierzy przez kolumny drugiej. Liczba wierszy wynikowej macierzy będzie równa liczbie wierszy pierwszej macierzy. Natomiast liczba kolumn będzie identyczna jak w przypadku drugiej macierzy.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 & 7 \\ 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Wyliczając liczbę a znajdującą się w pierwszej kolumnie i pierwszym wierszu wynikowej macierzy, sumujemy iloczyny odpowiadających sobie liczb z pierwszego wiersza pierwszej macierzy oraz pierwszej kolumny drugiej macierzy.

$$a = 1 \cdot 7 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 4 = 14$$

Analogicznie postępujemy z kolejnymi liczbami b , c , d .

$$b = 1 \cdot 7 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 16$$

$$c = 5 \cdot 7 + 2 \cdot 1 + 6 \cdot 4 = 61$$

$$d = 5 \cdot 7 + 2 \cdot 2 + 6 \cdot 3 = 57$$

Wstawiamy teraz wyliczone wartości do wynikowej macierzy.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 & 7 \\ 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 16 \\ 61 & 57 \end{bmatrix}$$

Ważne!

Mnożenie dwóch macierzy możemy przeprowadzić jedynie w sytuacji, gdy liczba kolumn pierwszej macierzy jest identyczna, jak liczba wierszy drugiej macierzy.

Transponowanie

Transponowanie polega na zamianie wierszy macierzy w jej kolumny – pierwszy wiersz staje się pierwszą kolumną, drugi wiersz drugą kolumną itd.

Macierz przekazana do transponowania:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Przetransponowana macierz:

$$M^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

Program

Spróbujmy teraz stworzyć pseudokod opisujący operację dodawania i odejmowania macierzy. W tym celu posłużymy się tablicami dwuwymiarowymi. Rozpocznijemy od

wczytania wartości dwóch macierzy o wymiarach 3 x 2, a następnie dodamy i odejmiemy je od siebie i wypiszemy uzyskane wyniki. Nasze operacje umieścimy w trzech osobnych funkcjach.

```
1 pierwszaMacierz[1..3][1..2], drugaMacierz[1..3][1..2]
2
3 funkcja wczytanieMacierzy():
4     dla i = 1, 2, 3 wykonuj:
5         dla j = 1, 2 wykonuj:
6             wyświetl "podaj wartość pozycji [" i "]"[" j "]" dla pi
7             wczytaj pierwszaMacierz[i][j]
8             wyświetl "podaj wartość pozycji [" i "]"[" j "]" dla dr
9             wczytaj drugaMacierz[i][j]
10
11 funkcja dodawanie(macierzSumaJeden[1..3][1..2], macierzSumaDwa[1.
12     wyświetl "wynik dodawania macierzy:"
13     dla i = 1, 2, 3 wykonuj:
14         dla j = 1, 2 wykonuj:
15             wyświetl macierzSumaJeden[i][j] + macierzSumaDwa[i][j]
16         koniec linii
17
18 funkcja odejmowanie(macierzMinusJeden[1..3][1..2], macierzMinusDw
19     wyświetl "wynik dodawania macierzy:"
20     dla i = 1, 2, 3 wykonuj:
21         dla j = 1, 2 wykonuj:
22             wyświetl macierzMinusJeden[i][j] - macierzMinusDwa[i]
23         koniec linii
24
25 wczytanieMacierzy()
26 dodawanie(pierwszaMacierz, drugaMacierz)
27 odejmowanie(pierwszaMacierz, drugaMacierz)
28
```

Tablice wielowymiarowe

Tablice o liczbie wymiarów większej niż 2 są zdecydowanie rzadziej stosowane, ale wciąż możliwe w implementacji. Tablica o n wymiarach, będzie w rzeczywistości jednowymiarową tablicą tablic o liczbie wymiarów $n - 1$ (tak samo jak tablica dwuwymiarowa jest jednowymiarową tablicą tablic jednowymiarowych).

Słownik

transponowanie

przekształcenie jakiegoś obiektu; w przypadku macierzy transponowanie oznacza zamianę jej wierszy w kolumny

Galeria zdjęć interaktywnych

Polecenie 1

W galerii interaktywnej zostały przedstawione wybrane działania na macierzach. Przeanalizuj ją, a następnie wykonaj polecenia.

$$\begin{bmatrix} 17 & -7 & 3 \\ 8 & 11 & -14 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 8 & 5 \\ -12 & -4 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overset{1}{18} & \overset{2}{1} & \overset{3}{8} \\ \underset{4}{-4} & \underset{5}{7} & \underset{6}{-5} \end{bmatrix}$$

1

$$17 + 1 = 18$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

2

$$-7 + 8 = 1$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

3

$$3 + 5 = 8$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

4

$$8 + (-12) = -4$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

5

$$11 + (-4) = 7$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

6

$$(-14) + 9 = -5$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

Źródło: Contentplus.pl sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

$$\begin{bmatrix} 2 & 31 \\ 8 & 20 \\ -1 & 19 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 15 & -6 \\ -4 & 24 \\ 9 & 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overset{\textcircled{1}}{-13} & \overset{\textcircled{2}}{37} \\ \overset{\textcircled{3}}{12} & \overset{\textcircled{4}}{-4} \\ \overset{\textcircled{5}}{-10} & \overset{\textcircled{6}}{1} \end{bmatrix}$$

1

$$2 - 15 = -13$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

2

$$31 - (-6) = 37$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

3

$$8 - (-4) = 12$$

4

$$20 - 24 = -4$$

5

$$(-1) - 9 = -10$$

6

$$19 - 18 = 1$$

Źródło: Contentplus.pl sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

$$\begin{bmatrix} 2 & 9 & 11 \\ 8 & 2 & -3 \\ 13 & 7 & 1 \end{bmatrix} \cdot 4 = \begin{bmatrix} \overset{\textcircled{1}}{8} & \overset{\textcircled{2}}{36} & \overset{\textcircled{3}}{44} \\ \overset{\textcircled{4}}{32} & \overset{\textcircled{5}}{8} & \overset{\textcircled{6}}{-12} \\ \overset{\textcircled{7}}{52} & \overset{\textcircled{8}}{28} & \overset{\textcircled{9}}{4} \end{bmatrix}$$

1

$$2 \cdot 4 = 8$$

2

$$9 \cdot 4 = 36$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

3

$$11 \cdot 4 = 44$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

4

$$8 \cdot 4 = 32$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

5

$$2 \cdot 4 = 8$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

6

$$(-3) \cdot 4 = -12$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

7

$$13 \cdot 4 = 52$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

8

$$7 \cdot 4 = 28$$

9

$$1 \cdot 4 = 4$$

Źródło: Contentplus.pl sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

$$\begin{bmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 9 & 2 & 9 \\ 10 & 7 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 5 & 3 \\ 1 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overset{\textcircled{1}}{16} & \overset{\textcircled{2}}{25} \\ \overset{\textcircled{3}}{10} & \overset{\textcircled{4}}{-21} \\ \overset{\textcircled{5}}{23} & \overset{\textcircled{6}}{75} \end{bmatrix}$$

1

$$5 \cdot (-1) + 4 \cdot 5 + 1 \cdot 1 = 16$$

2

$$5 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 1 \cdot (-7) = 25$$

3

$$9 \cdot (-1) + 2 \cdot 5 + 9 \cdot 1 = 10$$

4

$$9 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 9 \cdot (-7) = -21$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

5

$$10 \cdot (-1) + 7 \cdot 5 + (-2) \cdot 1 = 23$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

6

$$10 \cdot 4 + 7 \cdot 3 + (-2) \cdot (-7) = 75$$

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmdVIIAU4>

Źródło: Contentplus.pl sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Polecenie 2

Rozwiąż działanie, aby odnaleźć macierz X.

$$\begin{bmatrix} 7 & 10 & 2 & 15 \\ -3 & 24 & 81 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 54 & 9 & -21 \\ 3 & 17 & 8 & -4 \end{bmatrix} = X$$

Polecenie 3

Rozwiąż działanie, aby odnaleźć macierz Y.

$$\begin{bmatrix} 112 & 27 \\ 47 & 5 \end{bmatrix} - Y = \begin{bmatrix} 21 & 28 \\ -79 & 5 \end{bmatrix}$$

Polecenie 4

Rozwiąż działanie, aby odnaleźć macierz Z .

$$\begin{bmatrix} 8 & 13 & 21 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 11 & -2 \\ 6 & 2 & 2 & 10 \\ 9 & 4 & -4 & 3 \\ 21 & 1 & -5 & 6 \end{bmatrix} = Z$$

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi. Wskaż, które z wymienionych par wymiarów macierzy umożliwiają przeprowadzenie dodawania.

☐ 3x2 i 3x2

☐ 1x3 i 3x1

☐ 8x2 i 4x1

☐ 2x2 i 2x2

☐ 2x5 i 5x2

Ćwiczenie 2



Uzupełnij tekst odpowiednimi słowami, tak aby powstałe zdania były prawdziwe.

Transponować możemy .

Dodawać i możemy .

odejmować

tylko macierze o tym samym wymiarze

tylko macierze o dwóch różnych wymiarach

mnożyć

tylko macierz o większej liczbie kolumn niż wierszy

dowolną macierz

tylko macierz kwadratową

Ćwiczenie 3



Dokończ zdanie.

Mnożąc macierz przez liczbę...

- ☐ mnożymy tylko wartości z pierwszej kolumny przez tę liczbę.
- ☐ sumujemy wartości w wierszach, a następnie otrzymane wyniki mnożymy przez tę liczbę
- ☐ mnożymy każdą wartość w macierzy przez tę liczbę.
- ☐ mnożymy tylko wartości z pierwszego wiersza przez tę liczbę.

Ćwiczenie 4



Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi. Wskaż, które z wymienionych par wymiarów macierzy umożliwiają przeprowadzenie mnożenia.

- ☐ 2×3 i 3×2
- ☐ 2×5 i 3×2
- ☐ 3×4 i 3×4
- ☐ 3×3 i 3×3
- ☐ 2×7 i 7×3

Ćwiczenie 5



Dokończ zdanie.

Tablicę czterowymiarową możemy określić jako...

- ☐ tabelę wartości.
- ☐ jednowymiarową tablicę tablic trójwymiarowych.
- ☐ wektor wartości.
- ☐ trójwymiarową tablicę tablic jednowymiarowych.

Ćwiczenie 6



Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi. Dokończ zdanie.

Tablice dwuwymiarowe...

- ☐ możemy porównać do wektora wartości.
- ☐ są stosowane rzadziej niż tablice o większej liczbie wymiarów.
- ☐ są częściej stosowane niż tablice o większej liczbie wymiarów.
- ☐ możemy porównać do zwykłej tabeli.

Ćwiczenie 7



Wpisz, ile elementów będą posiadać tablice. Odpowiedź zapisz liczbami.

tablicaA[1..4][1..2]:

tablicaB[1..1][1..1]:

tablicaC[1..5][1..2][1..3]:

tablicaD[1..11][1..3][1..1]:

Ćwiczenie 8



Zaznacz poprawną odpowiedź. Jaka będzie suma elementów macierzy X?

$$X = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 8 \\ 1 & 7 & 16 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 4 \\ 40 & -7 \end{bmatrix}$$

☐ 1054

☐ -1054

☐ 954

☐ -1

Dla nauczyciela

Autor: Maurycy Gast

Przedmiot: Informatyka

Temat: Tablice wielowymiarowe

Grupa docelowa:

Liceum ogólnokształcące i technikum, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres podstawowy i rozszerzony

Podstawa programowa:

Cele kształcenia – wymagania ogólne

I. Rozumienie, analizowanie i rozwiązywanie problemów na bazie logicznego i abstrakcyjnego myślenia, myślenia algorytmicznego i sposobów reprezentowania informacji.

II. Programowanie i rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem komputera oraz innych urządzeń cyfrowych: układanie i programowanie algorytmów, organizowanie, wyszukiwanie i udostępnianie informacji, posługiwanie się aplikacjami komputerowymi.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Rozumienie, analizowanie i rozwiązywanie problemów.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

3) objaśnia dobrany algorytm, uzasadnia poprawność rozwiązania na wybranych przykładach danych i ocenia jego efektywność;

II. Programowanie i rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem komputera i innych urządzeń cyfrowych.

Zakres podstawowy. Uczeń:

1) projektuje i programuje rozwiązania problemów z różnych dziedzin, stosuje przy tym: instrukcje wejścia/wyjścia, wyrażenia arytmetyczne i logiczne, instrukcje warunkowe, instrukcje iteracyjne, funkcje z parametrami i bez parametrów, testuje poprawność programów dla różnych danych; w szczególności programuje algorytmy z punktu I.2);

- 2) do realizacji rozwiązań problemów prawidłowo dobiera środowiska informatyczne, aplikacje oraz zasoby, wykorzystuje również elementy robotyki;

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) projektuje i tworzy rozbudowane programy w procesie rozwiązywania problemów, wykorzystuje w programach dobrane do algorytmów struktury danych, w tym struktury dynamiczne i korzysta z dostępnych bibliotek dla tych struktur;
- 2) stosuje zasady programowania strukturalnego i obiektowego w rozwiązywaniu problemów;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii.

Cele operacyjne (językiem ucznia):

- Wyjaśnisz, czym są tablice wielowymiarowe oraz jak wygląda ich stosowanie.
- Prześledzisz podstawowe działania na macierzach.
- Przeanalizujesz prosty program wykorzystujący tablice.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- dyskusja;
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem multimediu i ćwiczeń interaktywnych;
- metody aktywizujące.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;

- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

1. **Przygotowanie do zajęć.** Nauczyciel loguje się na platformie i udostępnia e-materiał: „Tablice wielowymiarowe”. Nauczyciel prosi uczniów o zapoznanie się z treściami w sekcji „Przeczytaj”.

Faza wstępna:

1. Nauczyciel prosi wybraną osobę o odczytanie tematu lekcji, a następnie określa cele i kryteria sukcesu.
2. Prowadzący prosi uczniów, aby zgłaszali swoje propozycje pytań do tematu. Jedna osoba może zapisywać je na tablicy. Gdy uczniowie wyczerpią swoje pomysły, a pozostały jakieś ważne kwestie do poruszenia, nauczyciel je dopowiada.

Faza realizacyjna:

1. **Praca z tekstem.** Uczniowie przystępują do cichego czytania tekstu zawartego w sekcji „Przeczytaj”, jeśli nauczyciel – na podstawie raportu na platformie – uważa, że przygotowanie uczniów jest wystarczające, może pominąć tę czynność.
2. **Praca z multimedium.** Nauczyciel wyświetla zawartość sekcji „Galeria zdjęć interaktywnych”. Uczniowie wspólnie zapoznają się z galerią interaktywną, w której zaprezentowane zostały wybrane działania na macierzach. Następnie wykonują pozostałe polecenia z tej sekcji.
3. **Ćwiczenie umiejętności.** Uczniowie wykonują ćwiczenia nr 1–7 z sekcji „Sprawdź się”. Nauczyciel sprawdza poprawność wykonanych zadań, omawiając je wraz z uczniami.

Faza podsumowująca:

1. Nauczyciel ponownie wyświetla na tablicy temat i cele lekcji zawarte w sekcji „Wprowadzenie”. W kontekście ich realizacji następuje omówienie ewentualnych problemów z rozwiązywaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.
2. Wybrany uczeń podsumowuje zajęcia, zwracając uwagę na nabyte umiejętności.

Praca domowa:

1. Uczniowie wykonują ćwiczenie 8 z sekcji „Sprawdź się”.

Wskazówki metodyczne:

- Treści w sekcji „Przeczytaj” można wykorzystać jako podsumowanie i utrwalenie wiedzy uczniów.

