



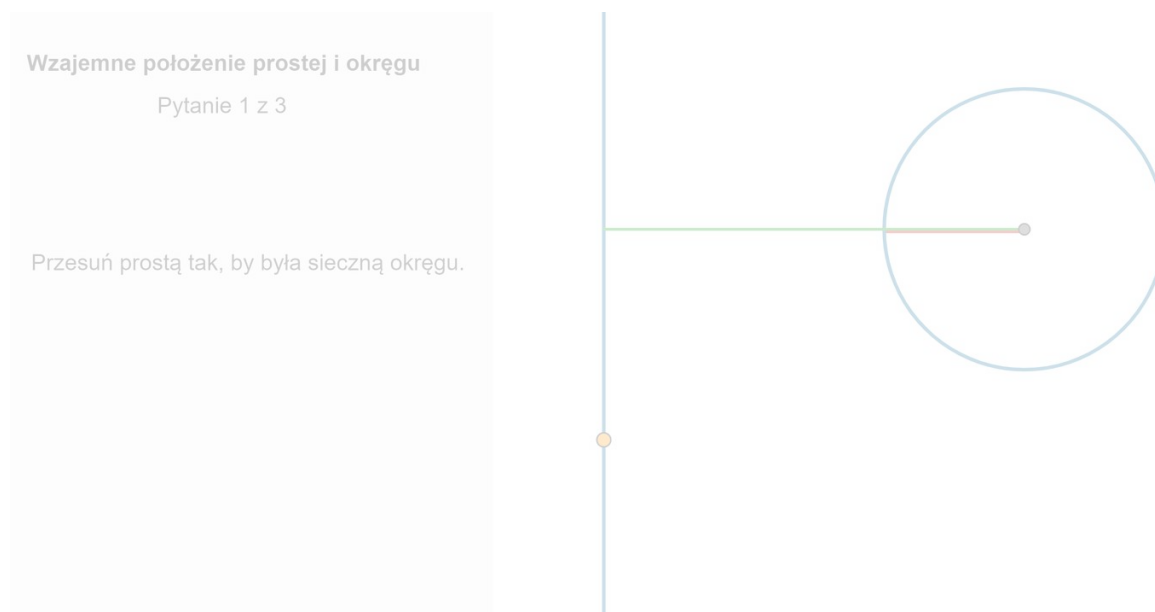
Wzajemne położenie prostej i okręgu

Omówienie wzajemnego położenia prostej i okręgu. Ilustracja multimedialna: położenie prostej i okręgu - możliwe przypadki. Prezentacje multimedialne: twierdzenie o odcinkach stycznych, wzajemne położenie dwóch okręgów o różnych promieniach.

Wzajemne położenie prostej i okręgu

Materiał ten poświęcony jest prostym oraz okręgom. Analizując zawarte tu przykłady, poznasz wzajemne położenie prostej i okręgu oraz wzajemne położenie dwóch okręgów.

Rozważmy prostą oraz okrąg o środku w punkcie S i promieniu r . Prosta oraz okrąg, leżące w tej samej płaszczyźnie, mogą mieć jeden punkt wspólny, mogą mieć dwa punkty wspólne lub nie mają punktów wspólnych.

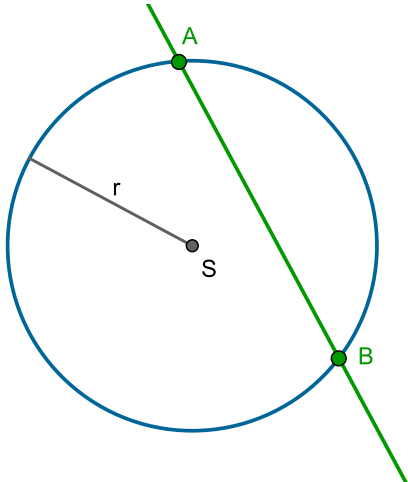
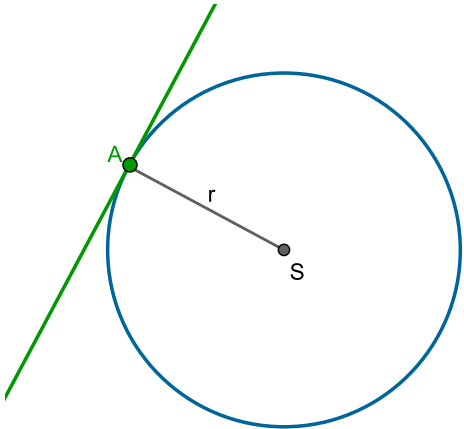


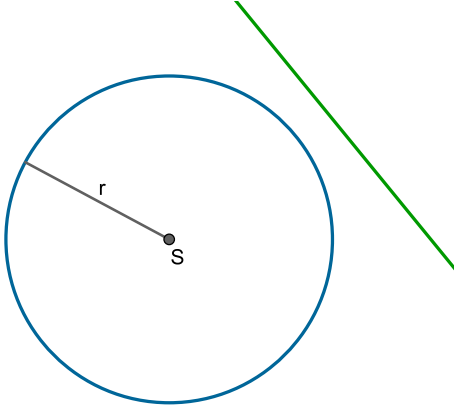
Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmloWNVsr>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wzajemne położenie prostej i okręgu

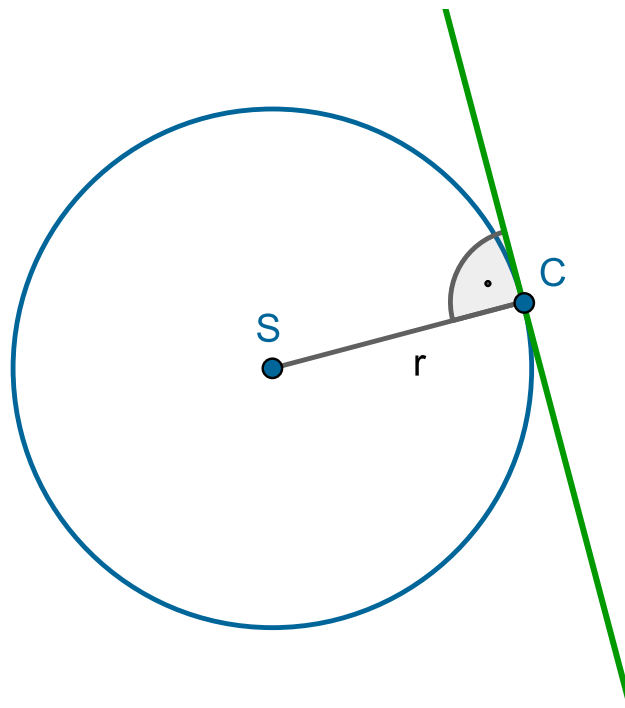
Nazwa prostej	Liczba punktów wspólnych prostej i okręgu	Interpretacja graficzna
---------------	---	-------------------------

Nazwa prostej	Liczba punktów wspólnych prostej i okręgu	Interpretacja graficzna
Sieczna okręgu	dwa	 <p data-bbox="965 723 1445 790">Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.</p> <p data-bbox="976 831 1437 913"><i>A, B</i> – punkty wspólne prostej i okręgu</p>
Styczna do okręgu	jeden	 <p data-bbox="965 1397 1445 1464">Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.</p> <p data-bbox="1007 1505 1406 1588"><i>A</i> – punkt wspólny prostej i okręgu</p>

Nazwa prostej	Liczba punktów wspólnych prostej i okręgu	Interpretacja graficzna
Rozłączna z okręgiem	zero	 <p data-bbox="965 683 1444 750">Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.</p> <p data-bbox="965 795 1444 873">Prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych.</p>

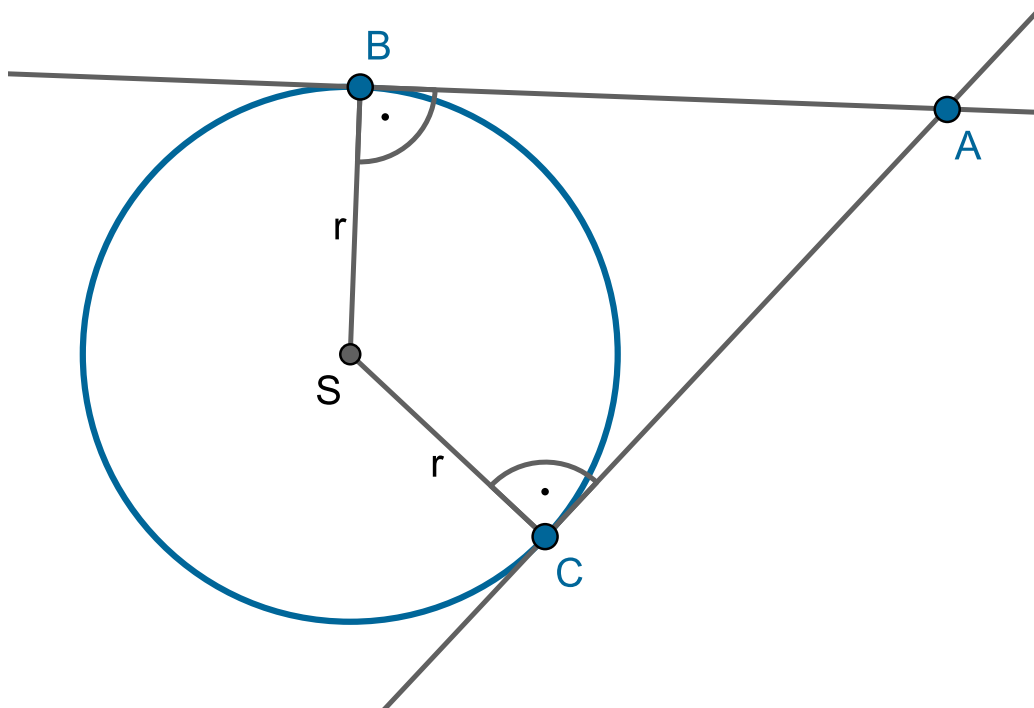
Twierdzenie: Styczna do okręgu

Styczna do okręgu jest prostopadła do promienia tego okręgu poprowadzonego z punktu styczności.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Rozważmy okrąg o środku w punkcie S i promieniu r oraz punkt A leżący na zewnątrz tego okręgu. Poprowadźmy dwie styczne do tego okręgu przechodzące przez punkt A . Punkty styczności oznaczmy B i C .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Poprowadźmy odcinek AS . Trójkąty ABS i ACS są prostokątne i mają wspólną przeciwprostokątną SA . Przyprostokątne SB i SC mają taką samą długość r . Obliczając z twierdzenia Pitagorasa trzeci z boków w obu trójkątach, otrzymujemy

$$|AB| = \sqrt{|AS|^2 - r^2},$$

oraz

$$|AC| = \sqrt{|AS|^2 - r^2},$$

zatem

$$|AB| = |AC|.$$

Twierdzenie o odcinkach stycznych

etap 1 z 6



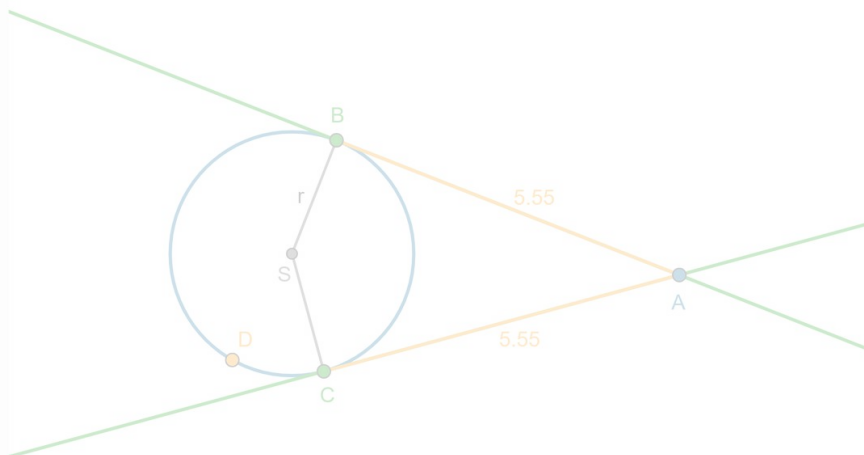
Dany jest okrąg o środku S i promieniu r oraz punkt A leżący na zewnątrz tego okręgu.

Zwróć uwagę, że odcinek AB jest równy odcinkowi AC .

W kolejnych krokach pokażemy uzasadnienie tej równości.

Uwaga:

Zmieniając położenie punktów A , S i D możesz zaobserwować czy nadal wszystkie opisane wyżej własności są prawdziwe.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PmloWNVsr>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Twierdzenie: o odcinkach stycznych

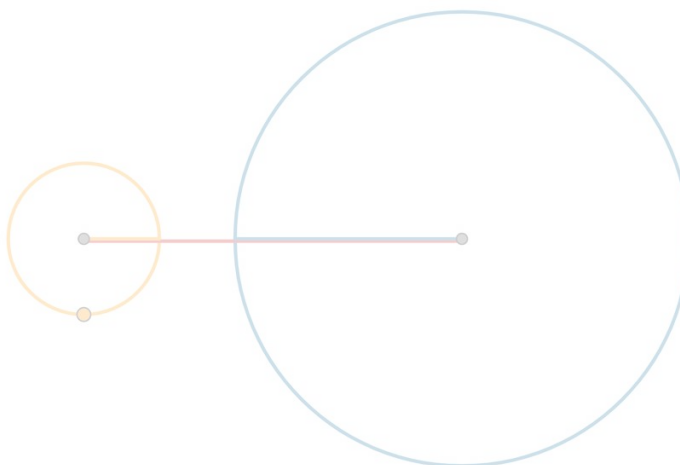
Jeżeli styczne do okręgu odpowiednio w punktach A i B przecinają się w punkcie C , to odcinki AC i BC są równej długości.

Rozważmy dwa okręgi: jeden o środku w punkcie S_1 i promieniu r_1 , drugi o środku w punkcie S_2 i promieniu r_2 , przy czym $S_1 \neq S_2$. Dwa okręgi mogą mieć dwa punkty wspólne, jeden punkt wspólny lub nie mają punktów wspólnych.

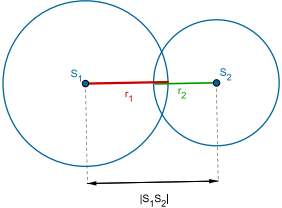
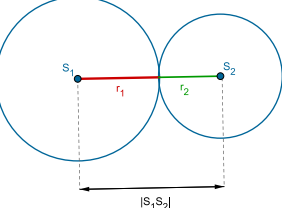
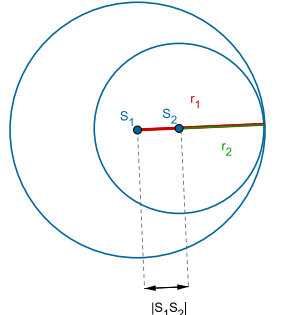
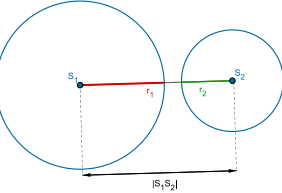
Wzajemne położenie dwóch okręgów

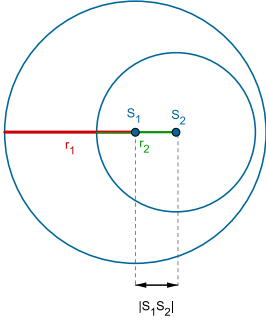
Pytanie 1 z 10

Przesuń pomarańczowy okrąg tak, by przecinał się z okręgiem niebieskim.



Wzajemne położenie dwóch okręgów o różnych promieniach

Nazwa okręgów	Liczba punktów wspólnych	Zależność między środkami S_1, S_2 okręgów a ich promieniami r_1, r_2	Interpretacja graficzna
Okręgi przecinające się	dwa	$ r_1 - r_2 < S_1 S_2 < r_1 + r_2$	 <p>Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.</p>
Okręgi styczne zewnętrznie	jeden	$ S_1 S_2 = r_1 + r_2$	 <p>Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.</p>
Okręgi styczne wewnętrznie	jeden	$0 < S_1 S_2 = r_1 - r_2 $	 <p>Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.</p>
Okręgi rozłączne zewnętrznie	zero	$ S_1 S_2 > r_1 + r_2$	 <p>Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.</p>

Nazwa okręgów	Liczba punktów wspólnych	Zależność między środkami S_1 , S_2 okręgów a ich promieniami r_1, r_2	Interpretacja graficzna
Okręgi rozłączne wewnętrznie	zero	$ S_1 S_2 < r_1 - r_2 $	 <p>Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.</p>