



Jak rozwiązywać zadania na prędkość, drogę, czas?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Jak rozwiązywać zadania na prędkość, drogę, czas?

Źródło: dostępny w internecie: pixy.org, domena publiczna.

Układy równań są potężnym narzędziem, które bardzo ułatwia rozwiązywanie problemów związanych z ruchem ciał. W niniejszym materiale zaprezentujemy klasyczne metody zapisywania zależności pomiędzy drogą, czasem i prędkością w formie układu równań oraz przedstawimy metody ich rozwiązywania. Ponieważ droga i czas są wielkościami wprost proporcjonalnymi, a prędkość i czas – odwrotnie proporcjonalnymi, więc omówimy zarówno zagadnienia prowadzące do układu równań liniowych jak i te, które prowadzą do układu równań drugiego stopnia.

Twoje cele

- Opisziesz zależności pomiędzy drogą, czasem i prędkością w postaci układu równań liniowych oraz równań drugiego stopnia.
- Wyznaczysz średnią prędkość poruszających się ciał.
- Dowiesz się, jak prędkość wiatru wpływa na prędkość samolotu, a prędkość nurtu rzeki – na prędkość łodzi.
- Rozwiążesz zadania na prędkość, drogę i czas.

Przeczytaj

Czym jest prędkość? Intuicyjnie czujemy, że prędkość ma związek z długością pokonanego dystansu w określonym czasie. Na przykład samolot poruszający się z dużą prędkością w krótkim czasie pokona dużą odległość, a żółw, który porusza się z małą prędkością, pokona niewielką odległość w długim czasie. W przypadku żółwia moglibyśmy powiedzieć, że to nie mała prędkość lecz „duża wolność”... Ale w fizyce nie używamy słowa „wolność”. Jest tylko prędkość lub szybkość.

W niniejszym materiale będziemy się zajmować **średnią prędkością** w ruchu jednostajnym prostoliniowym, a więc będziemy zakładać, że prędkość to stosunek długości przebytej drogi do czasu, w którym dany obiekt przebył tę drogę.

Przy oznaczeniach:

- s – długość drogi (w km),
- t – czas (w h),
- v – prędkość (w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$),

zachodzą zależności:

$$v = \frac{s}{t}$$

$$s = v \cdot t$$

Według Międzynarodowego Układu Jednostek Miar (SI), jednostką prędkości jest metr na sekundę, czyli $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$, ale częściej będziemy używać kilometrów na godzinę, a więc $\left[\frac{\text{km}}{\text{h}}\right]$.

Warto przypomnieć, że $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$, a $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$.

Poniżej rozwiążemy klasyczne zadania związane z problematyką ruchu ciał, których rozwiązanie prowadzi do układu równań liniowych.

Przykład 1

Biuro Pani Moniki znajduje się w odległości 18 km od jej domu. Aby dostać się do biura, Pani Monika najpierw idzie z prędkością $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ na przystanek metra, a potem jedzie metrem z prędkością $66 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Cała droga zajmuje jej 33 minuty. Obliczymy, ile minut Pani Monika jedzie metrem.

Rozwiązanie

Oznaczmy przez t czas (w h) jazdy metrem. Wówczas czas potrzebny do przebycia drogi na przystanek zajmuje Pani Monice $\frac{33}{60} - t = \frac{11}{20} - t$ godzin.

Przez s oznaczmy długość (w km) drogi, którą Pani Monika pokonuje metrem. Wtedy $18 - s$ to długość drogi (w km), którą Pani Monika pokonuje pieszo.

Zapiszemy układ równań, korzystając ze wzoru $s = v \cdot t$.

$$\begin{cases} 18 - s = 5\left(\frac{11}{20} - t\right) \\ s = 66 \cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 18 - 66t = \frac{11}{4} - 5t \quad | + 66t \\ s = 66t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 18 = \frac{11}{4} + 61t \quad | - \frac{11}{4} \\ s = 66t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{61}{4} = 61t \quad | : 61 \\ s = 66t \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \frac{1}{4} \text{ h} \\ s = 16,5 \text{ km} \end{cases}$$

Pani Monika jedzie metrem 15 minut.

Przykład 2

Maciek i Kuba mieszkają w domach oddalonych od siebie o 1100 m. Postanowili razem pójść na boisko. Wyszli jednocześnie ze swoich domów i poruszali się naprzeciw siebie. Obliczymy po ilu minutach się spotkali, jeśli Maciek szedł z prędkością $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a Kuba z prędkością $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Obliczymy, ile metrów przeszedł każdy z chłopców.

Rozwiązanie

Domy były oddalone od siebie o 1100 m, czyli o 1,1 km.

Niech t oznacza czas (w h), po jakim chłopcy się spotkają, a s niech oznacza długość drogi (w km), jaką przejdzie Maciek do momentu spotkania z Kubą. Droga Kuby wówczas będzie miała długość $1,1 - s$.

Zapiszemy układ równań:

$$\begin{cases} 5 \cdot t = s \\ 6 \cdot t = 1,1 - s \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5t = s \\ 6t = 1,1 - 5t \quad | + 5t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5t = s \\ 11t = 1,1 \quad | : 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s = 0,5 \\ t = 0,1 \end{cases}$$

Koledzy spotkali się po 6 minutach. Maciek przeszedł 0,5 km czyli 500 metrów, a Kuba przeszedł 600 metrów.

Przykład 3

Z miast A i B oddalonych od siebie o 70 km wyruszają jednocześnie naprzeciw siebie dwa pociągi i spotykają się po 20 minutach. Gdyby pociąg, który wyjechał z miasta A , jechał z prędkością o 50% większą, a pociąg, który wyruszył z miasta B , jechał z prędkością o $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ mniejszą, to pociągi również spotkałyby się po 20 minutach. Obliczmy, z jakimi **prędkościami średnimi** poruszały się pociągi.

Rozwiązanie

Oznaczmy przez v_1 i v_2 prędkości pociągów (w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$), które wyruszyły odpowiednio z miasta A i z miasta B . Niech s oznacza długość drogi (w kilometrach), którą pokonał pociąg wyruszający z miasta A do momentu spotkania z pociągiem wyruszającym z miasta B . Długość drogi pociągu jadącego z B wynosi zatem $(70 - s)$ km. Czas, po którym spotkały się pociągi, to 20 minut, czyli $\frac{1}{3}$ godziny. Zapiszmy dane w tabeli:

Pociąg	Droga w [km]	Czas w [h]	Prędkość w $[\frac{\text{km}}{\text{h}}]$
Pociąg jadący z A	s	$\frac{1}{3}$	v_1
Pociąg jadący z B	$70 - s$	$\frac{1}{3}$	v_2

Wykorzystamy zależność między drogą, prędkością i czasem:

$$s = \frac{1}{3}v_1$$

i

$$70 - s = \frac{1}{3}v_2$$

Jeśli dodamy do siebie powyższe równania, to otrzymamy:

$$\frac{1}{3}v_1 + \frac{1}{3}v_2 = 70 \quad | \cdot 3$$

$$v_1 + v_2 = 210$$

Zapiszmy tabelę dla drugiej sytuacji opisanej w treści zadania, oznaczając przez s' drogę, którą pokonałby pociąg jadący z miasta A do momentu spotkania z pociągiem jadącym z miasta B . Czas pozostaje taki sam, natomiast zmieniają się prędkości z v_1 na $150\%v_1 = \frac{3}{2}v_1$ i z v_2 na $v_2 - 45$.

Pociąg	Droga w [km]	Czas w [h]	Prędkość w $[\frac{\text{km}}{\text{h}}]$
--------	--------------	------------	---

Pociąg	Droga w [km]	Czas w [h]	Prędkość w [$\frac{\text{km}}{\text{h}}$]
Pociąg jadący z A	s'	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}v_1$
Pociąg jadący z B	$70 - s'$	$\frac{1}{3}$	$v_2 - 45$

Zapisując zależności podane w tabeli w formie równań, otrzymujemy:

$$s' = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} v_1$$

i

$$70 - s' = \frac{1}{3}(v_2 - 45),$$

a stąd

$$s' = \frac{1}{2} v_1$$

i

$$70 - s' = \frac{1}{3} v_2 - 15.$$

Jeśli dodamy do siebie powyższe równania, to otrzymamy:

$$\frac{1}{2} v_1 + \frac{1}{3} v_2 - 15 = 70 \quad | \cdot 6$$

$$3v_1 + 2v_2 - 90 = 420 \quad | + 90$$

$$3v_1 + 2v_2 = 510$$

Teraz zapiszmy równania opisujące zależności pomiędzy v_1 i v_2 w formie układu równań:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = 210 & | \cdot (-2) \\ 3v_1 + 2v_2 = 510 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2v_1 - 2v_2 = -420 \\ 3v_1 + 2v_2 = 510 \end{cases}$$

Gdy dodamy do siebie równania stronami, otrzymamy:

$$v_1 = 90, \text{ a } v_2 = 210 - v_1 = 210 - 90 = 120.$$

Odpowiedź:

Pociąg, który wyruszył z miasta A jechał z prędkością $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a pociąg, który wyruszył z miasta B – z prędkością $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Zdarza się, że samolot latający ze stałą prędkością pokonuje tę samą trasę w różnym czasie. Przyczyną tego może być wiatr. Otóż – jeśli samolot leci pod wiatr, to jego prędkość

względem ziemi zmniejsza się, pomimo, że jego **prędkość względem** powietrza się nie zmienia. Analogicznie – samolot lecący z wiatrem zwiększa swoją prędkość względem ziemi. Wówczas, jeśli przez v_s oznaczmy prędkość samolotu względem powietrza, a przez v_w – prędkość wiatru, to prędkość samolotu względem ziemi wynosi

$$v = v_s + v_w$$

gdy samolot leci z wiatrem i

$$v = v_s - v_w$$

gdy samolot leci pod wiatr. Dalej, przez prędkość samolotu będziemy rozumieć jego prędkość względem powietrza (inaczej prędkość własną).

Przykład 4

Samolot, lecąc ze stałą prędkością pod wiatr, pokonał trasę długości 3600 km w czasie 10 godzin. Drogę powrotną, podczas której wiatr wiał z tą samą prędkością, ale w kierunku lotu, samolot (lecąc z tą samą prędkością własną) pokonał w czasie o godzinę krótszym. Obliczmy, jaka była prędkość samolotu, a jaka prędkość wiatru.

Rozwiązanie

Oznaczmy przez v_s prędkość własną samolotu (w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$), a przez v_w prędkość wiatru (w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$) i zapiszmy podane w zadaniu informacje w formie układu równań:

$$\begin{cases} v_s - v_w = \frac{3600}{10} \\ v_s + v_w = \frac{3600}{9} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_s - v_w = 360 \\ v_s + v_w = 400 \end{cases}$$

Gdy dodamy do siebie równania, to otrzymamy $2v_s = 760$, więc $v_s = 380 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a $v_w = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Samolot leciał z prędkością własną $380 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a wiatr wiał z prędkością $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

W analogiczny sposób możemy rozwiązywać zadania o statkach pływających po rzece. Prędkość statku względem ziemi jest sumą prędkości statku i prądu rzeki, gdy statek płynie z prądem oraz ich różnicą, gdy statek płynie pod prąd.

Przykład 5

Pewien turysta przepłynął kajakiem trasę długości 14 km w czasie 20 minut, gdy płynął z prądem rzeki. W drodze powrotnej płynął pod prąd z tą samą prędkością własną, przy

tej samej prędkości nurtu rzeki. Droga powrotna trwała o 10 minut dłużej. Obliczmy prędkość własną kajaka i prędkość nurtu rzeki.

Rozwiązanie

Oznaczmy przez v_k prędkość własną kajaka, a przez v_n prędkość nurtu rzeki. Zauważmy, że 20 minut, to $\frac{1}{3}$ godziny, a 30 minut, to $\frac{1}{2}$ godziny i zapiszmy podane w zadaniu informacje w formie układu równań:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(v_k - v_n) = 14 & \cdot 2 \\ \frac{1}{3}(v_k + v_n) = 14 & \cdot 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_k - v_n = 28 \\ v_k + v_n = 42 \end{cases}$$

Gdy dodamy do siebie równania, to otrzymamy $2v_k = 70$, więc $v_k = 35 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a $v_n = 7 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Prędkość własna kajaka wynosiła $35 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a prędkość nurtu rzeki $7 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Przykład 6

Trasa samolotu ma długość 225 km. Samolot lecąc pod wiatr, pokonał pierwszą część trasy. Drugą część trasy pokonał przy bezwietrznej pogodzie z prędkością o 25% większą w czasie o 9 minut dłuższym. Gdyby podczas całej podróży pogoda była bezwietrzna, to podróż trwałaby o 3 minuty krócej. Obliczmy, z jaką prędkością (w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$) i w jakim czasie (w minutach) samolot pokonał pierwszą część trasy, z jaką prędkością (w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$) i w jakim czasie (w minutach) pokonał drugą część i ile minut trwała cała podróż.

Rozwiązanie:

Niech v oznacza prędkość (w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$), z jaką samolot pokonał pierwszą część trasy, t niech oznacza czas (w h), w ciągu którego przebył pierwszą część, a s niech oznacza długość pierwszego etapu podróży (w km). Oczywiście $s = v \cdot t$.

Podczas drugiego etapu podróży samolot leciał z prędkością o 25% większą, czyli z prędkością równą $1,25v$. Ponieważ cała trasa ma długość 225 km, więc drugi etap ma długość $225 - s$, stąd $225 - v \cdot t$. Druga część podróży trwała o 9 minut dłużej, a to oznacza, że samolot pokonał drugą część trasy w czasie $t + 0,15$ h.

Wiadomo również, że gdyby całą drogę pokonał z prędkością $1,25v$, to zajęłoby mu to $t + t + 0,15 - 0,05$, czyli $2t + 0,1$ godziny.

Wielkość	I część lotu	II część lotu	Cała trasa
Droga	$v \cdot t$	$225 - v \cdot t$	225
Prędkość	v	$1,25v$	$1,25v$

Wielkość	I część lotu	II część lotu	Cała trasa
Czas	t	$t + 0,15$	$2t + 0,1$

Wykorzystując zależność:

$$s = v \cdot t,$$

dla drugiej części lotu oraz dla całej trasy pokonanej z prędkością $1,25v$, otrzymujemy układ równań:

$$\begin{cases} 225 - vt = 1,25v(t + 0,15) \\ 225 = 1,25v(2t + 0,1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 225 - vt = 1,25vt + 0,1875v \quad | + vt \\ 225 = 2,5vt + 0,125v \end{cases}$$

$$\begin{cases} 225 = 2,5vt + 0,1875v \quad | \cdot 10 \\ 225 = 2,5vt + 0,125v \quad | \cdot (-9) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2250 = 22,5vt + 1,875v \\ -2025 = -22,5vt - 1,125v \end{cases}$$

Po dodaniu do siebie równań stronami otrzymujemy, że $0,75v = 225 \quad | : 0,75$, więc $v = 300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Teraz wstawiając $v = 300$ do równania

$$225 = 2,5vt + 0,125v,$$

otrzymamy

$$225 = 750t + 37,5 \quad | - 37,5,$$

$$750t = 187,5 \quad | : 750,$$

$$t = 0,25.$$

0,25 godziny, to 15 minut. Prędkość o 25% większa od $300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, to $375 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Samolot pokonał pierwszą część trasy z prędkością $300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ w czasie 15 minut, a drugą część trasy z prędkością $375 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ w czasie 24 minut. Cała podróż trwała 39 minut.

W zadaniach na prędkość wykorzystujemy również umiejętność rozwiązywania układów równań drugiego stopnia:

Przykład 7

Biegacz na treningu przebiegł 78 metrów. Gdyby biegł z prędkością o $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ większą przez 2 sekundy dłużej, to przebiegłby 120 metrów. Obliczmy prędkość, z jaką poruszał się biegacz (w $\frac{\text{m}}{\text{s}}$) i czas pokonania trasy treningu (w sekundach).

Rozwiązanie

Niech v oznacza prędkość poruszania się biegacza w $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, a t – czas w sekundach pokonania trasy treningu. Zapiszmy układ równań:

$$\begin{cases} vt = 78 \\ (v + 2)(t + 2) = 120 \end{cases}$$

$$\begin{cases} vt = 78 \\ vt + 2t + 2v + 4 = 120 \end{cases}$$

$$\begin{cases} vt = 78 \\ 78 + 2t + 2v + 4 = 120 \mid - 82 \end{cases}$$

$$\begin{cases} vt = 78 \\ 2t + 2v = 38 \mid : 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} vt = 78 \\ t + v = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t(19 - t) = 78 \\ v = 19 - t \end{cases}$$

$$\begin{cases} -t^2 + 19t - 78 = 0 \mid \cdot (-1) \\ v = 19 - t \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^2 - 19t + 78 = 0 \\ v = 19 - t \end{cases}$$

Obliczamy wyróżnik:

$$\Delta = (-19)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 78 = 361 - 312 = 49$$

$$\sqrt{\Delta} = 7$$

Równanie ma dwa rozwiązania:

$$t_1 = \frac{19-7}{2} = 6,$$

$$t_2 = \frac{19+7}{2} = 13.$$

Przyjmując, że $t = 6$, prędkość wynosi $v = 19 - 6 = 13$. Natomiast, jeśli $t = 13$, to $v = 19 - 13 = 6$.

Odpowiedź:

Biegacz albo biegł przez 6 sekund z prędkością $13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, albo biegł przez 13 sekund z prędkością $v = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Słownik

prędkość średnia

to stosunek długości przebytej drogi do czasu, w którym dany obiekt przebył tę drogę;
przy oznaczeniach:

v – prędkość,

s – droga,

t – czas,

zachodzą zależności:

$$v = \frac{s}{t}$$

$$s = v \cdot t$$

$$t = \frac{s}{v}$$

prędkość względna

to prędkość ciała względem określonego układu odniesienia, który tworzy inne ciało

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją. Staraj się samodzielnie rozwiązać zaprezentowane tam zadanie. Zwróć uwagę na jednostki, w jakich określone są: droga, czas, prędkość. Przyjmij, że w zadaniu prędkość v wyrażona jest w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, natomiast czas t w godzinach.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DHm4oCaos>

Film nawiązujący do treści lekcji dotyczący rozwiązywania zadań z prędkością, drogą i czasem za pomocą układów równań.

Polecenie 2

Czworo przyjaciół postanowiło rowerami przejechać trasę długości 120 km. Połącz prędkości, z jakimi się poruszali oraz czas, jaki był im potrzebny na pokonanie tej trasy.

$$v = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

144 min

$$v = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

3 h

$$v = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

2,5 h

$$v = 48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$2\frac{2}{3}$ h

Polecenie 3

Państwo Leśniewscy pojechali nad morze. Pokonali drogę długości 360 km, jadąc ze stałą prędkością. Gdyby jechali z prędkością o $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ większą, to do celu dojechaliby dwie godziny wcześniej. Oblicz, z jaką prędkością jechali Państwo Leśniewscy i ile czasu zajęła im droga nad morze.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Złodziej, uciekając z miejsca przestępstwa przed policją, może pokonać drogę na lotnisko długości 6 km w czasie 3 minut. Z jaką prędkością powinien jechać policjant, aby złodziej nie zdążył odlecieć? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ Większą niż $33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

☐ Większą niż $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

☐ Większą niż $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

☐ Większą niż $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Ćwiczenie 2



Pan Stefan chodzi pieszo do pracy, pokonując odległość 1500 metrów w czasie 10 minut. Jaka jest średnia prędkość, z jaką porusza się pan Stefana? Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

☐ $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

☐ $150 \frac{\text{m}}{\text{min}}$

☐ $9 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Ćwiczenie 3



Samolot pokonał trasę z Madery do Wrocławia w czasie ośmiu godzin lecąc z prędkością $v = 450 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Oceń, czy zdanie jest prawdziwe czy fałszywe.

	Prawda	Fałsz
Madera leży w odległości 3500 km od Wrocławia.	☐	☐
Gdyby samolot leciał z prędkością o $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ większą, to przyleciałby do Wrocławia o godzinę wcześniej.	☐	☐
Gdyby samolot leciał z prędkością o $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ mniejszą, to przyleciałby do Wrocławia o godzinę później.	☐	☐
Gdyby samolot musiał pokonać trasę w ciągu 6 godzin, to musiałby lecieć z prędkością $600 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.	☐	☐

Ćwiczenie 4



Dworce kolejowe w Warszawie i Grudziądzu są oddalone od siebie o 315 km. O godzinie 8 : 30 ze stacji w Warszawie wyrusza pociąg osobowy, który jedzie z średnią prędkością $70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. O tej samej godzinie ze stacji w Grudziądzu wyrusza pociąg towarowy, który porusza się po przeciwnym torze z średnią prędkością $56 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. O której godzinie pasażerowie pociągu osobowego miną pociąg towarowy?

Ćwiczenie 5



Struś i wilk wystartowali w tym samym czasie z mety owalnej bieżni długości 1200 m. Wilk biegł z prędkością $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a struś z prędkością $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Po jakim czasie wilk i struś spotkają się na bieżni?

Ćwiczenie 6



Samolot lecący z wiatrem z Warszawy do Chicago pokonał trasę długości 7520 km w osiem godzin. W drodze powrotnej rozwinął tę samą prędkość własną i lecąc pod wiatr, wiejący również z tą samą prędkością, pokonał trasę z Chicago do Warszawy w 10 godzin. Z jaką przeciętną własną prędkością leciał samolot? Jaka była prędkość wiatru podczas tego lotu?

Ćwiczenie 7



Pan Piotr wyruszył z domu na wycieczkę rowerową o 8 : 00 i jechał z prędkością $25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Postanowił nie jechać zbyt szybko, aby jego żona Maria dogoniła go jeszcze przed południem. Pani Maria obudziła się o 9 : 00 i po porannej toalecie wyruszyła o 9 : 30. Jechała z prędkością $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Czy małżeństwu uda się spotkać przed południem?

Ćwiczenie 8



Pan Janusz wyruszył samochodem spod swojego domu do sklepu oddalonego o 30 km. Jego sąsiadka Grażyna wyruszyła do tego samego sklepu o tej samej godzinie spod domu, ale jechała z prędkością o $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ większą i na miejsce przybyła o 6 minut wcześniej. Z jaką średnią prędkością jechał pan Janusz? Ile czasu zajęła mu podróż do sklepu?

Ćwiczenie 9



Zawodnik A pokonał trasę wyścigu kolarskiego długości 180 km w czasie o 72 minuty krótszym i z prędkością o $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ większą niż zawodnik B . Oblicz prędkości, z jakimi jechali obaj zawodnicy.

Dla nauczyciela

Autor: Marta Frankowska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Jak rozwiązywać zadania na prędkość, drogę, czas?

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

IV. Układy równań.

Zakres podstawowy. Uczeń:

1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;

2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych;

3) rozwiązuje metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest liniowe, a drugie kwadratowe, postaci $\begin{cases} ax + by = e \\ x^2 + y^2 + cx + dy = f \end{cases}$ lub $\begin{cases} ax + by = e \\ y = cx^2 + dx + f \end{cases}$.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;

Cele operacyjne:

Uczeń:

- analizuje treść zadania tekstowego „na prędkość, drogę, czas” i układu odpowiednie zależności pomiędzy wielkościami występującymi w zadaniu;
- zna pojęcie prędkości średniej i rozumie, czym jest prędkość względem pewnego układu odniesienia;
- zna zależności pomiędzy prędkością, drogą i czasem;
- stosuje znane mu metody do rozwiązania układu równań liniowych oraz układu równań drugiego stopnia;

- rozwiązuje układ równań.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- odwrócona klasa;
- ćwiczenia;
- dyskusja.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda;
- rzutnik multimedialny.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

- Uczniowie zapoznają się z treściami zapisanymi w sekcji „Przeczytaj”.

Faza wstępna:

1. Nauczyciel przedstawia uczniom temat lekcji oraz cele lekcji, a następnie wspólnie określają kryteria sukcesu.
2. Wybrani uczniowie przypominają zależność między prędkością, drogą i czasem oraz jednostki tych wielkości. Omawiają też etapy rozwiązywania zadań dotyczących prędkości, drogi i czasu.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel wyświetla animację. Po jej zakończeniu pyta, czy rozwiązania zadań w niej przedstawionych są dla wszystkich zrozumiałe. W razie wątpliwości, tłumaczy zadania.
2. Uczniowie w parach rozwiązują polecenie pierwsze i sprawdzają poprawność rozwiązania.
3. Wybrany uczeń rozwiązuje na tablicy polecenie drugie.

4. Nauczyciel dzieli klasę na grupy. Uczniowie w grupach rozwiązują ćwiczenie 1 i 2 z sekcji „Sprawdź się”.
5. Uczniowie wspólnie rozwiązują ćwiczenie 3 z sekcji „Sprawdź się”.
6. Uczniowie samodzielnie wykonują wskazane przez nauczyciela ćwiczenia z sekcji „Sprawdź się”. Wybrani uczniowie z klasy prezentują swoje rozwiązania na tablicy.

Faza podsumowująca:

- Nauczyciel omawia ewentualne problemy z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.

Praca domowa:

Zadaniem uczniów jest ułożenie zabawnej historyjki – zadania – na prędkość, drogę, czas i wysłanie jej do wylosowanej koleżanki/kolegi. Uczeń, który otrzyma zadanie powinien je rozwiązać i całość przynieść na następną lekcję.

Materiały pomocnicze:

[Prędkość, droga i czas](#)

Wskazówki metodyczne:

Animację można wykorzystać do powtórzenia materiału dotyczącego rozwiązywania zadań na prędkość, drogę i czas. Można też wykorzystać animację na zajęciach poświęconych rozwiązywaniu zadań tekstowych.