



Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie - zadania

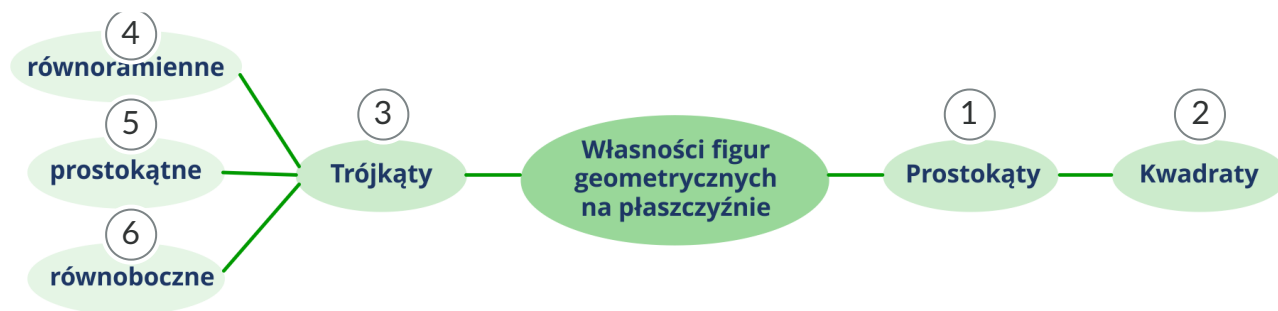
Zadania na obliczanie pola, obwodu figury, długości odcinków w figurach oraz zależności pomiędzy nimi. Zadania o zróżnicowanym stopniu trudności, w tym część zadań interaktywnych.

Obliczanie długości odcinków w trójkątach lub czworokątach. Obliczanie pola powierzchni trójkąta lub czworokąta. Obliczanie obwodu czworokąta. Obliczanie miar kątów w trójkącie lub czworokącie. Obliczanie promienia okręgu wpisanego. Zestaw zadań, w tym zadania interaktywne. Wskazówki i rozwiązania do zadań.

Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie - zadania

Ten materiał poświęcony jest zadaniom związanym z własnościami figur geometrycznych na płaszczyźnie.

Pokaż ćwiczenia:   



1

Własności prostokąta:

- Każda przekątna dzieli go na dwa takie same trójkąty prostokątne.
- Obie jego przekątne mają takie same długości i przecinają się w połowie.

2

Własności kwadratu:

- Wzór na długość przekątnej kwadratu o boku a to $a\sqrt{2}$.
- Posiada wszystkie własności prostokąta.
- Promień okręgu wpisanego w kwadrat wynosi połowę długości jego boku.
- Promień okręgu opisanego na kwadracie wynosi połowę długości jego przekątnej.

3

Własności trójkąta:

- Wzór na pole trójkąta to $P = \frac{a \cdot h}{2}$, gdzie a oznacza długość podstawy, a h wysokość.
- Suma kątów wewnętrznych trójkąta wynosi 180° .

4

Własności trójkąta równoramiennego:

- Ma dwa boki równej długości.
- Oba kąty przy podstawie mają takie same miary.
- Wysokość prostopadła do podstawy dzieli go na dwa takie same trójkąty prostokątne.

5

Własności trójkąta prostokątnego:

- Możesz stosować dla niego twierdzenie Pitagorasa.
- Znasz zależności między bokami i kątami w trójkącie prostokątnym, o kątach ostrych 30° , 60° i 90° .
- Średnicą okręgu opisanego na takim trójkącie jest jego przeciwprostokątna.

6

Własności trójkąta równobocznego:

- Wszystkie jego boki mają takie same długości
- Każda jego wysokość dzieli go na dwa trójkąty prostokątne o kątach 30° , 60° i 90° .
- Promień okręgu opisanego na takim trójkącie stanowi $\frac{2}{3}$ jego wysokości.
- Promień okręgu wpisanego w taki trójkąt stanowi $\frac{1}{3}$ jego wysokości.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1



Dany jest prostokąt $ABCD$, w którym przekątna BD ma długość 17, a bok AB ma długość 10. Oblicz długość boku BC . Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $|BC| = 4\sqrt{21}$

☐ $|BC| = 3\sqrt{12}$

☐ $|BC| = 3\sqrt{21}$

☐ $|BC| = 4\sqrt{12}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Zaznacz prawdziwe stwierdzenie.

- ☐ Boki prostokąta mają długości 3 i 6. Wtedy kąt między przekątną i dłuższym bokiem ma miarę 30° .
- ☐ W prostokącie dłuższy bok ma długość 4, a kąt między przekątną i krótszym bokiem ma miarę 60° . Wtedy długość krótszego boku tego prostokąta wynosi 2.
- ☐ W prostokącie przekątna ma długość $7\sqrt{2}$, a kąt między tą przekątną i jednym z boków ma miarę 45° . Wtedy boki tego prostokąta mają długości 7 i $7\sqrt{2}$.
- ☐ W prostokącie przekątna ma długość 8, a kąt między przekątną i dłuższym bokiem ma miarę 30° . Wtedy długość krótszego boku tego prostokąta jest równa 4.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



W trójkącie równoramiennym ABC dane są długości ramion $|BC| = |AC| = 7$ oraz wysokość $|CD| = 3$. Które z poniższych stwierdzeń jest prawdziwe? Zaznacz poprawną odpowiedź.

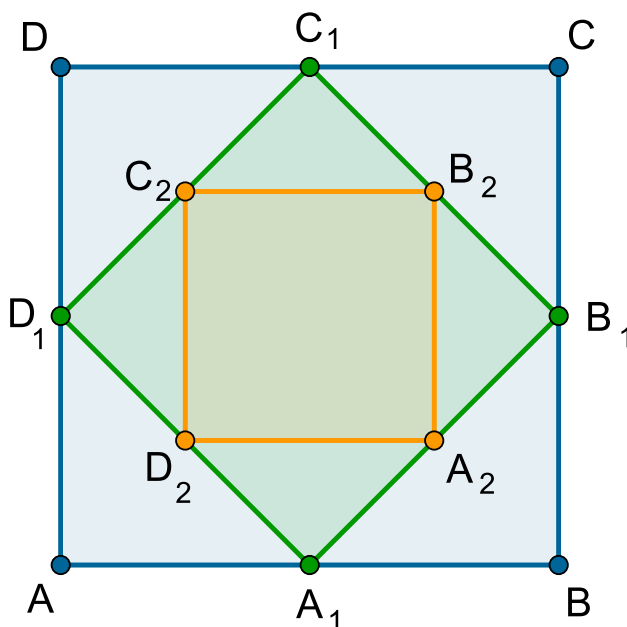
- ☐ Długość podstawy AB tego trójkąta wynosi $2\sqrt{10}$.
- ☐ Pole tego trójkąta wynosi $4\sqrt{10}$.
- ☐ Długość drugiej wysokości tego trójkąta wynosi $\frac{12}{7}\sqrt{10}$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Na rysunku przedstawione są kwadraty. Długość boku pierwszego kwadratu jest równa 16. Wierzchołki drugiego to środki boków pierwszego. Wierzchołki trzeciego to środki boków drugiego kwadratu.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Które z poniższych stwierdzeń jest prawdziwe? Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ Długość boku trzeciego kwadratu jest równa 8.

☐ Długość odcinka A_1B_2 jest równa $4\sqrt{10}$.

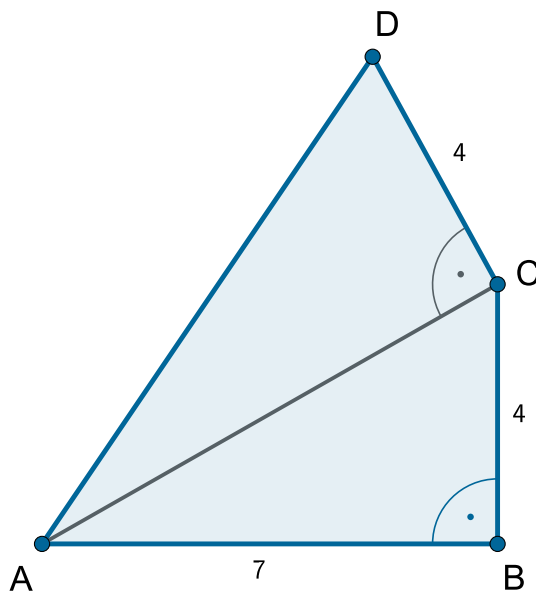
☐ Długość boku drugiego kwadratu jest równa $4\sqrt{10}$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Przekątna AC czworokąta $ABCD$ dzieli go na dwa trójkąty prostokątne. Długości trzech jego boków zostały podane na rysunku. Ile wynosi obwód tego czworokąta?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij odpowiedź, wpisując otrzymany wynik w puste pole.

Odpowiedź: Obwód czworokąta $ABCD$ jest równy .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Zaznacz prawdziwe stwierdzenie.

- ☐ Stosunek długości przekątnych rombu wynosi $5 : 8$. Obwód rombu jest równy $4\sqrt{89}$. Wynika z tego, że długość dłuższej przekątnej jest równa 10
- ☐ Obwód prostokąta wynosi 70. Stosunek długości jego boków jest równy $2 : 3$. Wówczas długość krótszego boku tego prostokąta wynosi 21.
- ☐ Stosunek długości przekątnych rombu wynosi $6 : 8$. Wówczas stosunek boku rombu do dłuższej przekątnej wynosi $5 : 8$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Zaznacz wszystkie prawdziwe stwierdzenia.

- ☐ Dane są dwa trójkąty równoboczne T_1 i T_2 . Długość boku trójkąta T_2 jest o 10% większa od długości boku trójkąta T_1 . Wynika stąd, że pole trójkąta T_2 jest o 21% większe od pola trójkąta T_1 .
- ☐ Wysokość trójkąta równobocznego jest o 2 krótsza od długości boku. Wtedy pole tego trójkąta wynosi $P = 28 + 48\sqrt{3}$.
- ☐ Pole trójkąta równobocznego wynosi $9\sqrt{3}$. Wówczas bok tego trójkąta ma długość 6.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Zaznacz wszystkie prawdziwe stwierdzenia.

- ☐ Długość boku trójkąta równobocznego jest równa $2\sqrt{3}$. Wówczas promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy 2.
- ☐ Wysokość trójkąta równobocznego jest równa 15. Wówczas promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy 5, a promień okręgu opisanego na trójkącie jest równy 10.
- ☐ Długość boku trójkąta równobocznego jest równa $7\sqrt{3}$. Wówczas promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy 7.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Zaznacz prawdziwe stwierdzenie.

- ☐ Jeżeli stosunek długości przyprostokątnych w trójkącie prostokątnym wynosi $3 : 5$, to stosunek długości promienia okręgu opisanego na tym trójkącie do długości dłuższej przyprostokątnej trójkąta wynosi $17 : 10$.
- ☐ Przyprostokątne w trójkącie prostokątnym mają długości 8 i $4\sqrt{5}$. Wtedy długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie wynosi 6 .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



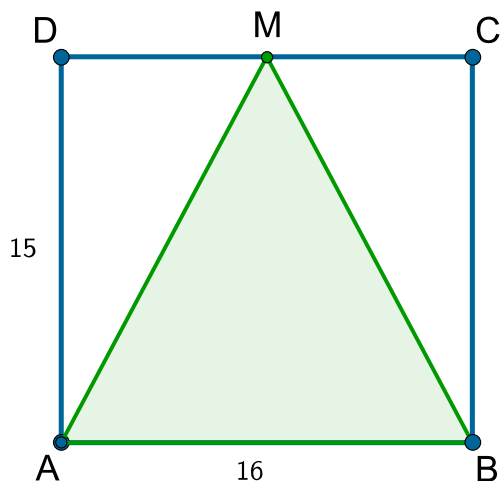
- a. Kąt między ramionami trójkąta równoramiennego jest prosty. Wysokość opuszczona na podstawę tego trójkąta jest równa 5 . Oblicz długość środkowej tego trójkąta, której jednym z końców jest wierzchołek kąta ostrego.
- b. W trójkącie równoramiennym kąt między ramionami jest równy 120° . Wysokość opuszczona na podstawę tego trójkąta jest równa 2 . Oblicz długość środkowej tego trójkąta, której jednym z końców jest wierzchołek kąta ostrego.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Podstawą AB trójkąta równoramiennego ABM jest dłuższy bok prostokąta $ABCD$. Wierzchołek M leży na boku CD , jak pokazano na rysunku. Oblicz obwód tego trójkąta.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wskaż odpowiedź zawierającą prawidłowe rozwiązanie.

☐ 48

☐ $2\sqrt{481} + 16$

☐ $10\sqrt{7} + 12$

☐ 50

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



W trójkącie prostokątnym długości przyprostokątnych są równe 2 i $2\sqrt{3}$. Dokończ zdanie, wybierając poprawną odpowiedź.

Większy z kątów ostrych w tym trójkącie ma miarę:

☐ 15°

☐ 45°

☐ 60°

☐ 30°

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Liczby 6, 14, x są długościami boków trójkąta równoramiennego. Ile wynosi x ? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $x = \sqrt{113}$

☐ $x = 14$

☐ $x = 8$

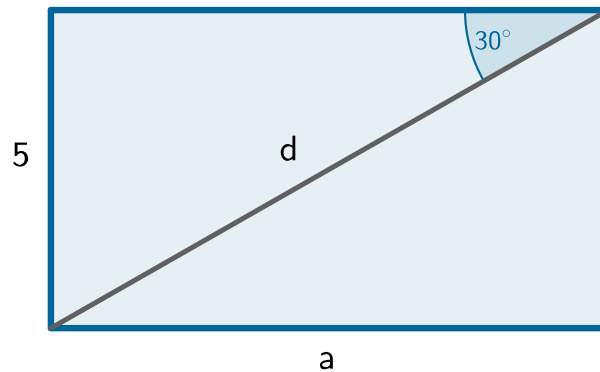
☐ $x = 12$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Na podstawie rysunku prostokąta przedstawionego poniżej, oblicz długość a dłuższego boku oraz długość d przekątnej tego prostokąta.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wskaż odpowiedź zawierającą prawidłowe rozwiązanie.

☐ $a = \frac{5\sqrt{3}}{3}, d = 10$

☐ $a = \frac{5}{\sqrt{3}}, d = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

☐ $a = 5\sqrt{3}, d = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

☐ $a = 5\sqrt{3}, d = 10$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



W trójkącie prostokątnym dwa dłuższe boki mają długości 15 i 17. Ile wynosi obwód tego trójkąta. Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 39,5

☐ $\sqrt{514} + 32$

☐ 40

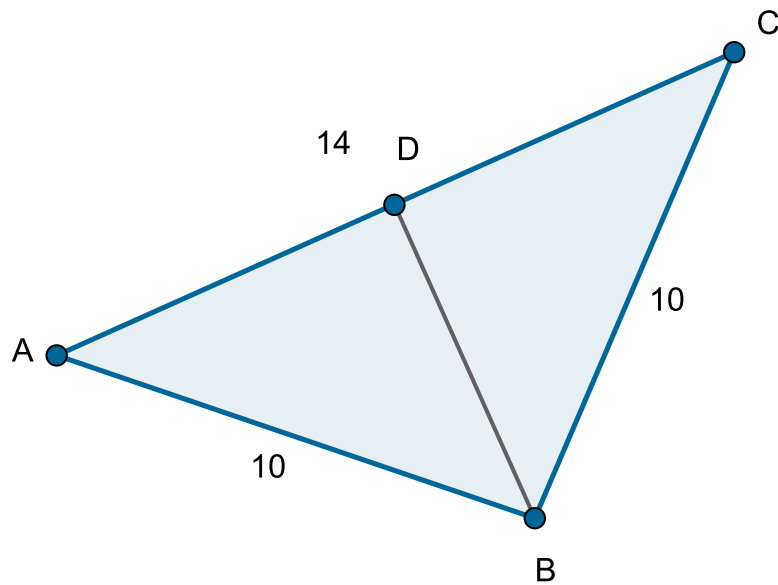
☐ 40,5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



W trójkącie równoramiennym ABC dane są długości boków $|AB| = |BC| = 10$ oraz $|AC| = 14$. Oblicz pole tego trójkąta.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wskaż odpowiedź zawierającą prawidłowe rozwiązanie.

☐ $20\sqrt{6}$

☐ $28\sqrt{6}$

☐ 49

☐ $7\sqrt{51}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Długość boku trójkąta równobocznego jest równa $\frac{\sqrt{21}}{2}$. Dokończ zdanie, wybierając poprawną odpowiedź.

Promień r okręgu wpisanego w ten trójkąt i promień R okręgu opisanego na tym trójkącie są równe odpowiednio:

☐ $r = \frac{\sqrt{21}}{8}, R = \frac{\sqrt{21}}{4}$

☐ $r = \frac{\sqrt{21}}{4}, R = \frac{\sqrt{21}}{8}$

☐ $r = \frac{\sqrt{14}}{4}, R = \frac{\sqrt{14}}{2}$

☐ $r = \frac{\sqrt{7}}{4}, R = \frac{\sqrt{7}}{2}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



W prostokącie długość jednego z boków jest równa $3\sqrt{2}$, a przekątna ma długość $3\sqrt{6}$.

Oblicz długość drugiego boku prostokąta. Uzupełnij poniższą lukę. Kliknij w nią, aby rozwinąć listę, a następnie wybierz poprawną odpowiedź.

Odpowiedź: Długość drugiego boku wynosi $|MN| =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



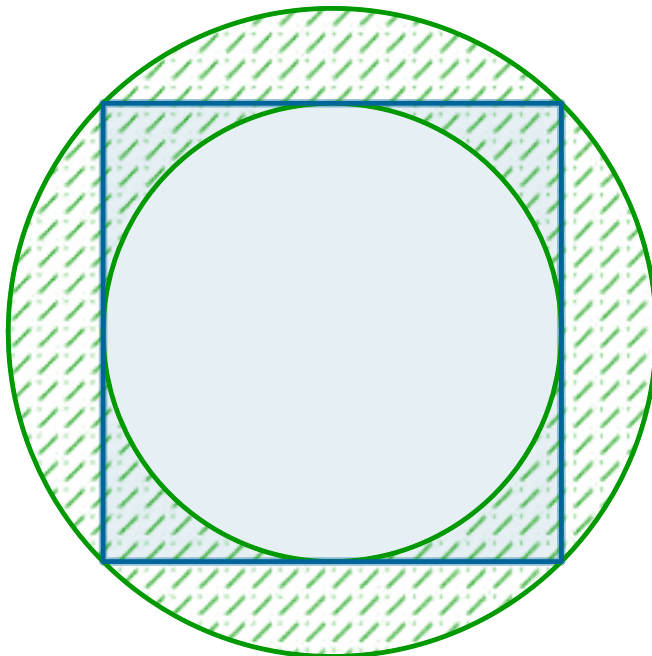
Dane są trzy czworokąty. Pierwszy jest prostokątem o bokach długości 2 i 4. Wierzchołki drugiego czworokąta to środki boków pierwszego, a wierzchołki trzeciego to środki boków drugiego czworokąta. Oblicz sumę obwodów tych wielokątów. Uzupełnij poniższą lukę. Kliknij w nią, aby rozwinąć listę, a następnie wybierz poprawną odpowiedź.

Odpowiedź: Suma obwodów wynosi .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20

W kwadrat wpisano okrąg i na tym samym kwadracie opisano okrąg, jak pokazano na poniższym rysunku. Pole zaznaczonego pierścienia jest równe 5π . Oblicz obwód kwadratu.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij poniższą lukę. Kliknij w nią, aby rozwinąć listę, a następnie wybierz poprawną odpowiedź.

Odpowiedź: Obwód kwadratu wynosi .

☐ $10\sqrt{5}$

☐ $6\sqrt{3}$

☐ $2\sqrt{3}$

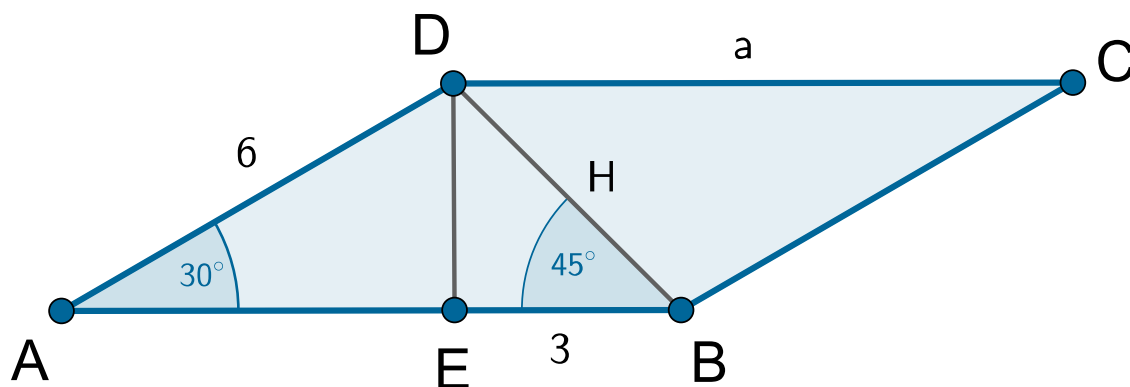
☐ $4\sqrt{2}$

☐ $8\sqrt{5}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 21

Dany jest równoległobok, w którym jeden z boków ma długość $b = 6$. Kąt ostry równoległoboku ma miarę 30° , kąt między krótszą przekątną a bokiem a ma miarę 45° , jak na rysunku. Oblicz pole tego równoległoboku.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij poniższą lukę. Kliknij w nią, aby rozwinąć listę, a następnie wybierz poprawną odpowiedź.

Odpowiedź: Pole równoległoboku wynosi .

☐ $8\sqrt{3} + 3$

☐ $4\sqrt{2} + 6$

☐ $3\sqrt{2} + 9$

☐ $9\sqrt{3} + 9$

☐ $12\sqrt{5} + 5$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 22



W trójkąt równoramienny ABC o podstawie długości $|AB| = 6$ i ramionach długości $|AC| = |BC| = 5$ wpisano okrąg. Oblicz promień tego okręgu. Uzupełnij poniższą lukę. Kliknij w nią, aby rozwinąć listę, a następnie wybierz poprawną odpowiedź.

Odpowiedź: Promień okręgu wynosi $r =$.

☐ $\frac{1}{4}$

☐ $\frac{3}{2}$

☐ $\frac{2}{3}$

☐ $\frac{3}{6}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.