



Szacowanie wyrażeń zawierających pierwiastki

Materiał zawiera filmy, ćwiczenia, w tym interaktywne.

Filmy: przykłady szacowania wyrażeń zawierających pierwiastki.

Ćwiczenia: szacowanie wartości pierwiastków, szacowanie wartości wyrażeń zawierających pierwiastki.

Szacowanie wyrażeń zawierających pierwiastki

Jak można oszacować dany pierwiastek? Szukamy dwóch pierwiastków leżących na osi liczbowej najbliżej szacowanego pierwiastka. Szukane pierwiastki muszą się pierwiastkować do liczby wymiernej. Jeden z nich musi być większy, a drugi mniejszy od szacowanego pierwiastka. W celu lepszego zrozumienia tematu, przyjrzyj się poniższym przykładom.

Przykład 1

Przykład 1

$$4^2 = 16 \text{ i } 16 > 13$$
$$3^2 = 9 \text{ i } 9 < 13, \text{ stąd } \sqrt{9} < \sqrt{13}$$
$$4^2 = 16 \text{ i } 16 > 13, \text{ stąd } \sqrt{16} > \sqrt{13}$$
$$\sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$$
$$3 < \sqrt{13} < 4$$

Przykład 2

$$5^3 = 125 \text{ i } 125 > 100$$
$$4^3 = 64 \text{ i } 64 < 100, \text{ stąd } \sqrt[3]{64} < \sqrt[3]{100}$$
$$5^3 = 125 \text{ i } 125 > 100, \text{ stąd } \sqrt[3]{125} > \sqrt[3]{100}$$
$$\sqrt[3]{64} < \sqrt[3]{100} < \sqrt[3]{125}$$
$$4 < \sqrt[3]{100} < 5$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/RnlSQ7r83plHb>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób możemy oszacować wartość pierwiastka z trzynastu.

Przykład 2

$(5,4)^2 = 29,16$ i $29,16 < 30$
 $(5,5)^2 = 30,25$ i $30,25 > 30$
 $29,16 < 30 < 30,25$
 $\sqrt{29,16} < \sqrt{30} < \sqrt{30,25}$
 $5,4 < \sqrt{30} < 5,5$
 $\sqrt{30} \approx 5$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R11s82BSPp2Y0>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób możemy wyznaczyć liczbę naturalną, która jest najbliższa pierwiastkowi z trzydziestu.

Przykład 3

$8 < \sqrt[3]{700} < 9$
 $(8,8)^3 = 681,472 < 700$
 $(8,9)^3 = 704,969 > 700$
 $681,472 < 700 < 704,969$
 $\sqrt[3]{681,472} < \sqrt[3]{700} < \sqrt[3]{704,969}$
 $8,8 < \sqrt[3]{700} < 8,9$
 $\sqrt[3]{700} \approx 9$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1XpJ9ItPccZO>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób możemy wyznaczyć liczbę naturalną, która jest najbliższa pierwiastkowi trzeciego stopnia z siedmiuset.

Przykład 4

Porównajmy liczby $\frac{\sqrt{19}-2}{8}$ oraz 0,44.

Na początku szacujemy liczbę $\sqrt{19}$, czyli szukamy dwóch pierwiastków, których wartości są liczbami całkowitymi, a które znajdują się na osi liczbowej najbliżej liczby $\sqrt{19}$.

Zatem

$$\sqrt{16} < \sqrt{19} < \sqrt{25},$$

$$4 < \sqrt{19} < 5.$$

Następnie przekształcamy nierówność tak, aby otrzymać szacowane wyrażenie.

$$4 < \sqrt{19} < 5 \quad | - 2$$

$$2 < \sqrt{19} - 2 < 3 \quad | : 8$$

$$\frac{2}{8} < \frac{\sqrt{19}-2}{8} < \frac{3}{8}$$

$$0,25 < \frac{\sqrt{19}-2}{8} < 0,375 < 0,44.$$

Stąd otrzymujemy, że

$$\frac{\sqrt{19}-2}{8} < 0,44.$$

Ćwiczenie 1



Która z poniżej wymienionych liczb niewymiernych znajduje się między liczbami całkowitymi 6 i 7? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $\sqrt{50}$

☐ $\sqrt[3]{130}$

☐ $\sqrt[3]{215}$

☐ $\sqrt{40}$

Ćwiczenie 2



Która z poniższych liczb jest w przybliżeniu równa wartość wyrażenia $\frac{5}{9} + \sqrt{3}$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 28

☐ 2,27

☐ 2,30

☐ 2,29

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Wskaż dwie kolejne liczby całkowite, między którymi znajduje się podana liczba niewymierna. Uzupełnij lukę, wpisując poprawną wartość.

1. $< \sqrt{7} <$

2. $< \sqrt{15} <$

3. $< \sqrt{91} <$

4. $< \sqrt{153} <$

5. $< \sqrt{680} <$

6. $< \sqrt[3]{11} <$

7. $< \sqrt[3]{-29} <$

8. $< \sqrt[3]{-78} <$

9. $< \sqrt[3]{200} <$

10. $< \sqrt[3]{342} <$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Poniżej przedstawiono liczby niewymierne oraz liczby naturalne. Połącz w pary właściwą liczbę niewymierną i liczbę naturalną, która jest jej najbliższa.

$\sqrt{27}$

6

$\sqrt[3]{180}$

5

$\sqrt[3]{1101}$

10

$\sqrt{75}$

9

$\sqrt[3]{500}$

12

$\sqrt[3]{20}$

8

$\sqrt{13}$

3

$\sqrt{154}$

4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Wskaż liczbę całkowitą, która na osi liczbowej leży najbliżej podanej liczby. Uzupełnij lukę, wpisując poprawną wartość.

1. $2\sqrt{2} \approx$

2. $4\sqrt{3} \approx$

3. $\sqrt{2} - 3 \approx$

4. $\sqrt{3} + 1 \approx$

5. $\sqrt{2} + \sqrt{3} \approx$

6. $\sqrt{2} - \sqrt{3} \approx$

7. $2\sqrt{2} - 4\sqrt{3} \approx$

8. $5\sqrt{2} - 5 \approx$

9. $6 - 2\sqrt{3} \approx$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Wskaż liczby niewymierne, które zawarte są między podanymi liczbami naturalnymi 5 i 6. Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $\sqrt{34}$

☐ $\sqrt{37}$

☐ $\sqrt{33}$

☐ $\sqrt{24}$

☐ $\sqrt{31}$

☐ $\sqrt{35}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Wskaż liczby niewymierne, które zawarte są między podanymi liczbami naturalnymi 5 i 6. Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $\sqrt{25}$

☐ $\sqrt{26}$

☐ $\sqrt{27}$

☐ $\sqrt{29}$

☐ $\sqrt{36}$

☐ $\sqrt{30}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Wskaż liczby niewymierne, które zawarte są między podanymi liczbami naturalnymi 16 i 17.
Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $\sqrt{260}$

☐ $\sqrt{289}$

☐ $\sqrt{288}$

☐ $\sqrt{262}$

☐ $\sqrt{285}$

☐ $\sqrt{290}$

☐ $\sqrt{256}$

☐ $\sqrt{273}$

☐ $\sqrt{255}$

☐ $\sqrt{280}$

☐ $\sqrt{267}$

☐ $\sqrt{257}$

Ćwiczenie 9



Wskaż liczby niewymierne, które zawarte są między podanymi liczbami naturalnymi 20 i 21.
Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $\sqrt{398}$

☐ $\sqrt{411}$

☐ $\sqrt{440}$

☐ $\sqrt{426}$

☐ $\sqrt{441}$

☐ $\sqrt{443}$

☐ $\sqrt{430}$

☐ $\sqrt{432}$

☐ $\sqrt{437}$

☐ $\sqrt{401}$

☐ $\sqrt{409}$

☐ $\sqrt{400}$

Ćwiczenie 10



Wskaż liczby niewymierne, które zawarte są między podanymi liczbami naturalnymi 3 i 4. Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $\sqrt[3]{25}$

☐ $\sqrt[3]{61}$

☐ $\sqrt[3]{66}$

☐ $\sqrt[3]{64}$

☐ $\sqrt[3]{27}$

☐ $\sqrt[3]{28}$

☐ $\sqrt[3]{41}$

☐ $\sqrt[3]{50}$

☐ $\sqrt[3]{30}$

☐ $\sqrt[3]{46}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Wskaż liczby niewymierne, które zawarte są między podanymi liczbami naturalnymi 6 i 7. Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $\sqrt[3]{300}$

☐ $\sqrt[3]{243}$

☐ $\sqrt[3]{346}$

☐ $\sqrt[3]{334}$

☐ $\sqrt[3]{252}$

☐ $\sqrt[3]{343}$

☐ $\sqrt[3]{218}$

☐ $\sqrt[3]{215}$

☐ $\sqrt[3]{316}$

☐ $\sqrt[3]{216}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Wskaż liczby niewymierne, które zawarte są między podanymi liczbami naturalnymi 10 i 11.
Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $\sqrt[3]{1191}$

☐ $\sqrt[3]{1121}$

☐ $\sqrt[3]{1223}$

☐ $\sqrt[3]{1331}$

☐ $\sqrt[3]{1000}$

☐ $\sqrt[3]{1421}$

☐ $\sqrt[3]{1330}$

☐ $\sqrt[3]{999}$

☐ $\sqrt[3]{1265}$

☐ $\sqrt[3]{1011}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Która z liczb jest większa, a która mniejsza? Uzupełnij poniższe nierówności właściwym znakiem. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz właściwą odpowiedź.

1. $\sqrt{18} + \sqrt{7}$ 5

2. $3\sqrt{6}$ 7

3. $\sqrt{40}$ $3\sqrt{5}$

4. $\sqrt{20} + \sqrt{20}$ $\sqrt{40}$

5. $4\sqrt[3]{65}$ 16

6. $\sqrt[3]{80} - \sqrt[3]{10}$ $\sqrt[3]{70}$

7. $\sqrt{10} + \sqrt[3]{30}$ $\sqrt{40}$

8. $\sqrt[3]{600} + \sqrt[3]{250}$ $\sqrt{210}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Uporządkuj liczby w kolejności rosnącej.

$$\sqrt{10} + \sqrt{5}$$



$$2 + \sqrt{19}$$



$$\sqrt{14} + \sqrt{3}$$



$$3 + \sqrt{15}$$



$$\sqrt{17} + 1$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Przybliżenia jakich pierwiastków podano poniżej? Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

1. $\approx 3,32$

2. $\approx 4,12$

3. $\approx 6,32$

4. $\approx 1,91$

5. $\approx 2,29$

6. $\approx 3,36$

$\sqrt[3]{9}$ $\sqrt[3]{7}$ $\sqrt[3]{38}$ $\sqrt[3]{14}$ $\sqrt{44}$ $\sqrt{18}$ $\sqrt[3]{8}$ $\sqrt[3]{40}$ $\sqrt{11}$ $\sqrt[3]{12}$ $\sqrt{19}$

$\sqrt{40}$ $\sqrt{17}$ $\sqrt{12}$ $\sqrt{13}$ $\sqrt[3]{13}$ $\sqrt{42}$ $\sqrt[3]{39}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Uzasadnij, że liczba a jest większa od liczby b . Nie używaj kalkulatora.

1. $a = \sqrt{105}$, $b = \sqrt[3]{1050}$

2. $a = 15\sqrt[3]{4}$, $b = \sqrt{450}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

