



## Współrzędne wierzchołka paraboli

Współrzędne wierzchołka paraboli. Wyznaczanie zbioru wartości funkcji. Maksymalny przedział, w którym funkcja jest rosnąca oraz maksymalny przedział, w którym funkcja jest malejąca. Własności funkcji kwadratowej. Ilustracja interaktywna: własności funkcji kwadratowej.

Dobieranie współrzędnych wierzchołka do paraboli. Badanie własności funkcji. Punkt wspólny prostej i funkcji kwadratowej. Zasób zawiera zadania interaktywne.

Dobieranie wierzchołka do paraboli. Badanie własności paraboli. Punkt wspólny prostej z parabolą. Zbiór wartości funkcji. Wartość maksymalna i minimalna funkcji kwadratowej. Zasób zawiera zadania interaktywne.

Wskazywanie wykresu funkcji kwadratowej opisanego danym wzorem. Funkcja z parametrem. Wierzchołek paraboli - współrzędne. Zasób zawiera zadania otwarte z rozwiązaniami.

Wskazywanie wykresu funkcji kwadratowej podanej wzorem. Oś symetrii paraboli. Współrzędne wierzchołka funkcji kwadratowej. Postać kanoniczna funkcji kwadratowej. Zasób zawiera zadania otwarte z rozwiązaniami.

# Współrzędne wierzchołka paraboli

W tym materiale zawarte są wiadomości dotyczące współrzędnych wierzchołka paraboli. Przypomnij sobie, w jaki sposób wyznaczyć współrzędne takiego wierzchołka. Wyznaczysz dziedzinę oraz zbiór wartości funkcji kwadratowej, znając współrzędne wierzchołka paraboli będącej jej wykresem.

## Ważne!

Wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ma współrzędne  $(p, q)$ , gdzie  $p = -\frac{b}{2a}$  oraz  $q = -\frac{\Delta}{4a}$ .

Zauważmy też, że współrzędne wierzchołka paraboli spełniają warunek  $q = f(p)$ .

## Przykład 1

Wyznamy współrzędne wierzchołka  $W$  paraboli o równaniu

1.  $y = x^2 - 2x + 10$

Odczytujemy  $a = 1$ ,  $b = -2$ ,  $c = 10$ , stąd  $p = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = 1$ , a więc  $q = f(1) = 1 - 2 + 10 = 9$ . Zatem  $W = (1, 9)$ .

2.  $y = -x^2 - 4x + 1$

Odczytujemy  $a = -1$ ,  $b = -4$ ,  $c = 1$ , stąd  $p = \frac{-(-4)}{2 \cdot (-1)} = -2$ . Wtedy  $q = f(-2) = -4 + 8 + 1 = 5$ , czyli  $W = (-2, 5)$ .

3.  $y = 2x^2 + 12x + 17$

Odczytujemy  $a = 2$ ,  $b = 12$ ,  $c = 17$ , stąd  $p = \frac{-12}{2 \cdot 2} = -3$ , więc  $q = f(-3) = 18 - 36 + 17 = -1$ , czyli  $W = (-3, -1)$ .

4.  $f(x) = -3x^2 + 8x - 9$

Odczytujemy  $a = -3$ ,  $b = 8$ ,  $c = -9$ , stąd  $p = \frac{-8}{2 \cdot (-3)} = \frac{4}{3}$ . Ponadto  $\Delta = 8^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-9) = -44$ , stąd  $q = \frac{-(-44)}{4 \cdot (-3)} = -\frac{44}{12} = -\frac{11}{3}$ , czyli  $W = (\frac{4}{3}, -\frac{11}{3})$ .

## Przykład 2

Wyznamy zbiór wartości funkcji

1.  $f(x) = x^2 - 4x - 7$

Odczytujemy współczynnik  $a = 1$ . Ponieważ jest on dodatni, więc wykresem funkcji  $f$  jest parabola skierowana ramionami do góry. Wobec tego zbiorem wartości tej funkcji jest przedział  $\langle q, +\infty \rangle$ , gdzie  $q$  to druga współrzędna wierzchołka paraboli.

W tym przypadku  $q = -\frac{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7)}{4 \cdot 1} = -\frac{44}{4} = -11$ , zatem zbiorem wartości funkcji  $f$  jest przedział  $\langle -11, +\infty \rangle$ .

2.  $f(x) = -x^2 + 6x - 2$

Odczytujemy, że współczynnik  $a$  jest ujemny ( $a = -1$ ), więc wykresem funkcji  $f$  jest

parabola skierowana ramionami do dołu. Wobec tego zbiorem wartości tej funkcji jest przedział  $(-\infty, q)$ , gdzie  $q$  to druga współrzędna wierzchołka paraboli. W tym przypadku  $q = -\frac{6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2)}{4 \cdot (-1)} = -\frac{28}{-4} = 7$ , zatem zbiorem wartości funkcji  $f$  jest przedział  $(-\infty, 7)$ .

3.  $f(x) = 5x^2 + 15x + 1$

Ponieważ  $a = 5 > 0$  oraz  $q = -\frac{15^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1}{4 \cdot 5} = -\frac{41}{4}$ , to zbiorem wartości funkcji  $f$  jest przedział  $\langle -\frac{41}{4}, +\infty \rangle$ .

4.  $f(x) = -3x^2 + 21x - 16$

Ponieważ  $a = -3 < 0$  oraz  $q = -\frac{21^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-16)}{4 \cdot (-3)} = \frac{83}{4}$ , to zbiorem wartości funkcji  $f$  jest przedział  $(-\infty, \frac{83}{4})$ .

### Przykład 3

Wyznamy maksymalny przedział, w którym funkcja  $f$  jest rosnąca oraz maksymalny przedział, w którym ta funkcja jest malejąca.

1.  $f(x) = x^2 - 4x - 7$

Współczynnik  $a$  jest dodatni ( $a = 1$ ), więc wykresem funkcji  $f$  jest parabola skierowana ramionami do góry. Ponadto  $p = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2$ . Zatem maksymalny przedział, w którym funkcja  $f$  jest rosnąca, to  $\langle 2, +\infty \rangle$ , a maksymalny przedział, w którym ta funkcja jest malejąca, to  $(-\infty, 2)$ .

2.  $f(x) = -x^2 + 6x - 2$

Współczynnik  $a$  jest ujemny ( $a = -1$ ), więc wykresem funkcji  $f$  jest parabola skierowana ramionami do dołu. Ponadto  $p = \frac{-6}{2 \cdot (-1)} = 3$ . Zatem maksymalny przedział, w którym funkcja  $f$  jest rosnąca, to  $(-\infty, 3)$ , a maksymalny przedział, w którym ta funkcja jest malejąca, to  $\langle 3, +\infty \rangle$ .

3.  $f(x) = 3x^2 + 5x - 8$

Ponieważ  $a = 3 > 0$  oraz  $p = \frac{-5}{2 \cdot 3} = -\frac{5}{6}$ , więc maksymalnym przedziałem, w którym funkcja  $f$  rośnie, jest  $\langle -\frac{5}{6}, +\infty \rangle$ , a maksymalnym przedziałem, w którym ta funkcja maleje, jest  $(-\infty, -\frac{5}{6})$ .

4.  $f(x) = -4x^2 - 7x + 19$

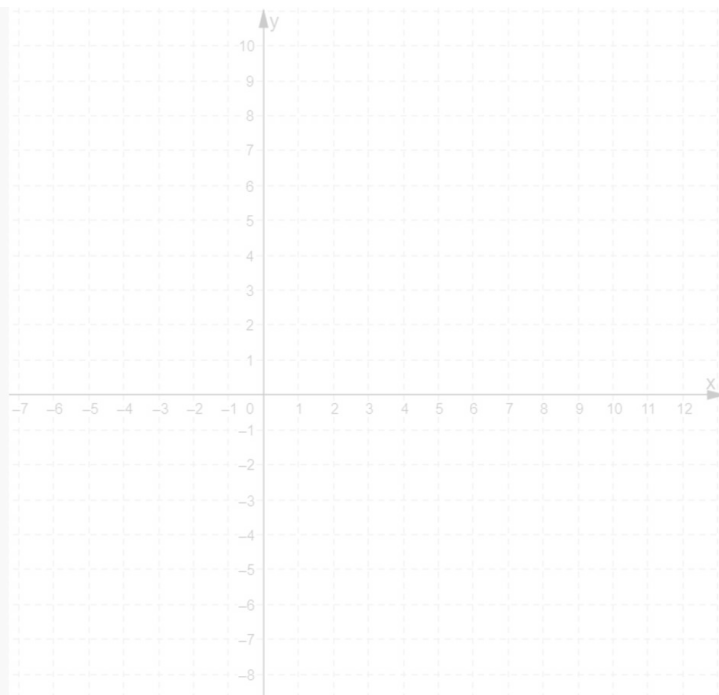
Ponieważ  $a = -4 < 0$  oraz  $p = \frac{-(-7)}{2 \cdot (-4)} = -\frac{7}{8}$ , więc maksymalnym przedziałem, w którym funkcja  $f$  rośnie, jest  $(-\infty, -\frac{7}{8})$ , a maksymalnym przedziałem, w którym ta funkcja maleje, jest  $\langle -\frac{7}{8}, +\infty \rangle$ .

### Przykład 4

### Własności funkcji kwadratowej

Funkcja kwadratowa określona jest wzorem

$$f(x) = -3x^2 - 18x - 31$$



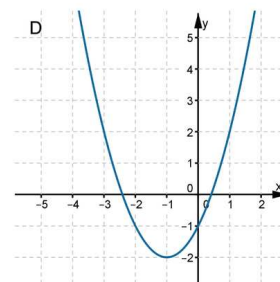
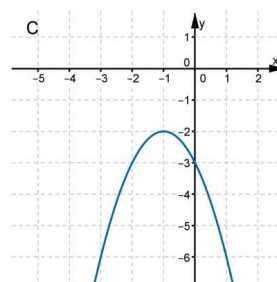
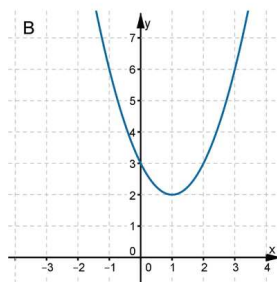
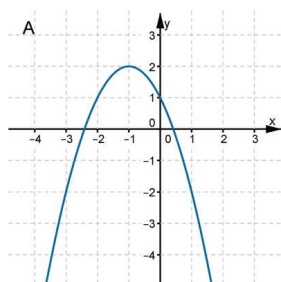
Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/Pnqb5HZpw>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 1



Na każdym z poniższych rysunków przedstawiony jest fragment wykresu funkcji kwadratowej. Przy czym na jednym z nich jest wykres funkcji  $f$ , na innym – wykres funkcji  $g$ , a na jeszcze innym jest wykres funkcji  $h$ . Wiadomo, że zbiorem wartości funkcji  $f$  jest  $\langle -2, +\infty \rangle$ , wierzchołkiem wykresu funkcji  $g$  jest punkt  $(-1, 2)$ , a osią symetrii wykresu funkcji  $h$  jest prosta o równaniu  $x = 1$ . Na którym rysunku jest wykres funkcji  $f$ , na którym – wykres  $g$ , a na którym – wykres funkcji  $h$ ?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 2



Dana jest parabola o równaniu  $y = x^2 + 8x - 10$ . Zaznacz zdanie prawdziwe.

- Wierzchołek tej paraboli leży na prostej o równaniu  $x = -4$ .
- Ta parabola nie ma punktów wspólnych z prostą o równaniu  $y = -25$ .
- Ośią symetrii tej paraboli jest prosta o równaniu  $x = 8$ .
- Wierzchołek tej paraboli leży na prostej o równaniu  $y = -10$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 3



Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Prosta o równaniu  $y = -3$  ma dokładnie jeden punkt wspólny

- z wykresem funkcji  $f_2(x) = x^2 - 2x - 2$ .
- z wykresem funkcji  $f_4(x) = -x^2 + 2x - 3$ .
- z wykresem funkcji  $f_1(x) = x^2 + 2x - 2$ .
- z wykresem funkcji  $f_3(x) = -x^2 - 2x - 4$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 4



Oś symetrii paraboli  $y = -x^2 + bx + 2$  jest prosta o równaniu  $x = p$ . Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

Dla  $p = -2$  współczynnik  $b$  jest równy  $-1$ .

Jeżeli  $b = p$ , to wierzchołkiem tej paraboli jest punkt  $W = (0, 2)$ .

Dla  $p = 3$  współczynnik  $b$  jest równy  $6$ .

Jeżeli  $b = 2$ , to  $p = 4$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 5



Funkcja kwadratowa  $f$  określona jest wzorem  $f(x) = x^2 + bx + c$ . Oblicz wartości współczynników  $b$  i  $c$ , wiedząc, że wykresem funkcji  $f$  jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt o podanych współrzędnych. Uzupełnij odpowiedzi, wpisując w luki odpowiednie liczby.

- (0, 2)

**Odpowiedź:** Wartości współczynników wynoszą  $b =$   oraz  $c =$  .

- (2, 0)

**Odpowiedź:** Wartości współczynników wynoszą  $b =$   oraz  $c =$  .

- (1, 1)

**Odpowiedź:** Wartości współczynników wynoszą  $b =$   oraz  $c =$  .

- (-1, 2)

**Odpowiedź:** Wartości współczynników wynoszą  $b =$   oraz  $c =$  .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 6



Połącz w pary wzór paraboli ze współrzędnymi jej wierzchołka.

$$y = -(x - 5)^2 - 3$$

$$(-1, 4)$$

$$y = -(x + 1)^2 + 4$$

$$(-6, -3)$$

$$y = (x + 6)^2 - 3$$

$$(5, -3)$$

$$y = (x - 1)^2 + 4$$

$$(1, 4)$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 7



Połącz w pary wzór paraboli ze współzrzednymi jej wierzchołka.

$$y = x^2 + 4x + 7$$

$$(1, 5)$$

$$y = x^2 + 4x$$

$$(-2, -4)$$

$$y = -x^2 + 4x - 2$$

$$(-2, 3)$$

$$y = x^2 - 2x + 6$$

$$(2, 2)$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 8



Wykresem funkcji kwadratowej  $f$ , określonej wzorem  $f(x) = ax^2 + bx$ , jest parabola o wierzchołku  $W$ . Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

Jeżeli  $W = (1, 1)$ , to  $a = -1$  i  $b = 2$ .

Jeżeli  $a = 1$  i  $b = 4$ , to  $W = (2, -2)$ .

Jeżeli  $W = (-3, -27)$ , to  $a = 3$  i  $b = 18$ .

Jeżeli  $a = -1$  i  $b = 6$ , to  $W = (3, 9)$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 9



Do wykresu funkcji kwadratowej  $f$  należą punkty:

$A = (-15, 35)$ ,  $B = (-5, -20)$ ,  $C = (5, 35)$ . Co z tego wynika? Zaznacz wszystkie prawidłowe odpowiedzi.

$f(-20) > 30$

$f(-7) + f(-9) > f(-4) + f(-2)$

$f(-10) = f(0)$

$f(-6) < -30$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 10



Na jakiej prostej leży wierzchołek paraboli  $y = x^2 - 2x + 2$ ? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

$x = 1$

$x = -2$

$x = 2$

$x = -1$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 11



Z jaką prostą wykres funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = -x^2 + 6x$  ma dokładnie jeden punkt wspólny? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

$y = 6$

$y = 0$

$y = 9$

$y = 3$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 12



Wskaż równanie paraboli, której wierzchołkiem jest punkt  $W = (5, 5)$ . Zaznacz prawidłową odpowiedź.

$y = x^2 - 10x + 15$

$y = x^2 - 10x + 30$

$y = x^2 + 10x + 55$

$y = x^2 + 10x + 5$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 13



Który zbiór jest zbiorem wartości funkcji kwadratowej  $f(x) = x^2 + 2x + 5$ ? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

$\langle 2, +\infty \rangle$

$\langle 5, +\infty \rangle$

$\langle -1, +\infty \rangle$

$\langle 4, +\infty \rangle$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 14



Jaka jest największa wartość funkcji kwadratowej  $f(x) = -x^2 - 8x + 2$ ? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

Jest ona większa od 30.

Jest ona równa 18.

Taka wartość nie istnieje.

Jest ona równa 2.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 15



Jakim wzorem może być określona funkcja kwadratowa, której zbiorem wartości jest przedział  $\langle -2, +\infty \rangle$ ? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

$y = (x + 2)^2 - 2$

$y = (x - 2)^2 + 2$

$y = -(x + 2)^2 - 2$

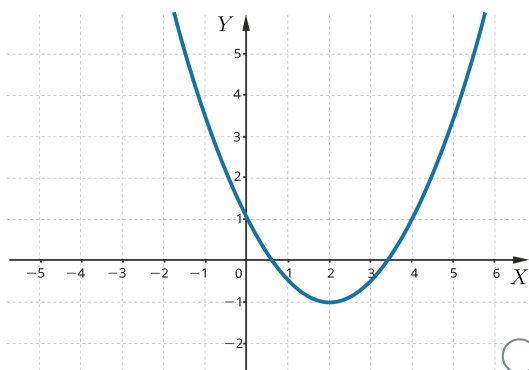
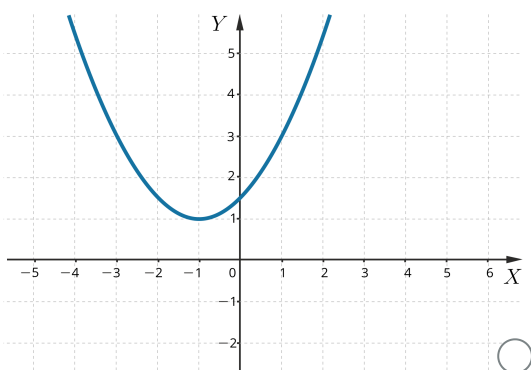
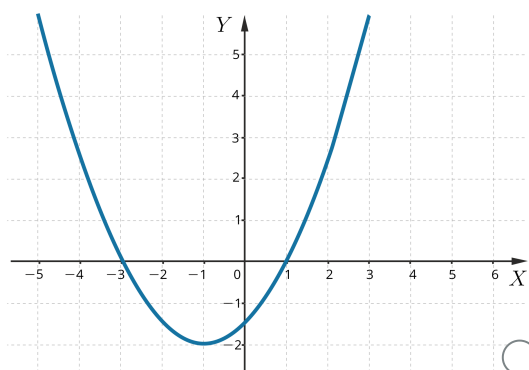
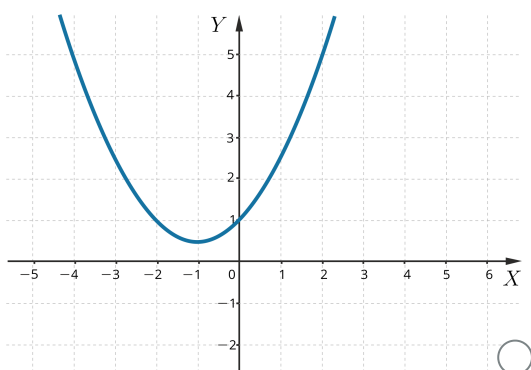
$y = -(x - 2)^2 + 2$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 16



Zaznacz rysunek, na którym jest przedstawiony fragment wykresu funkcji kwadratowej określonej wzorem  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 17



Prosta  $x = 3$  jest osią symetrii wykresu funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = 2x^2 + bx$ . Która równość jest wtedy prawdziwa? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

$f(0) = f(1)$

$f(0) = f(4)$

$f(0) = f(6)$

$f(0) = f(-3)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 18



Wierzchołkiem paraboli o równaniu  $y = x^2 + bx + c$  jest punkt  $W = (-2, 3)$ . Ile wtedy wynoszą poszczególne współczynniki? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

$b = 4, c = 7$

$b = 2, c = 7$

$b = -2, c = 3$

$b = -4, c = 3$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 19



Funkcja kwadratowa jest określona wzorem  $f(x) = x^2 - 2mx + 4$ . Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Można wskazać taką wartość  $m$ , aby zbiorem wartości tej funkcji był przedział

$\langle 10, +\infty \rangle$

$\langle 6, +\infty \rangle$

$\langle 3, +\infty \rangle$

$\langle 5, +\infty \rangle$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 20



Zapisz w postaci kanonicznej wzór funkcji kwadratowej  $f$ , określonej wzorem ogólnym:

1.  $f(x) = 2x^2 - 5$ ,

2.  $f(x) = -3x^2 + 4$ ,

3.  $f(x) = x^2 + x + \frac{1}{4}$ ,

4.  $f(x) = -2x^2 + 5x - 3\frac{1}{8}$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 21



Zapisz w postaci kanonicznej wzór funkcji kwadratowej  $f$ , określonej wzorem ogólnym:

1.  $f(x) = 5x^2 + 30x + 31$ ,

2.  $f(x) = 2x^2 - 4x - 1$ ,

3.  $f(x) = -3x^2 - x + 6$ ,

4.  $f(x) = -4x^2 + 14x - 7$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 22



Zapisz w postaci kanonicznej wzór funkcji kwadratowej  $f$ , której wykresem jest parabola o wierzchołku  $W$ , przecinająca oś  $Y$  w punkcie  $P$ .

1.  $W = (2, 0)$ ,  $P = (0, 5)$ ,

2.  $W = (-1, 1)$ ,  $P = (0, -2)$ ,

3.  $W = (-2, -3)$ ,  $P = (0, 1)$ ,

4.  $W = (4, 6)$ ,  $P = (0, -2)$ .

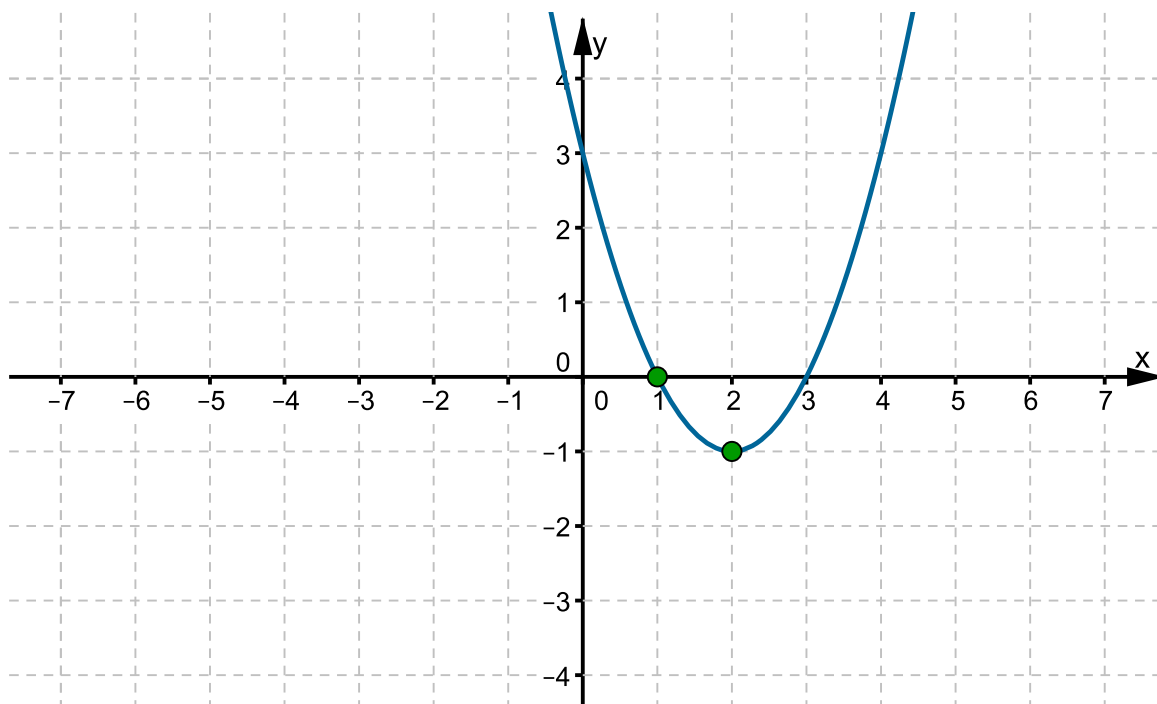
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 23



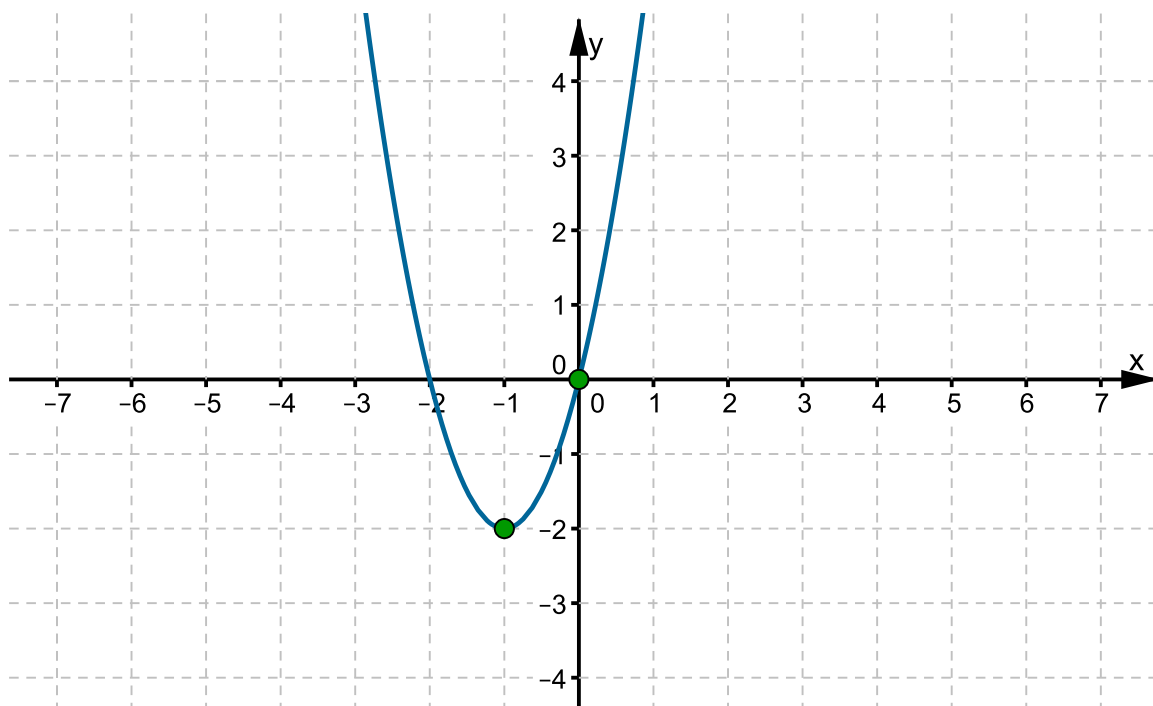
W układzie współrzędnych narysowano parabole, będące wykresami funkcji kwadratowych. Przyporządkuj wykresom wzory odpowiednich funkcji.

1.



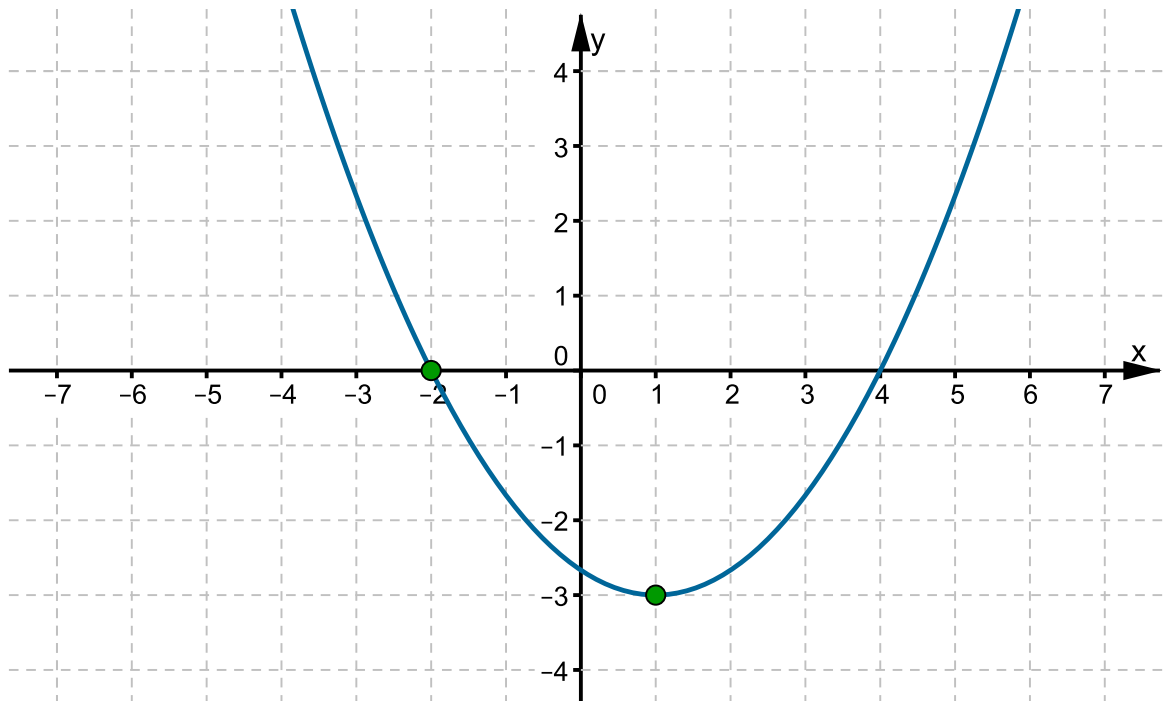
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



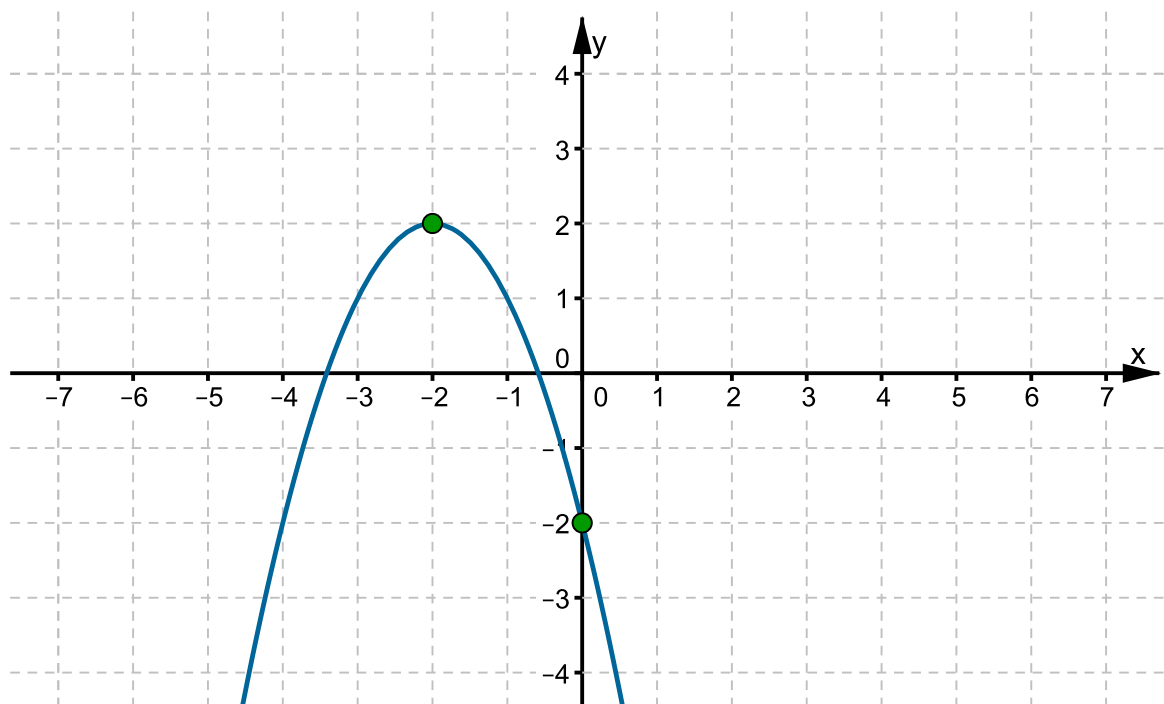
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



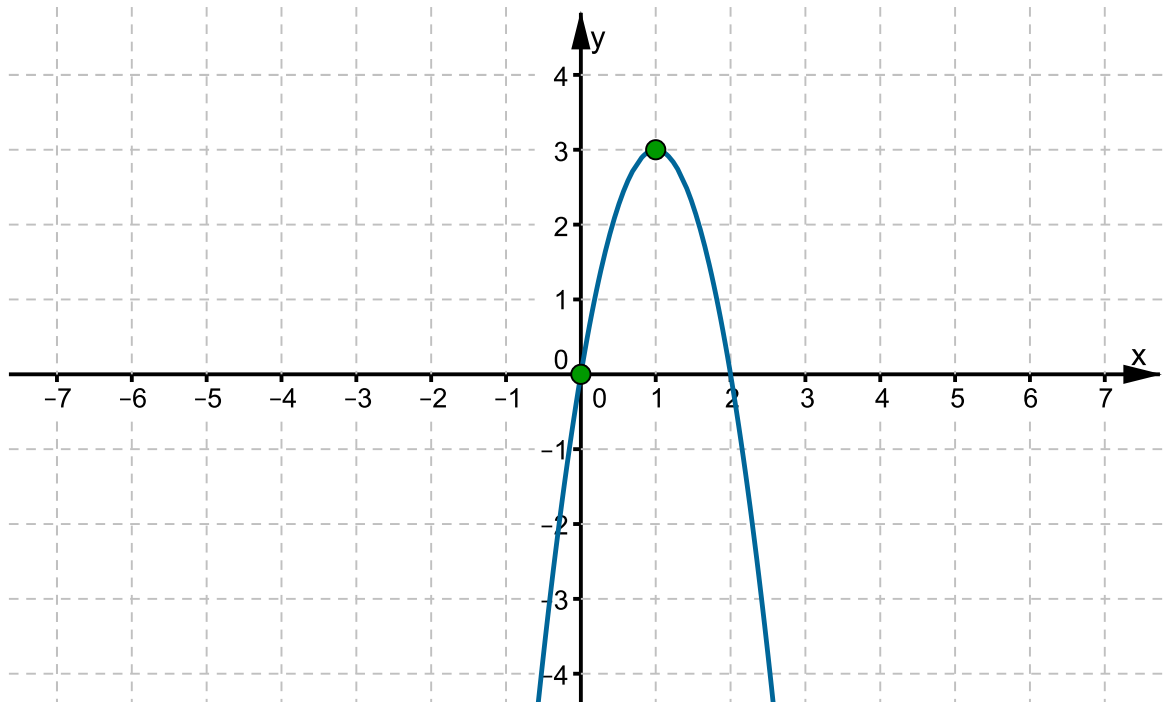
Źródło: Zespól autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4.



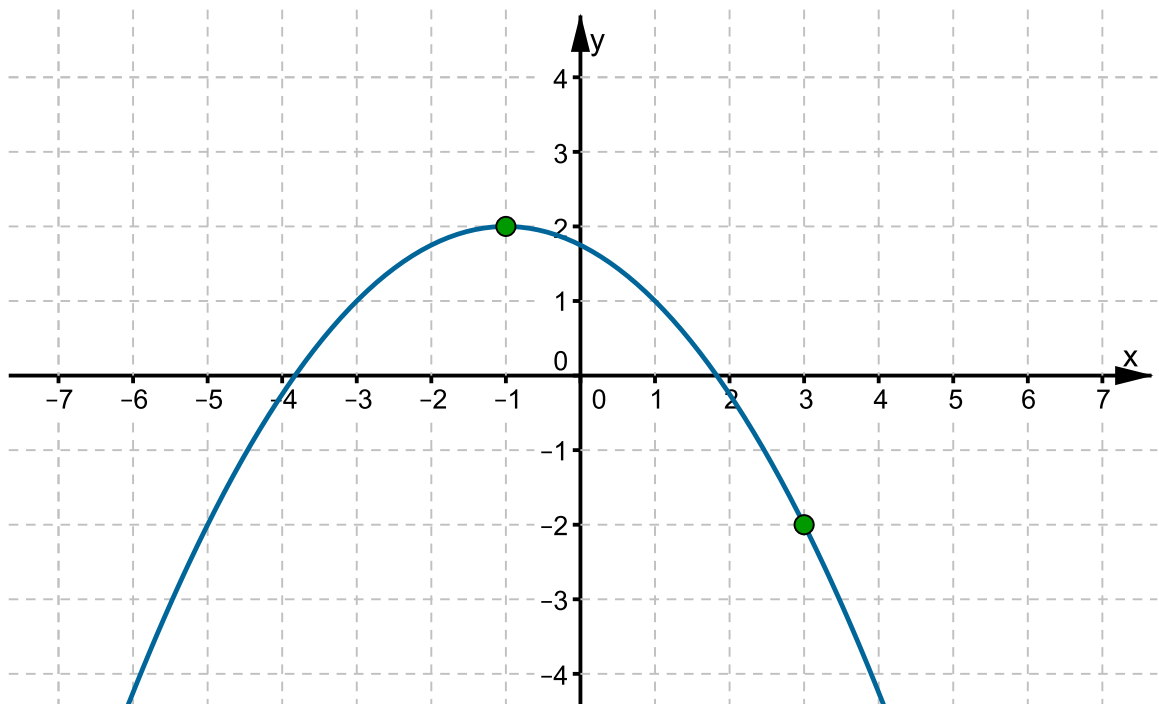
Źródło: Zespól autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

5.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

6.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie wzory lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Na pierwszym rysunku znajduje się wykres funkcji opisanej wzorem
- Na drugim rysunku znajduje się wykres funkcji opisanej wzorem
- Na trzecim rysunku znajduje się wykres funkcji opisanej wzorem
- Na czwartym rysunku znajduje się wykres funkcji opisanej wzorem

- Na piątym rysunku znajduje się wykres funkcji opisanej wzorem .
- Na szóstym rysunku znajduje się wykres funkcji opisanej wzorem .

$$f(x) = 2(x + 1)^2 - 2$$

$$f(x) = -3(x - 1)^2 + 3$$

$$f(x) = (x - 2)^2 - 1$$

$$f(x) = \frac{1}{3}(x - 1)^2 - 3$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}(x + 1)^2 + 2$$

$$f(x) = -(x + 2)^2 + 2$$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 24



Zapisz w postaci kanonicznej wzór funkcji kwadratowej  $f$ , wiedząc, że do jej wykresu należą punkty  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Uzupełnij zdania. Przeciągnij w każdą lukę odpowiedni wzór lub wybierz ten wzór z listy rozwijalnej.

1.  $A = (-1, 3)$ ,  $B = (0, 1)$ ,  $C = (1, 3)$

Wzór tej funkcji w postaci kanonicznej to .

$$f(x) = 3x^2 - 2$$

$$f(x) = 2, 3x^2 + 3$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x + 3)^2$$

$$f(x) = 2x^2 + 1$$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.  $A = (0, -5)$ ,  $B = (-3, 4)$ ,  $C = (-6, -5)$

Wzór tej funkcji w postaci kanonicznej to .

$$f(x) = (x - 4)^2 + 6$$

$$f(x) = -(x + 3)^2 + 4$$

$$f(x) = \frac{3}{5}(x + 2)^2$$

$$f(x) = 5x^2 + 3$$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 25



Podaj zbiór wartości funkcji określonej wzorem:

1.  $f(x) = 2 + (1 - x)^2$ ,

2.  $f(x) = 5 - (-3 + x)^2$ ,

3.  $f(x) = (3x - 1)^2 - 9$ ,

4.  $f(x) = -(2x + 5)^2 + 7$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 26



Wyznacz zbiór wartości funkcji kwadratowej  $f$ .

1.  $f(x) = x^2 + 12x$ ,

2.  $f(x) = 3x^2 - 6x + 5$ ,

3.  $f(x) = -x^2 + 2x - 5$ ,

4.  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 27



Podaj maksymalny przedział, w którym funkcja  $f$  rośnie.

1.  $f(x) = 3 - (x - 2)^2$ ,

2.  $f(x) = 11 + (1 - x)^2$ ,

3.  $f(x) = (2x - 6)^2 - 7$ ,

4.  $f(x) = -(3x + 15)^2 + 8$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 28



Wyznacz maksymalny przedział, w którym funkcja  $f$  maleje.

1.  $f(x) = x^2 - 5x$ ,

2.  $f(x) = 2x^2 + 3x + 5$ ,

3.  $f(x) = -x^2 - 4x + 7$ ,

4.  $f(x) = -3x^2 + 8x - 1$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 29



Wykres  $y = x^2 - 2x + 3$  funkcji kwadratowej ma dokładnie jeden punkt wspólny z prostą o równaniu  $y = m$ . Oblicz  $m$ . Uzupełnij odpowiedź, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

**Odpowiedź:** Współczynnik  $m =$  .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 30



Funkcja kwadratowa określona jest wzorem  $f(x) = -x^2 - 6x + c$ . Wyznacz wartość  $c$ , tak aby parabola będąca wykresem tej funkcji miała dokładnie jeden punkt wspólny z prostą o równaniu  $y = -5$ . Uzupełnij odpowiedź, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

**Odpowiedź:** Wartość  $c$  wynosi .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 31



Prosta  $x = -3$  jest osią symetrii paraboli będącej wykresem funkcji  $f(x) = x^2 + 6kx + k - 4$ . Ustal wartość  $k$  i wyznacz współrzędne wierzchołka  $W$  tej paraboli. Uzupełnij odpowiedź, wpisując w luki odpowiednie liczby.

**Odpowiedź:** Wartość  $k$  wynosi , a współrzędne wierzchołka  $W$  wynoszą (, ).

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 32



Zbiorem wartości funkcji kwadratowej  $f$  określonej wzorem  $f(x) = -x^2 + 4x + c$  jest przedział  $(-\infty, 5)$ . Wyznacz wartość  $c$ . Uzupełnij odpowiedź, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

**Odpowiedź:** Wartość  $c$  wynosi .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.