

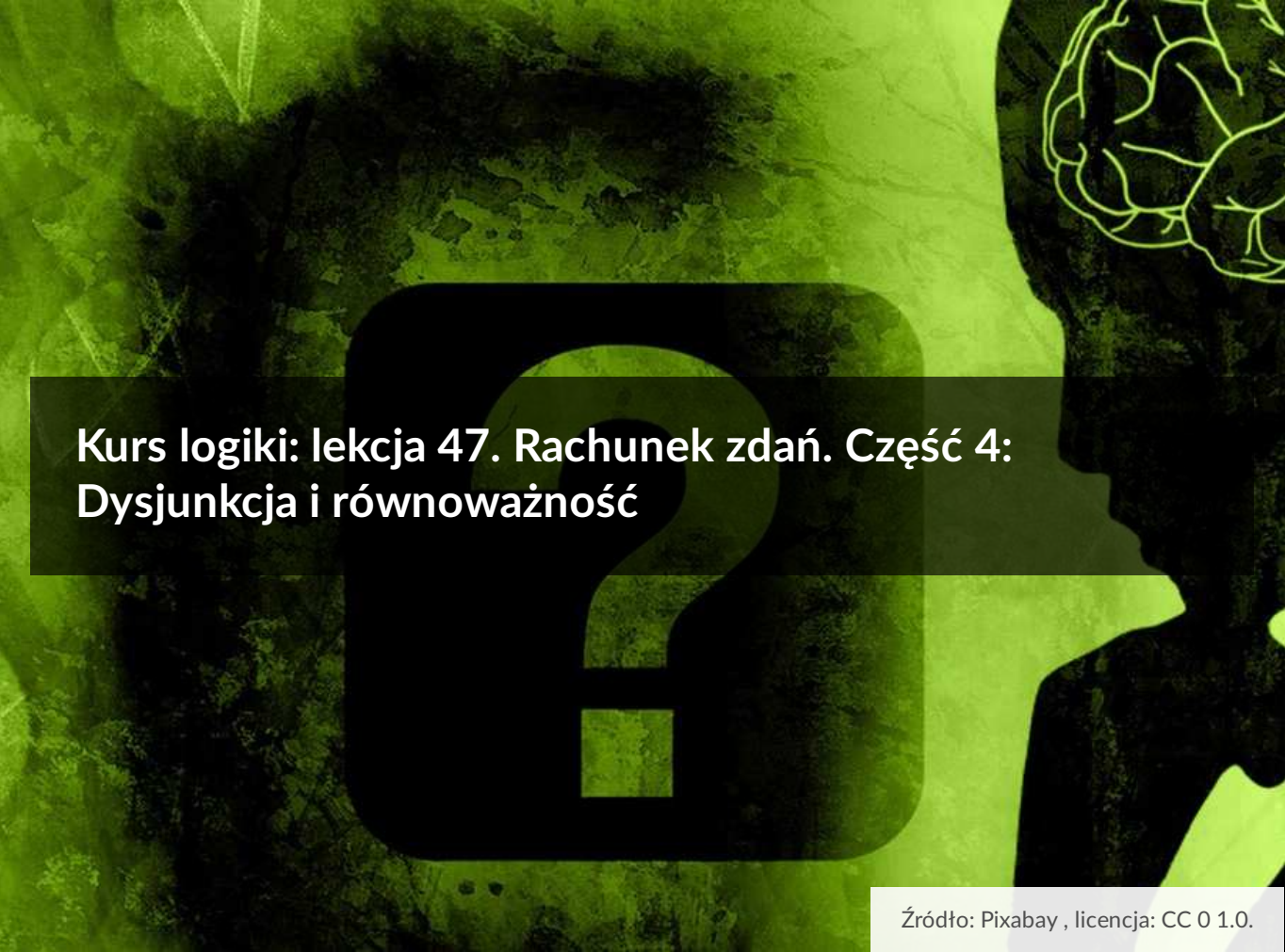


Kurs logiki: lekcja 47. Rachunek zdań. Część 4: Dysjunkcja i równoważność

- [Wprowadzenie](#)
- [Animacja](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)

Bibliografia:

- Źródło: Rudolf Carnap, *Logiczna składnia języka*, tłum. Barbara Stanosz, Warszawa 1995.



Kurs logiki: lekcja 47. Rachunek zdań. Część 4: Dysjunkcja i równoważność

Źródło: Pixabay , licencja: CC 0 1.0.

W 44. lekcji logiki „[Rachunek zdań. Część 1: Wprowadzenie, nazwa, zdanie i funktor](#)” wspomnieliśmy o marzeniu Leibniza dotyczącym powstania sztucznego logicznego języka, za pomocą którego można by precyzyjnie ująć wszystkie istniejące problemy, dokonując przy okazji wielu wartościowych odkryć. Czy wiesz, że ziszczenie tego marzenia jest możliwe dzięki niekonwencjonalnemu zastosowaniu jednego z funktorów prawdziwościowych? W dzisiejszej lekcji poznasz dwa kolejne funktory prawdziwościowe, w tym właśnie ten, który można wykorzystać w sposób pomocny marzeniu Leibniza.

Twoje cele

- Poznasz dwa kolejne funktory prawdziwościowe: dysjunkcję i równoważność.
- Zrozumiesz różnicę między tymi funktorami a czterema funktorami poznanymi na poprzednich lekcjach.
- Poćwiczysz stosowanie dwóch nowych funktorów.
- Poćwiczysz stosowanie rachunku zdań przy użyciu wszystkich sześciu poznanych już funktorów.
- Pofilozofujesz z Rudolfem Carnapem na temat zastosowania funktora równoważności do redukcjonizmu logicznego i wszelkich innych postaci redukcjonizmu.

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z treścią animacji, a następnie własnymi słowami wyjaśnij, co jest istotą równoważności.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/Dm9oc2NPL>

Źródło: Englishsquare.pl sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Nagranie filmowe lekcji pod tytułem *Równoważność*.

Matryca funktora równoważności:

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Polecenie 2

Ułóż własny przykład równoważności, analogiczny do przykładu znajdującego się w animacji.

Przeczytaj

Dysjunkcja

W lekcji 45 wykazywaliśmy, ile jest możliwych funktorów prawdziwościowych od jednego lub od dwóch argumentów zdaniowych. Dla części z nich podaliśmy nawet zestawienie stosunku między prawdziwością zdań podrzędnych a prawdziwością zdania złożonego za pomocą funktora prawdziwościowego. Rozważ teraz następującą [matrycę funktora prawdziwościowego](#):

p	q	?
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

Zanim przejdziesz do dalszej części tekstu, zastanów się nad zastosowaniem matrycy o takim kształcie. Zdanie zbudowane za jej pomocą jest prawdziwe zawsze wtedy, gdy zdania podrzędne, z których jest złożone, nie są jednocześnie prawdziwe.

To jest matryca dla wyrażenia, któremu w języku potocznym najbliższe jest sformułowanie bądź, ale użyte w specyficznym znaczeniu. Chcąc wyrazić się ściślej, powinniśmy powiedzieć: *bądź..., bądź..., albo żadne z...*; stosuje się też wyrażenia *zachodzi co najwyżej jedno z dwojga* lub *nieprawda, że zarazem to i to*. W rachunku zdań funktor zapisuje się za pomocą symbolu $\vee$, matryca zaś, w pełnej tym razem postaci, prezentuje się następująco:

p	q	$p \vee q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

Matryca dysjunkcji

W niektórych opracowaniach i słownikach dysjunkcję mylnie identyfikuje się z alternatywną rozłączną. Niezbędna jest więc ostrożność w używaniu tego terminu. Niektórzy logicy używają innych określeń języka potocznego na określenie tego funktora, na przykład: *może..., a może...* albo *co najwyżej..., bądź...*. Najważniejsze jest, żeby pamiętać, że jest to funktor, który daje prawdziwość we wszystkich przypadkach poza jednym, mianowicie prawdziwości obu argumentów zdaniowych.

Zastosowanie równoważności i dysjunkcji w filozofii

Zarówno dysjunkcja, jak i równoważność ucieleśniają bardzo ważne prawidłowości logiczne w świecie. Dysjunkcja pozwala wskazać na prawidłowość w postaci niezachodzenia związku między dwoma faktami czy zjawiskami zachodzącymi w świecie. Cokolwiek by się działo, pewne dwa fakty nie mogą współwystępować – do nazwania tej prawidłowości stosujemy dysjunkcję. Z kolei równoważność stosujemy wtedy, gdy chcemy wskazać na konieczne współwystępowanie pewnych dwóch faktów. Jeśli zachodzi jeden, to zawsze musi jednocześnie zachodzić drugi, i odwrotnie. Jednak w filozofii i nauce równoważność ma jeszcze inne, bardzo ważne i zarazem szerokie zastosowanie. Przyjmuje ono postać, którą przyjęło się określać mianem redukcjonizmu. Przyjrzyjmy się pod tym względem fragmentowi tekstu przedstawiciela tzw. [Koła Wiedeńskiego](#), Rudolfa Carnapa (wytluszczenie zastosowania równoważności pochodzi od nas):

((Rudolf Carnap

Logiczna składnia języka

Tak jak nie ma filozofii przyrody poza filozofią nauk przyrodniczych, tak też nie ma filozofii świata organicznego poza filozofią biologii; nie ma filozofii myślenia, filozofii historii ani filozofii społeczeństwa, istnieje tylko filozofia psychologii, filozofia nauk historycznych i społecznych. A filozofia jakiejś nauki jest zawsze syntaktyczną analizą języka tej nauki. Podstawowe zagadnienia analizy języka jakiejś gałęzi nauki to zagadnienia dotyczące charakteru terminów i zdań tego języka, a przede wszystkim reguł transformacji lub przekładu, które wiążą ten język z językami innych gałęzi, a więc z innymi częściami składowymi języka całej nauki. Spośród wszystkich tych podjęzyków najdonioślejsze znaczenie ma język fizykalny, język, którym posługujemy się, mówiąc o rzeczach fizycznych czy to w życiu codziennym, czy na terenie fizyki. W wyniku dyskusji, jakie prowadziliśmy w naszym Kole Wiedeńskim, doszliśmy do przekonania, że język ten jest językiem uniwersalnym, w którym można wyrazić wszystko, co wyrażamy za pomocą innych języków naukowych. Innymi słowy, **każde zdanie języka jakiegokolwiek innej gałęzi nauki jest treściowo równoważne jakiemuś zdaniu języka fizykalnego**, a więc daje się przełożyć na język fizykalny, zachowując niezmienną treść. Neurath, który szczególnie przyczynił się do ugruntowania tej tezy, zaproponował nazwać ją teżą [fizykalizmu](#).

Rozważmy dla przykładu następujące zdanie psychologiczne: „O godz. 10 pan A był rozgniewany”. Treściowo równoważne zdanie języka fizykalnego brzmi: „O godz. 10 pan A znajdował się w pewnym stanie fizycznym, który charakteryzował się przyspieszonym oddechem i pulsem, napięciem pewnych mięśni, skłonnością do gwałtownych reakcji itd”. Oznaczmy własność bycia rozgniewanym za pomocą symbolu „Q1”, opisany wyżej stan cielesny – za pomocą symbolu „Q2”, a godzinę 10 za pomocą symbolu „t1”. Oba rozważane zdania możemy wówczas zapisać symbolicznie w sposób następujący:

(zdanie psychologiczne) $Q1(A, t1)$ (S1)

(zdanie fizykalne) $Q2(A, t1)$ (S2).

Otóż istnieje prawo naukowe, tj. zdanie uniwersalne należące do zdań obowiązujących systemu językowego nauki, które głosi, że ilekroć ktoś jest rozgniewany, jego ciało znajduje się w opisanym wyżej stanie fizycznym. Symbolicznie wyrazilibyśmy to następująco:

$(x)(t)[Q1(x, t) \text{ wtw } Q2(x, t)]$

(znak równoważności „wtw” wyraża obustronną implikację).

Źródło: Rudolf Carnap, *Logiczna składnia języka*, tłum. Barbara Stanosz, Warszawa 1995.



Rudolf Carnap (1891–1970) – niemiecki filozof i logik, jeden z ważniejszych przedstawicieli Koła Wiedeńskiego. Stał na stanowisku określanym mianem fizykalizmu. Czy zgadzasz się z tym, że fizyka dostarcza zbioru fundamentalnych twierdzeń, z których można logicznie wywieść wszystkie inne prawdziwe stwierdzenia

Źródło: Simona Trajkoska, Wikimedia Commons, licencja: CC BY-SA 3.0.

Istotą redukcjonizmu w filozofii i nauce jest sprowadzenie pewnej kategorii zdań do innej kategorii zdań. Leibniz wierzył, że wszelkie zdania języka naturalnego można sprowadzić do sztucznego, formalnego języka logiki, co znaczy, że każde odpowiednio ujęte zdanie języka naturalnego stanowi logiczną równoważność odpowiedniego zdania logiki formalnej. Rudolf Carnap stał na stanowisku, zgodnie z którym najbardziej podstawowym językiem jest język fizyki, co znaczy, że każde zdanie wyrażane w kategoriach innych nauk można sprowadzić do języka fizyki. Pogląd taki nosi nazwę fizykalizmu. Historia filozofii obfituje we wszelkiego rodzaju próby redukcjonizmu. Zygmunt Freud, by podać tylko jeden przykład, sprowadzał wszystkie zdania nauki i filozofii do stwierdzeń dotyczących zjawisk nieświadomych lub podświadomych.

Zasada pięćdziesiąta: Równoważność to narzędzie, za pomocą którego możemy wskazać stałe współwystępowanie pewnych zjawisk albo możliwość tłumaczenia jednej kategorii zjawisk za pomocą innej kategorii.

Słownik

fizykalizm

stanowisko głoszące, że twierdzenia fizyki stanowią fundament wszelkiej wiedzy, w związku z czym, żeby uprawomocnić jakiegokolwiek twierdzenie, należy je ująć w kategoriach równoważnego logicznie stwierdzenia fizyki

Koło Wiedeńskie

grupa filozofów działająca głównie w latach dwudziestych XX w., powstała pierwotnie wokół Moritza Schlicka, piastującego w tym okresie stanowisko profesora Katedry Filozofii i Historii Nauk Indukcyjnych; filozofowie tej grupy stali na stanowisku określanym mianem pozytywizmu logicznego, zakładającego, że wszystkie nauki można sprawdzić do weryfikowalnych empirycznie i spójnych logicznie stwierdzeń nauk ścisłych, przede wszystkim fizyki

funktor prawdziwościowy

wyrażenie, za pomocą którego łączymy proste zdania w bardziej rozbudowane całości, ale w taki sposób, że mając dane wartości logiczne łączonych zdań, potrafimy bardzo jednoznacznie określić wartość logiczną tego połączenia

matryca funkтора prawdziwościowego

tabela ukazująca prawidłowości logiczne będące konsekwencją zastosowania danego
funktoru prawdziwościowego

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Dopasuj wyrażenia używane w zdaniach z odpowiednim typem zdań.

dysjunkcja

wtedy i tylko wtedy, gdy...

nieprawda, że zarazem to i to...

bądź..., bądź..., bądź żaden z nich

równoważność

zawsze wtedy, gdy...

zachodzi co najwyżej jedno z dwojga...

Ćwiczenie 2



Zaznacz zdanie, które ma postać równoważności.

☐ Albo Karol, albo Karolina jest przygotowana do sprawdzianu z fizyki.

☐ Karolina jest przygotowana do sprawdzianu z fizyki zawsze i tylko wtedy, kiedy również Karol jest do niego przygotowany.

☐ Ani Karolina, ani Karol nie są przygotowani do sprawdzianu z fizyki.

☐ Jeśli Karolina jest przygotowana do sprawdzianu z fizyki, to Karol też jest do niego przygotowany.

Ćwiczenie 3



Zaznacz stwierdzenie lub stwierdzenia, które stanowią postać równoważności zastosowanej do realizacji jakiejś wersji redukcjonizmu.

☐

Każdą wypowiedź języka naturalnego można wyrazić za pomocą sztucznego języka logiki.

☐

Każdy wytwór ludzkiej kultury jest wyrazem świadomości ukształtowanej przez stosunki społeczne.

☐

Każde ludzkie dążenie jest wyrazem woli mocy.

☐

Każde ludzkie działanie jest wyrazem popędu seksualnego lub instynktu śmierci.

Ćwiczenie 4



Korzystając z formalnego zapisu rachunku zdań, ułóż zdanie, które spełnia następujące warunki:

- a) zawiera jeden znak równoważności;
- b) zawiera jeden znak dysjunkcji;
- c) zawiera dwie zmienne zdaniowe p i q , z których pierwsza ma wartość 1, a druga wartość 0;
- d) zdanie jest nieprawdziwe;
- e) możesz, ale nie musisz stosować także inne znaki.

Ćwiczenie 5



Weź przykładową poprawną odpowiedź z poprzedniego zadania i zmień położenie znaku negacji w taki sposób, żeby całe zdanie stało się zdaniem prawdziwym.

Ćwiczenie 6



Podaj wartości logiczne zmiennych zdaniowych, przy których poniższe zdanie byłoby zdaniem prawdziwym.

$$(p \wedge q) \leftrightarrow (p \vee \sim q)$$

Ćwiczenie 7



Przyjmijmy, że:

$$p - 1$$

$$q - 1$$

$$r - 0$$

Dokończ poniższe zdanie w taki sposób, żeby – przy powyższych założeniach – stanowiło zdanie prawdziwe.

$$[(p \perp q) / (\sim q \perp r)] \leftrightarrow$$

Ćwiczenie 8



Oblicz wartość logiczną poniższego zdania: Założenia:

$p - 1$

$q - 0$

$$[(p \vee q) / (p \wedge \sim q)] \leftrightarrow (\sim p \sim q)$$

Ćwiczenie 9



Zapoznaj się uważnie z fragmentem tekstu Rudolfa Carnapa zamieszczonym w sekcji „Przeczytaj”. Napisz krótki dialog, w którym przedstawiasz argumenty przeciw twierdzeniu fizykalizmu. Postaraj się, żeby twoje argumenty były możliwie mocne logicznie.

Dla nauczyciela

Autor: Tomasz Mazur

Przedmiot: Filozofia

Temat: Kurs logiki: lekcja 47. Rachunek zdań. Część 4: Dysjunkcja i równoważność

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Zakres rozszerzony

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Kultura logiczna.

1. Podstawowe kategorie logiczne języka: nazwy i zdania. Uczeń:

1) wskazuje w odpowiednich tekstach nazwy i zdania w sensie logicznym;

6. Uzasadnianie pośrednie: wnioskowanie (rozumowanie) niezawodne (oparte na wynikaniu logicznym lub definicyjnym) i zawodne, wybrane schematy (reguły) wnioskowań, klasyfikacja rozumowań (dowodzenie, wyjaśnianie, potwierdzanie, obalanie). Uczeń:

3) odtwarza schemat, na którym opiera się określone wnioskowanie;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;
- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji.

Cele operacyjne. Uczeń:

- rozpoznaje dwa kolejne funktory prawdziwościowe: dysjunkcję i równoważność;
- wyjaśnia różnicę między tymi funktorami a czterema funktorami poznanymi na poprzednich lekcjach;
- stosuje dwa nowe funktory;
- filozofuje z Rudolfem Carnapem na temat zastosowania funktora równoważności do redukcjonizmu logicznego i wszelkich innych postaci redukcjonizmu.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- ćwiczeń przedmiotowych;
- z użyciem komputera;
- dyskusja.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda;
- telefony z dostępem do internetu.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

1. Nauczyciel prosi uczniów o przygotowanie przykładu dwóch zdań, które mają inne znaczenie (stwierdzają co innego), a które jednocześnie zawsze są albo jednocześnie prawdziwe, albo jednocześnie fałszywe.

Faza wprowadzająca:

1. Podanie tematu i celów lekcji.
2. Nauczyciel prosi wybranych uczniów o zaprezentowanie przygotowanych zdań.
Wysłuchawszy przykładów, naprowadza uczniów na istotę funktora równoważności.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie zapoznają się z treścią e-materiału. Nauczyciel komentuje najważniejsze punkty, upewniając się, czy uczniowie dobrze je rozumieją.
2. Uczniowie kontynuują grę z poprzedniej lekcji, ale z dodaniem dwu nowych funktorów prawdziwościowych. Przypomnienie zasad gry:
Nauczyciel dobiera uczniów w trzyosobowe grupy. Każda grupa ma za zadanie przygotować dziesięć kartoników z napisami w języku rachunku zdań wedle następujących reguł:
 - każdy napis posiada jedną lub dwie zmienne zdaniowe;
 - można używać trzech zmiennych zdaniowych: p, q i r;
 - każdy napis posiada od zera do dwóch funktorów prawdziwościowych;

- każdy napis stanowi spójne logicznie zdanie.

Kartoniki mogą być wcześniej przygotowane przez nauczyciela. Najlepiej, aby miały kształt kart do gry.

Rozpoczyna się gra, która polega na tym, że pierwsza grupa kładzie kartę na stole.

Następna grupa ma za zadanie położyć obok kartę z napisem, który stanowi prawdziwą koniunkcję z napisem na karcie, która już leży na stole. Jeśli to zrobi, analogiczne zadanie przechodzi na następną grupę. Jeśli któraś grupa nie będzie już miała czego położyć, to grupa, która ostatnia z powodzeniem położyła kartę na stole, zdobywa tyle punktów, ile aktualnie leży kart na stole. Od tego momentu gra jest kontynuowana przez grupę, która nie położyła karty – teraz ta grupa kładzie pierwszą kartę. Gra toczy się tak długo, aż któraś grupa pozbędzie się wszystkich kart. Wygrywa grupa, która zdobyła najwięcej kart.

3. Nauczyciel ogłasza wyniki gry i komentuje jej przebieg, zwracając uwagę na specyfikę poszczególnych funktorów, w szczególności dwóch nowo poznanych.

Faza podsumowująca:

1. Nauczyciel ponownie wyświetla na tablicy temat lekcji zawarty w sekcji „Wprowadzenie” i inicjuje krótką rozmowę na temat kryteriów sukcesu. Czego się uczniowie nauczyli?
2. Wszyscy uczniowie podsumowują zajęcia, zwracając uwagę na nabyte umiejętności.

Praca domowa:

1. Zadaniem ucznia jest wykonanie przygotowanych przez nauczyciela ćwiczeń utrwalających znajomość czterech poznanych do tej pory funktorów prawdziwościowych (na wzór ćwiczeń 3–7 z e-materiału).

Materiały pomocnicze:

- Stanosz B., *Wprowadzenie do logiki formalnej*, Warszawa 1985.
- Ziemiński Z., *Logika praktyczna*, Warszawa 2015.

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania multimedium:

- Uczniowie mogą wykorzystać multimedium do przygotowania się do lekcji powtórkowej.