



Zadania obliczeniowe dotyczące funkcji liniowej. Część I

Funkcja liniowa w zadaniach. Badanie monotoniczności funkcji: funkcja rosnąca, funkcja malejąca, funkcja stała. Zestaw zawiera zadania, w tym część interaktywnych. Do zadań otwartych dołączone są wyjaśnienia, rozwiązania.

Zadania obliczeniowe dotyczące funkcji liniowej.

Część I

Funkcja liniowa to pierwsza szczególna funkcja, jaką poznajesz. Choć wykresem funkcji liniowej jest prosta, to używa się jej często w statystyce i ekonomii. W tym materiale:

- znajdziesz wzór funkcji liniowej na podstawie wykresu,
- określisz monotoniczność funkcji liniowej,
- wyznaczysz współczynnik kierunkowy funkcji liniowej,
- rozwiążesz zadania z parametrem.

Jeżeli potrzebujesz przypomnieć sobie definicje i własności funkcji liniowej, przeanalizuj ponownie lekcje:

[Definicja funkcji liniowej.](#)

Przykłady i wzory dotyczące współczynnika funkcji liniowej znajdziesz w lekcji:

[Współczynnik kierunkowy funkcji liniowej.](#)

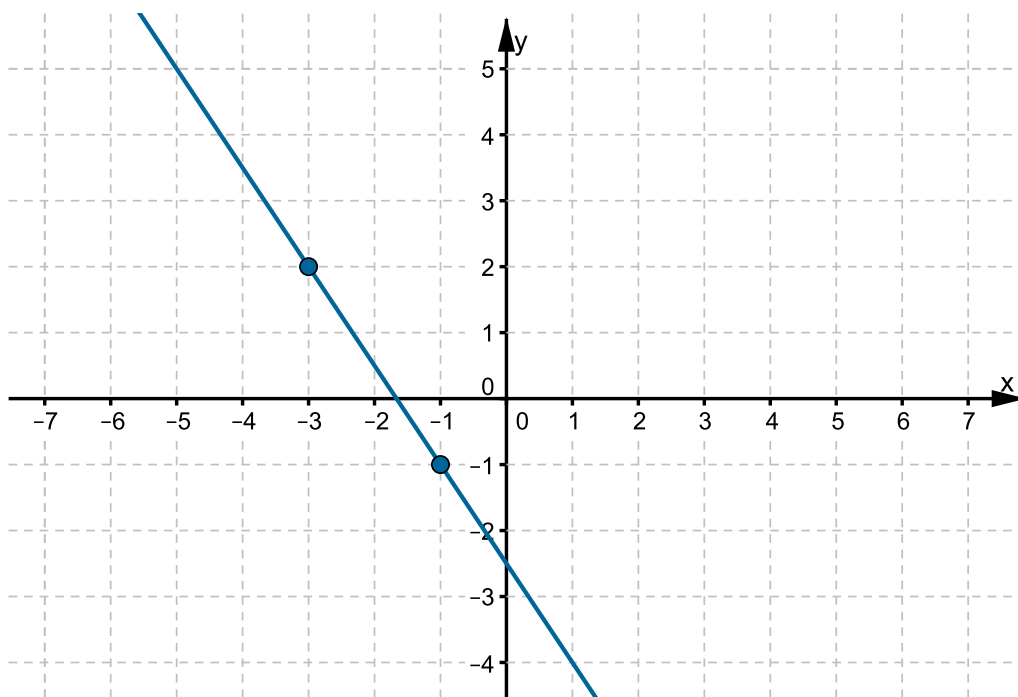
Powtórzenie wiadomości o monotoniczności funkcji liniowej znajduje się w lekcji:

[Funkcja liniowa rosnąca, funkcja liniowa malejąca.](#)

Ćwiczenie 1



Na rysunku jest przedstawiony wykres funkcji f określonej wzorem $f(x) = ax + b$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Na podstawie wykresu zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Funkcja dana jest wzorem $f(x) = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$.

☐ Funkcja dana jest wzorem $f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$.

☐ Współczynnik kierunkowy wynosi $a = -\frac{3}{2}$.

☐ Funkcja dana jest wzorem $f(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$.

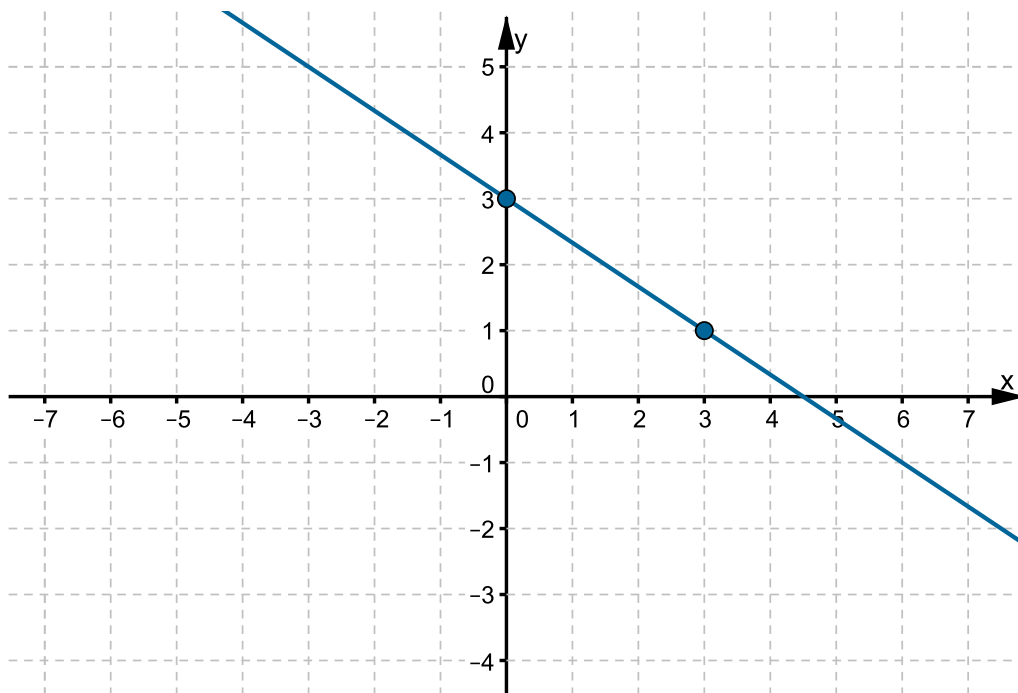
☐ Współczynnik kierunkowy wynosi $a = \frac{3}{2}$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Na rysunku jest przedstawiony fragment wykresu pewnej funkcji liniowej $y = ax + b$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dokończ zdanie, wybierając poprawną odpowiedź.

Współczynnik a jest równy:

☐ $-\frac{3}{2}$

☐ $-\frac{2}{3}$

☐ $\frac{9}{2}$

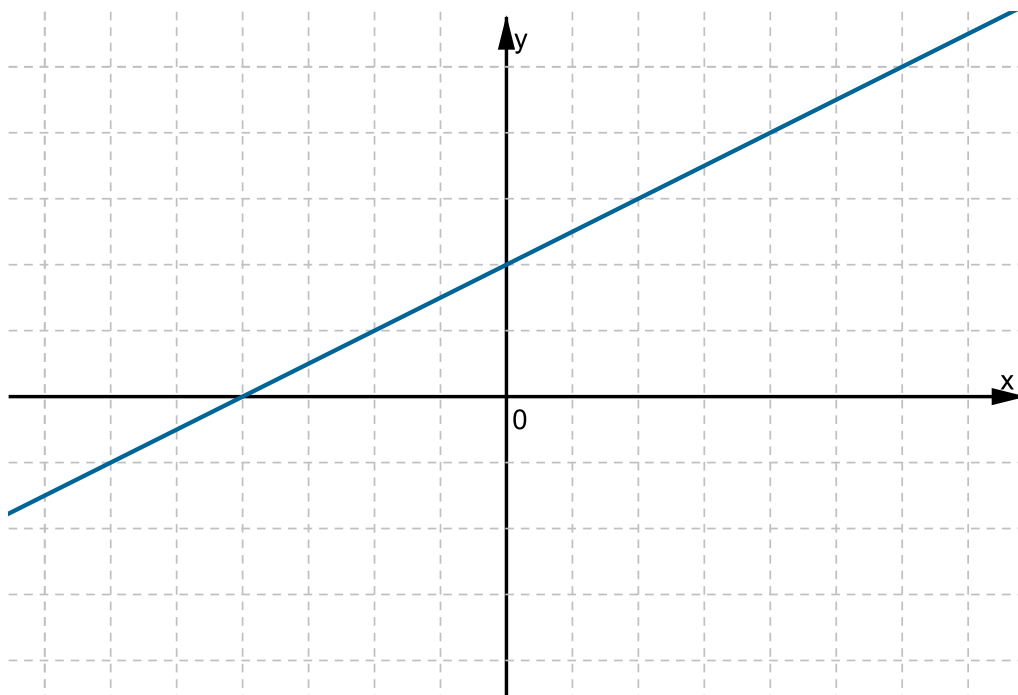
☐ 3

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Na rysunku jest przedstawiony fragment wykresu pewnej funkcji liniowej $f(x) = ax + b$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Jakie znaki mają współczynniki a i b ? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $a > 0$ i $b > 0$

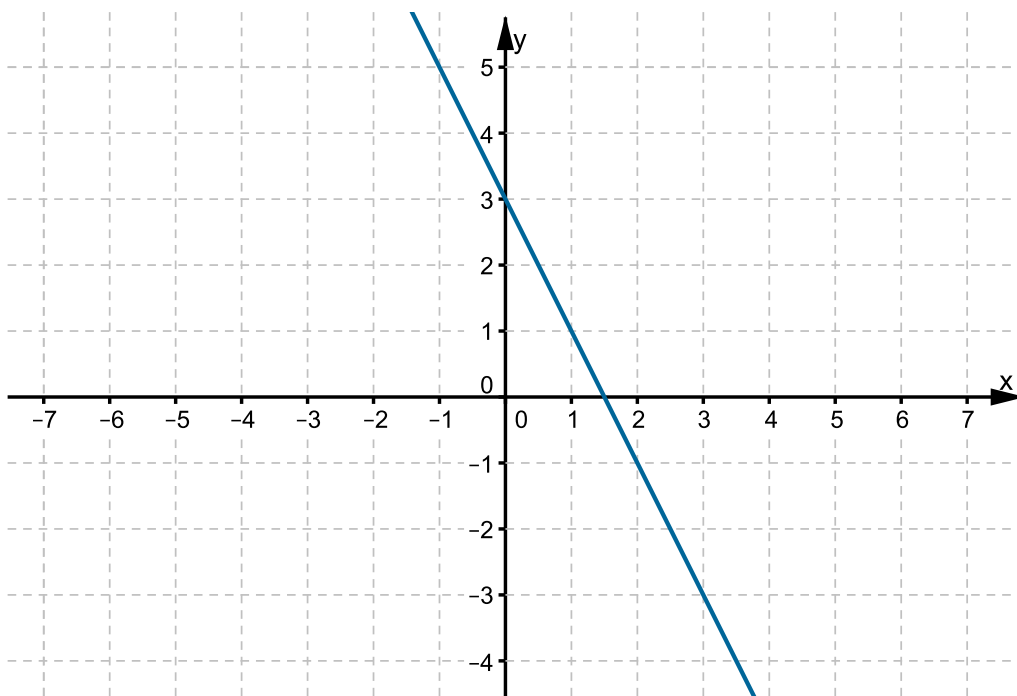
☐ $a < 0$ i $b > 0$

☐ $a < 0$ i $b < 0$

☐ $a > 0$ i $b < 0$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Na rysunku jest przedstawiony wykres funkcji f określonej wzorem $f(x) = ax + b$. Jakie wartości przyjmują współczynniki a i b ? Zaznacz poprawne odpowiedzi.

☐ $b < 0$

☐ $b = 3$

☐ $a = -1$

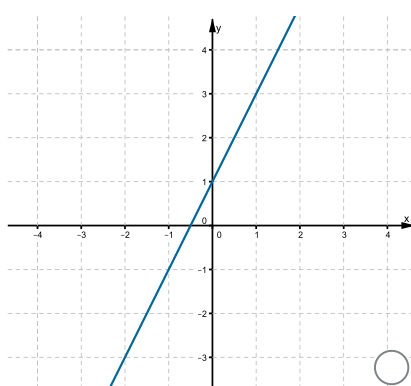
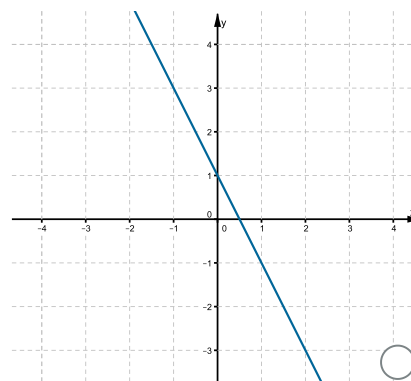
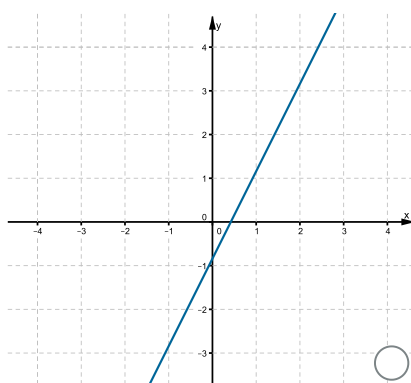
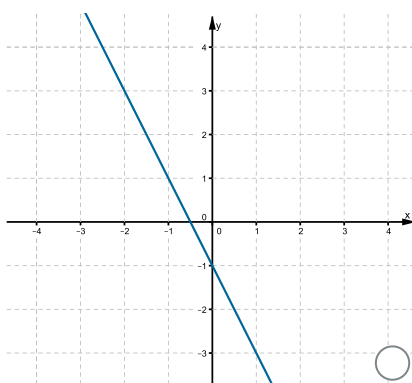
☐ $a < 0$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Wskaż wykres funkcji f określonej wzorem $f(x) = ax + b$, dla której $a > 0$ i $b < 0$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Dokończ zdanie, wybierając poprawną odpowiedź.

Funkcja liniowa $f(x) = \frac{1}{3}x - 5$:

☐ jest malejąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0, -5)$.

☐ jest malejąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0, 5)$.

☐ jest rosnąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0, -5)$.

☐ jest rosnąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0, 5)$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Dane są punkty $A = (-3, 0)$ i $B = (1, -2)$. Jaką wartość przyjmuje współczynnik kierunkowy prostej AB ? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $-\frac{2}{3}$

☐ -1

☐ $-\frac{3}{4}$

☐ $-\frac{1}{2}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Dane są punkty $A = (0, 3)$ i $B = (-2, 1)$.

Dokończ zdanie, wybierając poprawne odpowiedzi.

Prosta AB :

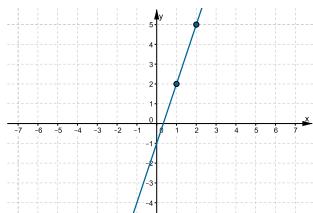
☐ przechodzi przez punkt $(-3, 0)$.☐ ma równanie $y = x + 3$.☐ przecina oś Y w punkcie, którego druga współrzędna jest dodatnia.☐ ma współczynnik kierunkowy równy 1.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

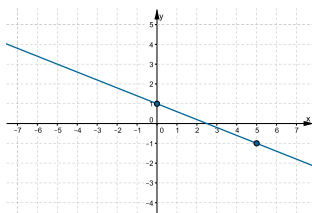
Ćwiczenie 9



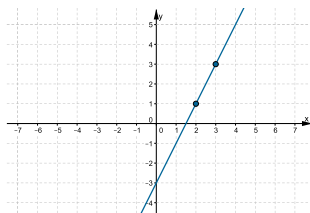
Połącz w pary wykresy funkcji liniowej ze współczynnikiem a oraz b równania, który opisuje prostą w układzie współrzędnych.



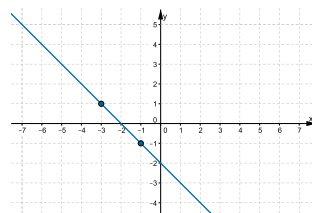
$$a = -1, b = -2$$



$$a = 3, b = -1$$



$$a = 2, b = -3$$



$$a = -\frac{2}{5}, b = 1$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Na wykresie funkcji liniowej f leżą punkty $A = (2, 3)$, $B = (1, -1)$. Który z poniższych wzorów określa wzór funkcji f ? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $f(x) = 3x - 4$

☐ $f(x) = 4x - 5$

☐ $f(x) = 2x - 3$

☐ $f(x) = x - 1$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Dane są punkty $A = (-2, 1)$ i $B = (3, 3)$. Który z poniższych punktów leży na prostej AB ? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $(18, 12)$

☐ $(18, 18)$

☐ $(18, 9)$

☐ $(18, 15)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Zaznacz wzór funkcji liniowej f , której wykres przechodzi przez punkt $A = (10, 112)$ i przecina oś Y w punkcie $B = (0, 2)$.

☐ $f(x) = 112x + 2$

☐ $f(x) = 11x + 2$

☐ $f(x) = 2x + 11$

☐ $f(x) = -11x + 2$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Spośród podanych funkcji liniowych wybierz funkcje malejące.

☐ $y = 1 - \frac{3}{4}x$

☐ $y = \frac{x-5}{9}$

☐ $y = x + \frac{1}{3}$

☐ $y = -x + 6$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Spośród podanych funkcji liniowych wybierz funkcje rosnące.

☐ $y = \frac{1}{10}x - 5$

☐ $y = 5 - x$

☐ $y = x - 100$

☐ $y = \frac{x-1}{3}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Wykres funkcji liniowej $f(x) = ax + b$ przechodzi przez punkty $A = (-7, 11)$ i $B = (23, -19)$.
Zaznacz wszystkie odpowiedzi prawdziwe.

☐ Do wykresu funkcji f należy punkt $C = (1, 3)$.

☐ $a = -\frac{11}{7}$

☐ Na wykresie funkcji f leży co najmniej 7 punktów, których obie współrzędne są całkowitymi liczbami dodatnimi.

☐ $b > 0$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = ax + 3$, gdzie $a > 0$. Sprawdź, czy poniższe równości są prawdziwe, a następnie zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $f(-1) < 0$

☐ $f(1) > 3$

☐ $f(2) + f(-2) > 6$

☐ $f(0) = 0$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Dane są punkty $A = (-2, 3)$ i $B = (1, -5)$, $C = (4, 4)$. Przez jakie punkty przechodzi prosta posiadająca ujemny współczynnik kierunkowy? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ A i C

☐ B i C

☐ A i B

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18

Na wykresie funkcji liniowej $f(x) = ax + b$ leżą punkty $A = (-2, -3)$ i $B = (2, 5)$. Oceń, czy poniższe odpowiedzi są prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz wszystkie odpowiedzi prawdziwe.

☐ $a = 4$

☐ Funkcja f jest rosnąca.

☐ Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = 2x + 1$.

☐ Wykres funkcji f przecina oś Y w punkcie $(0, 2)$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19

Określ, czy podane funkcje są rosnące, malejące, czy stałe. Przeciągnij wzory funkcji do odpowiedniej grupy.

Funkcje rosnące

$\frac{1}{3}x - 5$

2^5

$5x + \sqrt{5}$

Funkcje malejące

$2x + 3$

$2^{x^2 - \sqrt{x^4}} - 1$

$-2x + 12$

$\frac{x^3}{x\sqrt{x^4}} + 2$

x^0

Funkcje stałe

$4 - 20x$

$\frac{1}{2}$

$5 - \frac{1}{5}x$

$\sqrt{3}x + 20$

$\frac{x^2 - 1}{1 - x^2}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20

Dla której z poniższych wartości m funkcja liniowa $f(x) = (2 - 3m)x - 1$ jest rosnąca? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $m = 3$

☐ $m = 2$

☐ $m = -1$

☐ $m = 1$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 21



Dla jakiej wartości m funkcja liniowa $f(x) = (3m + 1)x + m - 2$ jest stała? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $m = -\frac{1}{3}$

☐ $m = 3$

☐ $m = 2$

☐ $m = 1$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 22



Jaki warunek musi spełniać parametr m , aby funkcja liniowa $f(x) = (4 - m)x + 1$ była malejąca? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $m < 4$

☐ $m < 0$

☐ $m > 4$

☐ $m > 3$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 23



Dokończ zdanie, wybierając poprawną odpowiedź.

Funkcja liniowa $f(x) = (2m + 3)x + m - 2$:

☐ jest malejąca tylko wtedy, gdy $m < -\frac{3}{2}$.

☐ dla $m = 0$ jest rosnąca.

☐ dla $m = -1$ jest malejąca.

☐ jest rosnąca tylko wtedy, gdy $m < 2$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 24



Połącz w pary wartości parametru m , dla których funkcja liniowa $f(x) = (2m + 5)x - 1$ jest malejąca, rosnąca lub stała.

funkcja liniowa jest rosnąca dla

$$m < -\frac{5}{2}$$

funkcja liniowa jest stała dla

$$m > -\frac{5}{2}$$

funkcja liniowa jest malejąca dla

$$m = -\frac{5}{2}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 25

Dana jest funkcja liniowa $f(x) = (2m + 3k)x + 2$.

Pogrupuj wartości parametrów m i k , dla których funkcja jest malejąca lub rosnąca.

Dopasuj podane liczby do odpowiedniej grupy, przeciągając je.

Funkcja rosnąca

$m = 2$ i $k = -2$

$m = -2$ i $k = 1$

$m = -1$ i $k = 1$

Funkcja malejąca

$m = 10$ i $k = -6$

$m = 2$ i $k = -1$

$m = 1$ i $k = -1$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 26



Dana jest funkcja liniowa $f(x) = (2m + 3k)x + 2$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Przy każdym zdaniu w tabeli zaznacz „Prawda” albo „Fałsz”.

Zadanie	Prawda	Fałsz
Funkcja liniowa dla $m = 1$ oraz $k = -1$ jest malejąca.	☐	☐
Funkcja liniowa dla $m = 2$ oraz $k = -1$ jest malejąca.	☐	☐
Funkcja liniowa dla $m = 7$ oraz $k = -5$ jest malejąca.	☐	☐
Funkcja liniowa dla $m = -3001$ oraz $k = 2001$ jest rosnąca.	☐	☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 27



Dana jest funkcja liniowa $f(x) = (2m + 3k)x + 2$.

Dokończ zdanie, wybierając poprawne odpowiedzi.

Istnieją takie wartości parametrów m i k , że na wykresie funkcji f :

☐ leżą dokładnie dwa punkty, których obie współrzędne są całkowitymi liczbami ujemnymi.

☐ leży dokładnie jeden punkt, którego obie współrzędne są całkowitymi liczbami dodatnimi.

☐ leży dokładnie jeden punkt, którego obie współrzędne są całkowitymi liczbami przeciwnych znaków.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 28



Dana jest funkcja liniowa $f(x) = (2m + 3k)x + 2$.

Wykaż, że:

a. jeżeli $k = -\frac{2}{3}m$, to funkcja f jest stała,

b. jeżeli $k > -\frac{2}{3}m$, to funkcja f jest rosnąca,

c. jeżeli $k < -\frac{2}{3}m$, to funkcja f jest malejąca.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.