

## Różne zadania z kombinatoryki

Zestaw zadań zamkniętych z kombinatoryki. Zadania interaktywne o niewielkim stopniu trudności.

Zestaw zadań zamkniętych lub otwartych z kombinatoryki. Zadania zamknięte są interaktywne. Zadania o średnim stopniu trudności. Rozwiązania i wskazówki do zadań otwartych.

Zestaw zadań otwartych z kombinatoryki. Zadania o średnim stopniu trudności. Rozwiązania i wskazówki do zadań.

Zestaw zadań otwartych z kombinatoryki. Zadania o podwyższonym stopniu trudności. Rozwiązania i wskazówki do zadań.

Zestaw zadań otwartych z kombinatoryki - program rozszerzony. Zadania o podwyższonym stopniu trudności. Rozwiązania i wskazówki do zadań.

Zestaw zadań otwartych z kombinatoryki - program rozszerzony. Zadania o podwyższonym stopniu trudności. Rozwiązania i wskazówki do zadań.

# Różne zadania z kombinatoryki

---

Na pytania typu: „Ile jest możliwości wylosowania dwóch kul z dwudziestu?” lub „Na ile sposobów możemy wybrać liczby do zakreślenia w grze losowej?” pomaga odpowiedzieć dział matematyki zwany kombinatoryką.

Aby rozwiązać tego typu zadania, często stosuje się wzory na permutacje, kombinacje, wariacje oraz wariacje z powtórzeniami. Jednak podstawowym narzędziem do rozwiązywania zadań z kombinatoryki są reguła dodawania i mnożenia.

Jeżeli potrzebujesz powtórzyć definicje i ponownie przeanalizować przykłady związane z podanymi regułami, wariacjami oraz permutacjami skorzystaj z lekcji [Reguła mnożenia](#), [reguła dodawania](#). Informacje na temat kombinacji znajdują się poniżej.

## Kombinacje

Kombinacja pozwala wyznaczyć na ile sposobów można wybrać  $k$  elementów z  $n$ -elementowego zbioru. Wzór na kombinację jest następującej postaci:  $\frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

### Ważne!

Kombinacje można zapisać za pomocą symbolu Newtona:  $\binom{n}{k}$ .

### Przykład 1

Na ile sposobów można wybrać spośród 10 osób dwuosobową delegację?

### Rozwiązanie

Aby odpowiedzieć na to pytanie, skorzystamy ze wzoru na kombinację, gdzie  $n = 10$  oraz  $k = 2$ , czyli

$$\binom{10}{2} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10!}{2! \cdot 8!} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45.$$

Zatem delegację można wybrać na 45 sposobów.

## Ćwiczenie 1



Do szkolnego turnieju koszykówki zgłosiło się 14 drużyn. Ile trzeba rozegrać meczów, jeżeli turniej toczy się według systemu "każdy z każdym", bez rewanżów? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ 28

☐ 13

☐ 91

☐ 182

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 2



Na ile sposobów można wybrać dwóch graczy spośród 15 zawodników? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ 29

☐ 105

☐ 225

☐ 210

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 3



Ile jest wszystkich liczb naturalnych dziesięciocyfrowych, których suma cyfr jest równa 2? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ 10

☐ 11

☐ 20

☐ 9

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 4



Ile wszystkich przekątnych ma dziesięciokąt foremny? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ 17

☐ 35

☐ 45

☐ 10

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 5



Ze zbioru  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  losujemy jednocześnie dwie liczby. Ile jest możliwości wylosowania w ten sposób takiej pary liczb, której suma jest parzysta? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ 10

☐ 12

☐ 16

☐ 9

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 6



Liczba uczniów pewnej klasy jest 15 razy mniejsza od liczby wszystkich par, możliwych do wyboru spośród uczniów tej klasy. Ilu jest uczniów w tej klasie? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ 30

☐ 29

☐ 28

☐ 31

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 7



Ile jest wszystkich wyników trzykrotnego rzutu kostką sześcienną, w których dokładnie dwa razy wypadła szóstka? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ 18

☐ 30

☐ 36

☐ 15

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 8



W pewnej grupie jest 10 chłopców i 9 dziewczynek. Na ile sposobów można z tej grupy wybrać trzyosobowy zespół, w którym znajdzie się co najmniej jedna dziewczynka i co najmniej jeden chłopiec? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ 765

☐ 360

☐ 180

☐ 1530

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 9



Ile jest pięciocyfrowych liczb naturalnych o sumie cyfr równej 12, których każda cyfra jest nieparzysta? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ więcej niż 1000

☐ 4720

☐ mniej niż 1000

☐ 2360

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 10



Na okręgu zaznaczono 8 różnych punktów. Ile jest wszystkich trójkątów, których każdy wierzchołek jest jednym z tych wybranych punktów? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ 336

☐ 24

☐ 512

☐ 56

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 11



Test powtórzeniowy składa się z 14 zadań testowych. Po wybraniu prawidłowej odpowiedzi za każde z zadań można otrzymać 1 punkt, w przeciwnym przypadku za zadanie otrzymuje się 0 punktów. Oblicz, na ile sposobów można tak wypełnić kartę odpowiedzi do tego testu, żeby otrzymać:

1. 1 punkt
2. 2 punkty
3. 12 punktów
4. 13 punktów

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 12



Oblicz:

1. ile trzeba będzie rozegrać wszystkich meczów w turnieju, do którego zgłosiło się 13 drużyn i każda drużyna ma rozegrać z każdą inną dokładnie jeden mecz.
2. na ile sposobów można wybrać dwuosobową delegację z klasy liczącej 31 uczniów.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 13



Oblicz, ile jest wszystkich takich wyników:

1. ośmiokrotnego rzutu monetą, że dokładnie dwa razy wypadł orzeł.
2. ośmiokrotnego rzutu monetą, że dokładnie sześć razy wypadła reszka.
3. dziewięciokrotnego rzutu monetą, że dokładnie dwa razy wypadła reszka.
4. dziewięciokrotnego rzutu monetą, że dokładnie siedem razy wypadł orzeł.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 14



1. Spośród ośmiu chłopców pewnej klasy nauczyciel chce wylosować sześciu. Na ile sposobów może to zrobić?
2. Spośród dwudziestu dziewcząt pewnej klasy nauczyciel chce wybrać osiemnaście. Na ile sposobów może to zrobić?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 15



Oblicz liczbę wszystkich przekątnych

1. siedmiokąta wypukłego.
2. szesnastokąta wypukłego.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 16



Ilu zawodników liczy drużyna, z której 2 graczy można wybrać na 136 sposobów?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 17



Pewien wielokąt foremny ma 20 przekątnych. Ile boków ma ten wielokąt?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 18



Do szkolnego turnieju halowej piłki ręcznej zgłosiło się 6 drużyn:  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$ ,  $D_5$  i  $D_6$ . Każda drużyna ma rozegrać z każdą inną dokładnie jeden mecz. W każdym meczu przyznawano punkty w następujący sposób:

w przypadku remisu obie drużyny otrzymują po 1 punkcie, a w meczu rozstrzygniętym zwycięzca otrzymuje 2 punkty. Po zakończeniu turnieju okazało się, że: drużyna  $D_1$  zdobyła 6 punktów, drużyna  $D_2$  – 3 punkty, drużyna  $D_3$  – 8 punktów, drużyna  $D_4$  – 1 punkt, a drużyna  $D_5$  zdobyła o 2 punkty więcej niż drużyna  $D_6$ .

Które miejsce w turnieju zajęła drużyna  $D_6$ ?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 19



W osiedlowym turnieju piłki nożnej, rozgrywanym systemem „każdy z każdym” (bez rewanżów) wystąpiło 12 zespołów. Każda drużyna za zwycięstwo w meczu otrzymywała 1 punkt, za remis – 0,5 punktu, a przegrana nie zwiększała konta punktowego zespołu. Dwa zespoły: „Kosiarze” i „Przecinaki” zajęły w tym turnieju miejsca ex aequo 10 i 11 (żadna inna drużyna nie dzieliła z nimi tych miejsc), zdobywając po 5,5 punktu. Wykaż, że drużyna, która zajęła w tym turnieju ostatnie miejsce, wygrała co najwyżej jeden mecz.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 20



W turnieju gry w koszykówkę każda drużyna miała rozegrać z każdą inną dokładnie jeden mecz. Po zakończeniu tego turnieju okazało się, że drużyny, które nie wygrały żadnego meczu, stanowią 10% wszystkich drużyn. Oblicz, ile meczów rozegrano w tym turnieju. Pamiętaj, że w koszykówce każdy mecz musi zostać rozstrzygnięty.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 21



W licealnym turnieju piłkarskim wystąpiła pewna liczba drużyn. Turniej rozgrywano metodą „każdy z każdym”, bez rewanżów. Po zakończeniu okazało się, że dokładnie 60% drużyn rozegrało co najmniej jeden mecz remisowy, a dokładnie  $\frac{5}{6}$  pozostałych co najmniej jeden mecz przegrało. Ile meczów rozegrano w tym turnieju?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 22



Ze zbioru liczb  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$  losujemy trzy razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz, ile jest takich wyników tego losowania, że pierwsza z wylosowanych liczb jest większa od drugiej, a druga jest równa trzeciej z tych liczb.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Oblicz:

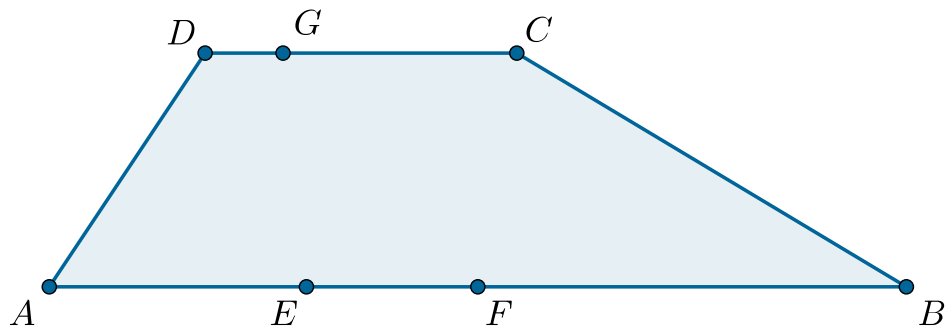
1. ile jest wszystkich wyników dwukrotnego rzutu kostką sześcienną, w których liczba oczek uzyskanych w pierwszym rzucie jest mniejsza od liczby oczek uzyskanych w drugim rzucie,
2. ile jest wszystkich wyników trzykrotnego rzutu kostką sześcienną, w których liczba oczek uzyskanych w trzecim rzucie jest większa od liczby oczek uzyskanych w drugim rzucie.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 24



W trapezie  $ABCD$  na podstawie  $AB$  wybrano punkty  $E$  i  $F$ , a na podstawie  $CD$  wybrano punkt  $G$ .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Oblicz, ile jest wszystkich:

1. trójkątów, których każdy wierzchołek został wybrany spośród punktów  $A, B, C, D, E, F, G$ .
2. trapezów, których każdy wierzchołek został wybrany spośród punktów  $A, B, C, D, E, F, G$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 25



W klasie jest 33 uczniów, przy czym chłopców jest o 3 mniej niż dziewczynek. Oblicz, na ile sposobów można wybrać z tej klasy:

1. trzyosobową delegację, w której znajdzie się dokładnie jedna dziewczynka.
2. czteroosobową delegację, w której znajdą się dokładnie dwaj chłopcy.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 26



Proste  $k$  i  $l$  są równoległe i różne. Rozpatrzmy dziesięć punktów: 5 z nich zaznaczono na prostej  $k$ , 4 kolejne zaznaczono na prostej  $l$ , a dziesiątym jest punkt  $A$ . Ten punkt spełnia jednocześnie dwa warunki:

1. nie leży na żadnej z prostych  $k$ ,  $l$ ,
2. żadna z prostych, przechodzących przez każde dwa inne punkty wybrane spośród dziewięciu zaznaczonych, nie przechodzi przez punkt  $A$ .

Oblicz, ile jest wszystkich trójkątów, których wierzchołkami są trzy spośród zaznaczonych punktów.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 27



Oblicz:

1. ile jest liczb czterocyfrowych, w których cyfra setek jest mniejsza od cyfry jedności.
2. ile jest liczb pięciocyfrowych, spełniających jednocześnie dwa następujące warunki:
  - cyfra setek jest większa od cyfry jedności,
  - cyfra tysięcy jest większa od cyfry dziesiątek.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 28



Oblicz, ile jest wszystkich prostokątów, których boki zawierają się w liniach siatki prostokąta o wymiarach 6 na 4, podzielonego na kwadraty jednostkowe.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 29



Oblicz, ile jest wszystkich liczb naturalnych dziewięciocyfrowych, których iloczyn cyfr jest równy 12.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 30



Oblicz, ile jest wszystkich wyników pięciokrotnego rzutu sześcienną kostką do gry, w których parzysta liczba oczek wypadła więcej razy niż nieparzysta liczba oczek.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Ile jest wszystkich liczb naturalnych:

1. pięciocyfrowych o wszystkich cyfrach nieparzystych, których suma cyfr jest równa 11.
2. sześciocyfrowych, których suma cyfr jest równa 3.
3. nieparzystych siedmiocyfrowych, których suma cyfr jest równa 4.
4. ośmiocyfrowych o wszystkich cyfrach parzystych, których suma cyfr jest równa 6.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 32



Liczby ze zbioru  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  ustawiamy w losowej kolejności w szeregu, tworząc liczbę dziewięciocyfrową o różnych cyfrach. Oblicz, ile jest możliwości uzyskania w ten sposób liczby, której cyfry spełniają jednocześnie cztery warunki:

1. cyfra 1 stoi przed cyfrą 2

2. cyfra 3 stoi przed cyfrą 4

3. cyfra 5 stoi przed cyfrą 6

4. cyfra 7 stoi przed cyfrą 8

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 33



W pudełku jest 25 ponumerowanych losów, w tym 5 wygrywających. Z tego pudełka wybieramy losowo 4 losy. Na ile sposobów można wylosować co najmniej 1 los wygrywający?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 34



Dany jest prostokąt  $ABCD$ , w którym  $|AB| = 5$ ,  $|AD| = 8$ . Prostokąt ten podzielono liniami siatki na kwadraty jednostkowe. Ile jest wszystkich najkrótszych dróg prowadzących po liniach siatki od punktu  $A$  do punktu  $C$ ?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 35



W kopercie znajduje się 10 kartek ponumerowanych od 1 do 10. Z tej koperty losujemy dowolnie wybraną liczbę kartek. Ile jest możliwości wylosowania w ten sposób takich kartek, że suma numerów: najmniejszego i największego zapisanych na tych wylosowanych kartkach jest równa 10?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 36



Wykaż, że:

- dla dowolnej liczby rzeczywistej  $x$ :  $(2x + 3)^4 = 16x^4 + 96x^3 + 216x^2 + 216x + 81$ .
- dla dowolnej liczby rzeczywistej  $x$ :  $(x - 2)^5 = x^5 - 10x^4 + 40x^3 - 80x^2 + 80x - 32$ .
- dla dowolnych liczb rzeczywistych  $a$  i  $b$ :  
 $(2a + \frac{1}{2}b)^4 = 16a^4 + 16a^3b + 6a^2b^2 + ab^3 + \frac{1}{16}b^4$ .
- dla dowolnych liczb rzeczywistych  $a$  i  $b$ :  
 $(a - b)^6 = a^6 - 6a^5b + 15a^4b^2 - 20a^3b^3 + 15a^2b^4 - 6ab^5 + b^6$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 37



Oblicz, ile jest:

- wszystkich liczb naturalnych ośmiocyfrowych, w zapisie których nie występuje zero i na dokładnie trzech miejscach stoją cyfry parzyste.
- wszystkich liczb naturalnych siedmiocyfrowych, w zapisie których na dokładnie czterech miejscach stoją cyfry parzyste.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 38



Oblicz, ile jest:

1. trzycyfrowych liczb naturalnych, spełniających jednocześnie dwa następujące warunki:
  - (1) cyfra setek jest większa od cyfry dziesiątek,
  - (2) cyfra dziesiątek jest większa od cyfry jedności.
2. sześciocyfrowych liczb naturalnych, spełniających jednocześnie trzy następujące warunki:
  - (1) cyfra tysięcy jest większa od cyfry setek,
  - (2) cyfra setek jest większa od cyfry dziesiątek,
  - (3) cyfra dziesiątek jest większa od cyfry jedności.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 39



Dwunastu chłopców bierze udział w szkolnej wycieczce. Oblicz, na ile sposobów można ich zakwaterować w czterech trzyosobowych pokojach.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 40



Ze zbioru  $\{1, 2, 3, \dots, 22\}$  losujemy jednocześnie pięć liczb. Oblicz, ile jest wszystkich możliwości wylosowania takich pięciu liczb, których:

1. iloczyn jest parzysty.

2. suma jest parzysta.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 41



W talii 52 kart do brydża jest po 13 kart w każdym z czterech kolorów: trefl, karo, kier, pik. W każdym kolorze jest jeden as, a także trzy figury: król, dama, walet oraz 9 kart numerowanych od 2 do 10.

W rozdaniu brydżowym każdy z czterech graczy otrzymuje po 13 kart wybranych losowo z talii. Oblicz, na ile sposobów gracz może w takim rozdaniu dostać:

1. dokładnie 10 pików i dokładnie 2 kiery

2. trzy asy, trzy króle, trzy damy i trzy walety

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 42



Oblicz, na ile sposobów można podzielić:

1. 10 graczy na dwie pięcioosobowe drużyny: „Niebieską” i „Żółtą”.
2. 10 graczy na dwie pięcioosobowe drużyny.
3. 12 graczy na 3 równoliczne drużyny: „Niebieską”, „Żółtą” i „Czerwoną”.
4. 12 graczy na 3 równoliczne drużyny.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 43



Oblicz, ile jest wszystkich liczb naturalnych:

1. dziesięciocyfrowych, których suma cyfr jest równa 4.
2. piętnastocyfrowych o wszystkich cyfrach parzystych, których suma cyfr jest równa 10.
3. dwudziestocyfrowych o wszystkich cyfrach nieparzystych, których suma cyfr jest równa 28.
4. stycyfrowych o wszystkich cyfrach nieparzystych, których suma cyfr jest równa 123.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 44



Oblicz, ile jest wszystkich wyników:

1. siedmiokrotnego rzutu sześcienną kostką do gry, w których dokładnie dwa razy wypadło jedno oczko i dokładnie trzy razy wypadło sześć oczek.
2. dziesięciokrotnego rzutu sześcienną kostką do gry, w których dokładnie trzy razy wypadło jedno oczko i dokładnie cztery razy wypadła parzysta liczba oczek.
3. ośmiokrotnego rzutu kostką sześcienną, w których iloczyn liczb wyrzuconych oczek jest równy 20.
4. siedmiokrotnego rzutu kostką sześcienną, w których suma liczb wyrzuconych oczek jest równa 12.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 45



Z pudełka, w którym znajduje się 20 kul ponumerowanych od 1 do 20 losujemy równocześnie 3 kule. Oblicz, ile jest wszystkich możliwych wyników tego losowania, w których suma numerów wylosowanych kul jest podzielna przez 3.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 46



W szufladzie znajduje się 5 par rękawiczek, każde dwie pary są w różnych kolorach. Z pudełka losujemy 3 rękawiczki. Oblicz, ile jest takich wyników tego losowania, że:

1. wśród wylosowanych nie będzie żadnej pary rękawiczek.
2. wśród wylosowanych będzie dokładnie jedna para rękawiczek.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 47



W pudełku znajduje się 30 kul ponumerowanych od 1 do 30. Z pudełka losujemy 7 kul. Oblicz, ile jest takich wyników tego losowania, że:

1. wśród wylosowanych nie będzie żadnej pary kul, których suma numerów jest równa 31.
2. wśród wylosowanych będzie dokładnie jedna para kul, których suma numerów jest równa 31.
3. wśród wylosowanych będą dokładnie 2 pary kul, których suma numerów jest równa 31.
4. wśród wylosowanych będą dokładnie 3 pary kul, których suma numerów jest równa 31.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 48



W pewnej grze losowej gracz typuje 5 liczb spośród 32 początkowych dodatnich liczb całkowitych. Na ile sposobów można wytypować 5 liczb w tej grze tak, aby nie było wśród nich dwóch kolejnych?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 49



Z dziesięciu liter alfabetu:  $a, b, c, d, e, A, B, C, D, E$  tworzymy dziesięcioliterowy napis, w którym każda z tych liter występuje dokładnie raz. Oblicz, ile jest takich napisów, w których litera  $A$  znajdzie się przed  $B$ ,  $B$  przed  $C$ ,  $C$  przed  $D$  oraz  $D$  przed  $E$ , a ponadto odpowiednia mała litera będzie zapisana przed taką samą dużą.

Te warunki spełnia np. napis  $baAcBdCeDE$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.