



Określanie dziedziny funkcji opisanej wzorem - zadania

Określanie dziedziny funkcji lub wskazywanie funkcji o podanej dziedzinie. Zadania o zróżnicowanej trudności. Zasób zawiera zadania, w tym zadania interaktywne.

Określanie dziedziny funkcji opisanej wzorem - zadania

Pokaż ćwiczenia:   

W tym materiale nauczysz się wyznaczać dziedziny funkcji, które są określone różnymi wzorami. Rozwiążesz zadania dotyczące znajdowania dziedziny, także w kontekście praktycznym.

Ważne!

Dziedziną funkcji stałych, liniowych, kwadratowych czy wielomianowych jest cały zbiór liczb rzeczywistych.

Przykład 1

Wyznamy dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{x-4}{5}$.

Rozwiązanie

Zauważmy, że w podanym wzorze funkcji zmienna x występuje jedynie w liczniku, zatem dziedziną jest cały zbiór liczb rzeczywistych ($D = \mathbb{R}$).

Przykład 2

Wyznamy dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{5x+2}{4x-8}$.

Rozwiązanie

Aby wyznaczyć dziedzinę funkcji wymiernej należy wykluczyć argumenty, dla których funkcja nie ma sensu liczbowego.

Przyrównujemy wyrażenie z mianownika do zera i otrzymujemy

$$4x - 8 = 0,$$

$$x = 2.$$

Wyznaczony argument zostaje wyrzucony z dziedziny (która domyślnie jest zbiorem liczb rzeczywistych), aby uniemożliwić dzielenie przez zero.

Zapisujemy dziedzinę następująco: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Przykład 3

Wyznamy dziedzinę funkcji $f(x) = \sqrt{3x-8}$.

Rozwiązanie

Jak wiadomo, nie istnieje pierwiastek kwadratowy z liczby ujemnej, zatem wyrażenie podpierwiastkowe musi być większe lub równe zero, czyli

$$3x - 8 \geq 0,$$

$$x \geq \frac{8}{3}.$$

Przedział $\langle \frac{8}{3}, \infty \rangle$ jest dziedziną tej funkcji ($D = \langle \frac{8}{3}, \infty \rangle$).

Przykład 4

Wyznamy dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{5x+2}{\sqrt{5-10x}}$.

Rozwiązanie

Wyrażenie pod pierwiastkiem musi być większe od zera, ponieważ pierwiastek ten występuje w mianowniku ułamka.

$$5 - 10x > 0,$$

$$x < \frac{1}{2}.$$

Przedział $(-\infty, \frac{1}{2})$ jest dziedziną tej funkcji ($D = (-\infty, \frac{1}{2})$).

Ćwiczenie 1



Dziedziną której funkcji jest zbiór liczb rzeczywistych? Wybierz prawidłową odpowiedź.

☐ $f(x) = \frac{x+\sqrt{3}}{2}$

☐ $f(x) = \frac{1}{x+2}$

☐ $f(x) = \frac{3x+7}{x}$

☐ $f(x) = \frac{5}{3-x}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Zaznacz funkcję, której dziedzina zawiera liczbę 1.

☐ $f(x) = \frac{1}{3-3x}$

☐ $f(x) = \frac{2}{x-1}$

☐ $f(x) = \frac{3}{x^2-1}$

☐ $f(x) = \frac{4}{x+1}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Który przedział jest dziedziną funkcji $f(x) = \sqrt{x+2}$? Wybierz prawidłową odpowiedź.

☐ $\langle 2, +\infty \rangle$

☐ $\langle -2, +\infty \rangle$

☐ $(-\infty, -2\rangle$

☐ $(-\infty, 2\rangle$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Połącz w pary funkcje oraz odpowiadające im dziedziny.

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$$

$$x \neq -2$$

$$f(x) = \sqrt{x+3}$$

$$x > -4$$

$$f(x) = \frac{2x}{2x+3}$$

$$x \neq -\frac{3}{2}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{2x+4}$$

$$\mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{1}{x+2}$$

$$x \neq 0$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+4}}$$

$$x \geq -3$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Do dziedziny której z poniższych funkcji należy każda liczba ze zbioru $\{-1, 0, 1, 2\}$?
Wybierz prawidłową odpowiedź.

☐ $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$

☐ $f(x) = \frac{x-2}{x}$

☐ $f(x) = \frac{x}{x-2}$

☐ $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Która z liczb należy do dziedziny funkcji $f(x) = \frac{2}{\sqrt{4-x}}$? Wybierz prawidłową odpowiedź.

☐ 4

☐ 6

☐ 3

☐ 5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Zaznacz funkcję, której dziedziną nie jest zbiór liczb rzeczywistych.

☐ $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4}}$

☐ $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

☐ $f(x) = \frac{x^2+x}{-x^2-3}$

☐ $f(x) = \frac{x^2-5x}{x^2-3}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Która z liczb należy do dziedziny funkcji $f(x) = \frac{x}{(x-1)(x+2)(x-3)}$? Wybierz prawidłową odpowiedź.

☐ 1

☐ -2

☐ 3

☐ -1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Rozważmy wszystkie graniastosłupy prawidłowe trójkątne, których suma długości wszystkich krawędzi jest równa 18. Dokończ poniższe zdanie tak, aby było zdaniem prawdziwym.

Wybierz poprawną odpowiedź.

Długość krawędzi podstawy takiego graniastosłupa może być dowolną liczbą rzeczywistą z przedziału:

☐ (0, 3)

☐ (2, 6)

☐ (1, 4)

☐ $\langle 0, 2 \rangle$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Wyznacz dziedziny poniższych funkcji.

a. $f(x) = 2x + 5$

b. $g(x) = x^2 - 5$

c. $h(x) = x^3 - 2x + 7$

d. $k(x) = 5$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Która z liczb nie należy do dziedziny podanych funkcji? Uzupełnij poniższe zdania tak, aby były zdaniami prawdziwymi. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz poprawną odpowiedź.

- $f(x) = \frac{2x}{x+7}$

Do dziedziny funkcji f nie należy .

- $g(x) = \frac{x-1}{1-x}$

Do dziedziny funkcji g nie należy .

- $h(x) = \frac{2x+1}{3x-9}$

Do dziedziny funkcji h nie należy .

- $k(x) = \frac{3x-11}{20x+4}$

Do dziedziny funkcji k nie należy .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Wyznacz dziedziny poniższych funkcji.

a. $f(x) = \frac{7}{(x-2)(x+2)}$

b. $h(x) = \frac{x-3}{x(3-x)}$

c. $g(x) = \frac{x^2-1}{(x-1)(x+4)}$

d. $k(x) = \frac{x^3-5x^2}{x(2x+4)(x-1)}$

e. $m(x) = \frac{5}{x^2-9}$

f. $p(x) = \frac{2x+5}{x^2+6}$

g. $t(x) = \frac{3-6x}{x^2+2x+1}$

h. $u(x) = \frac{8x-9}{x^2-4x+4}$

Ćwiczenie 13



Wyznacz wszystkie dodatnie liczby całkowite, które należą do dziedziny podanych funkcji. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

• $f(x) = \sqrt{5 - x}$

Wszystkimi dodatnimi liczbami całkowitymi należącymi do dziedziny funkcji f są

• $g(x) = \sqrt{18 - 2x}$

Wszystkimi dodatnimi liczbami całkowitymi należącymi do dziedziny funkcji g są

• $h(x) = \sqrt{7 - 3x}$

Wszystkimi dodatnimi liczbami całkowitymi należącymi do dziedziny funkcji h są

• $k(x) = \sqrt{24 - 5x}$

Wszystkimi dodatnimi liczbami całkowitymi należącymi do dziedziny funkcji k są

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

1, 2, 3, 4

1, 2, 3

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

1, 2, 3, 4, 5, 6

1, 2, 3, 4, 5

1, 2

3, 4, 5, 6

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

1

Ćwiczenie 14



Wyznacz dziedziny poniższych funkcji. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

• $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+3}}$
 $D_f =$

• $g(x) = \frac{\sqrt{4-2x}}{10x+10}$
 $D_g =$

• $h(x) = \frac{x}{15-3x} + \sqrt{x-4}$
 $D_h =$

• $t(x) = \frac{\sqrt{16-2x}}{x+1} + \frac{\sqrt{7x+21}}{x-5}$
 $D_t =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Rozpatrzmy wszystkie trójkąty, których obwód jest równy 8. Oznaczmy wierzchołki takiego trójkąta przez A, B, C . Przyjmijmy, że AB jest najkrótszym bokiem $|AB| = 2$ i $|AC| = x$. Zapisz długość a boku BC w zależności od x . Wyznacz dziedzinę otrzymanej funkcji a . Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

• $a(x) =$

• $D_a =$

- $(2, 6)$
- $(0, 6)$
- $8 - x$
- $x - 8$
- $\mathbb{R}$
- $2x - 4$
- $(2, 4)$
- $6 - x$
- $x - 6$
- $(0, 8)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Bok trójkąta równobocznego ABC ma długość 6. Punkty D i E leżą na bokach odpowiednio BC i AC w tej samej odległości x od wierzchołka C . Zapisz pole P trapezu $ABDE$ jako funkcję x . Wyznacz dziedzinę tej funkcji.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Rozważmy wszystkie graniastopy prawidłowe czworokątne o objętości 100. Zakładając, że krawędź podstawy takiego graniastopu jest równa a , zapisz jego pole powierzchni całkowitej P w zależności od a . Wyznacz dziedzinę funkcji P .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Rozpatrzmy wszystkie trójkąty prostokątne, których pole jest równe 18. Przyjmijmy, że długość jednej z przyprostokątnych takiego trójkąta jest równa b . Zapisz długość c przeciwprostokątnej trójkąta w zależności od b . Wyznacz dziedzinę funkcji c .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.