



Dwusieczne kąta

Definicja dwusiecznej kąta. Twierdzenie o punktach leżących na dwusiecznej kąta.

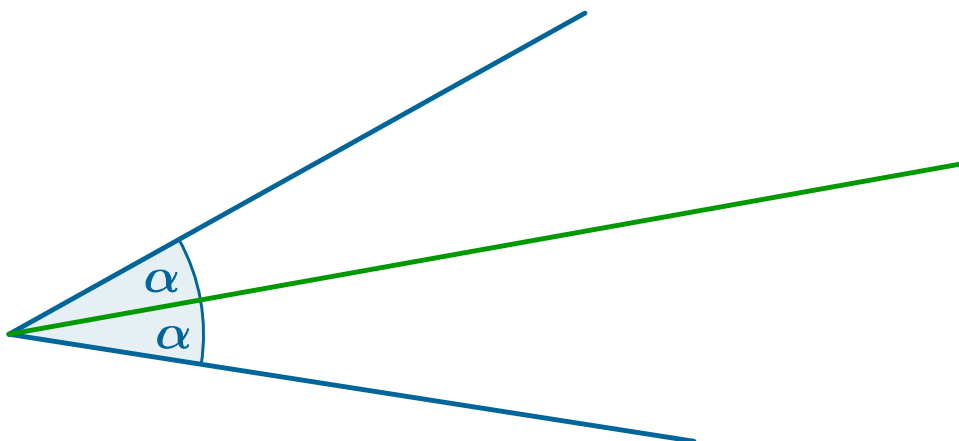
Twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta. Pole trójkąta o bokach długości a , b , c oraz promieniu r okręgu wpisanego w ten trójkąt. Prezentacja multimedialna: odległość punktów na dwusiecznej od ramion kąta.

Dwusieczne kąta

Analizując treści zawarte w tym materiale, poznasz definicję dwusiecznej kąta i jej własności.

Definicja: Dwusieczna kąta

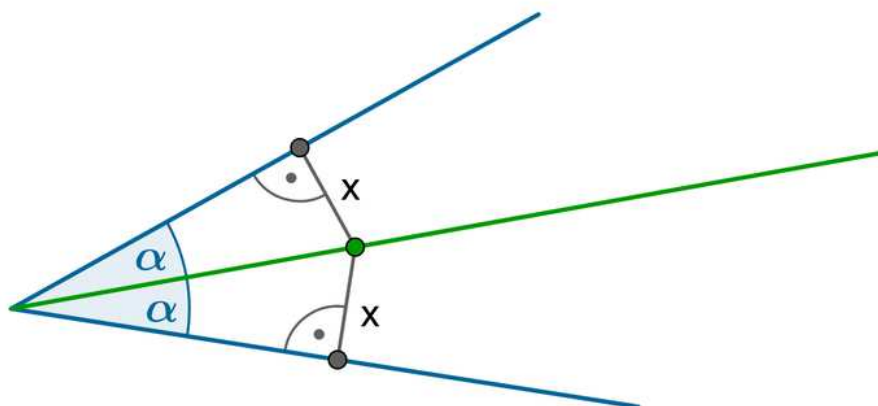
Dwusieczną kąta nazywamy półprostą, której początkiem jest wierzchołek kąta i która dzieli dany kąt na dwa równe kąty.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Twierdzenie: o punktach leżących na dwusiecznej kąta

Jeżeli punkt leży na dwusiecznej kąta, to jego odległości od obu ramion kąta są równe.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dowód

Odległość punktów leżących
na dwusiecznej kąta od jego ramion

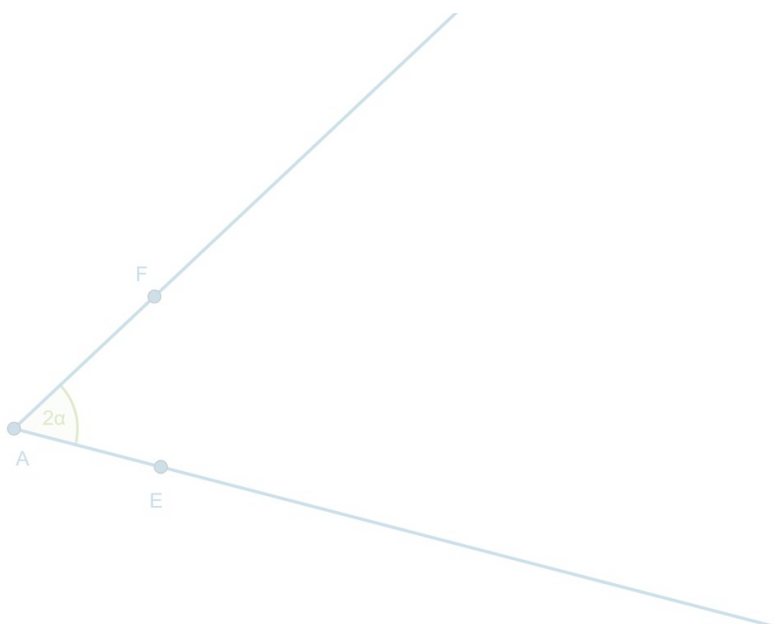
etap 1 z 9



Dany jest kąt 2α .

Uwaga:

Zmieniając położenie punktów A, E i F,
możesz zaobserwować, czy nadal wszystkie
opisane wyżej własności są prawdziwe.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/Ppss1H7pD>

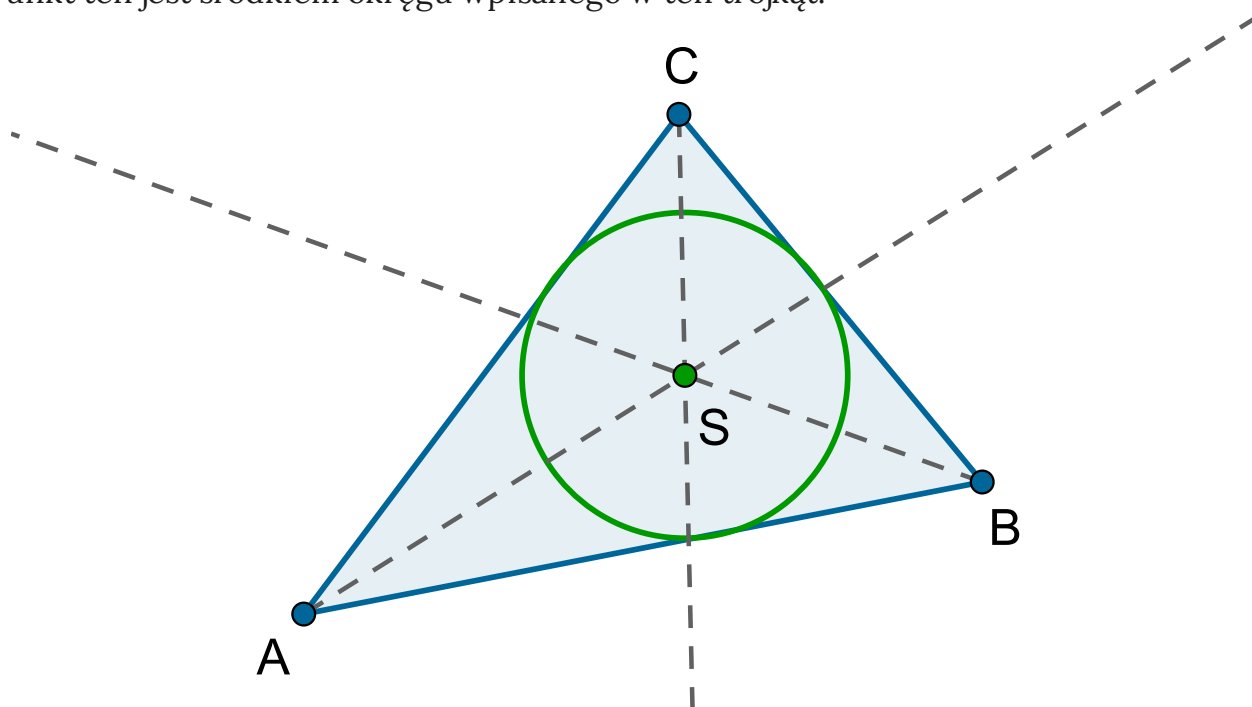
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uwaga!

Dla kątów, których miara jest mniejsza od 180° prawdziwe jest też twierdzenie odwrotne. Jeżeli punkt należący do kąta jest równoodległy od jego ramion, to leży na dwusiecznej tego kąta.

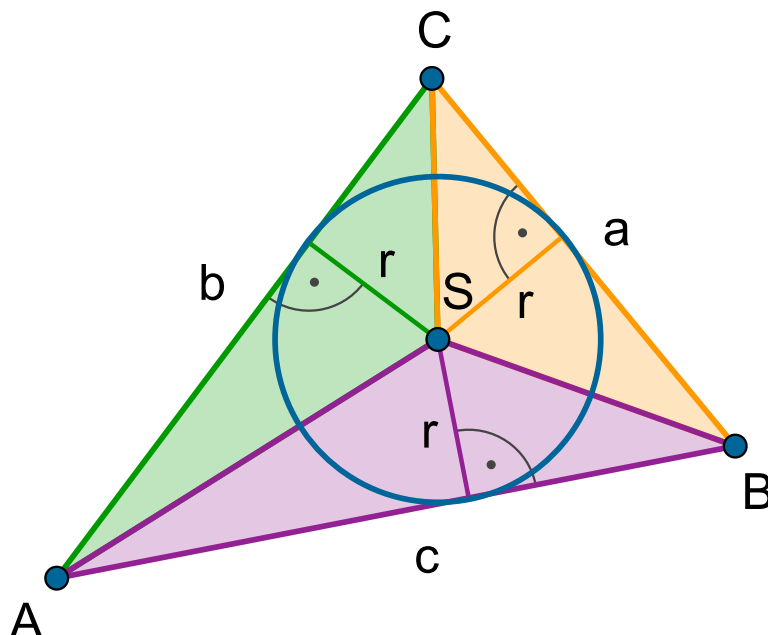
Twierdzenie: o dwusiecznych kątów trójkąta

Dwusieczne każdego z kątów w trójkącie przecinają się w jednym punkcie. Punkt ten jest środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt.



Odcinki łączące środek S okręgu wpisanego w trójkąt ABC z wierzchołkami tego trójkąta podzieliły trójkąt na trzy trójkąty ABS , BCS i ACS .

Wysokość każdego z tych trójkątów jest równa promieniowi okręgu wpisanego w trójkąt ABC (jak na rysunku).



Pole trójkąta ABC jest równe sumie pól trójkątów BCS , ACS i ABS

$$P_{ABC} = P_{BCS} + P_{ACS} + P_{ABS} = \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr = \frac{a+b+c}{2} \cdot r.$$

Wyprowadziliśmy w ten sposób wzór na pole trójkąta, w którym występują długości jego boków oraz promień okręgu wpisanego w ten trójkąt.

Twierdzenie: Pole trójkąta

Pole trójkąta o bokach długości a , b , c oraz promieniu r okręgu wpisanego w ten trójkąt wyraża się wzorem

$$P = \frac{a+b+c}{2}r.$$

Gdy oznaczymy $\frac{a+b+c}{2} = p$, wzór przyjmuje postać $P = pr$.