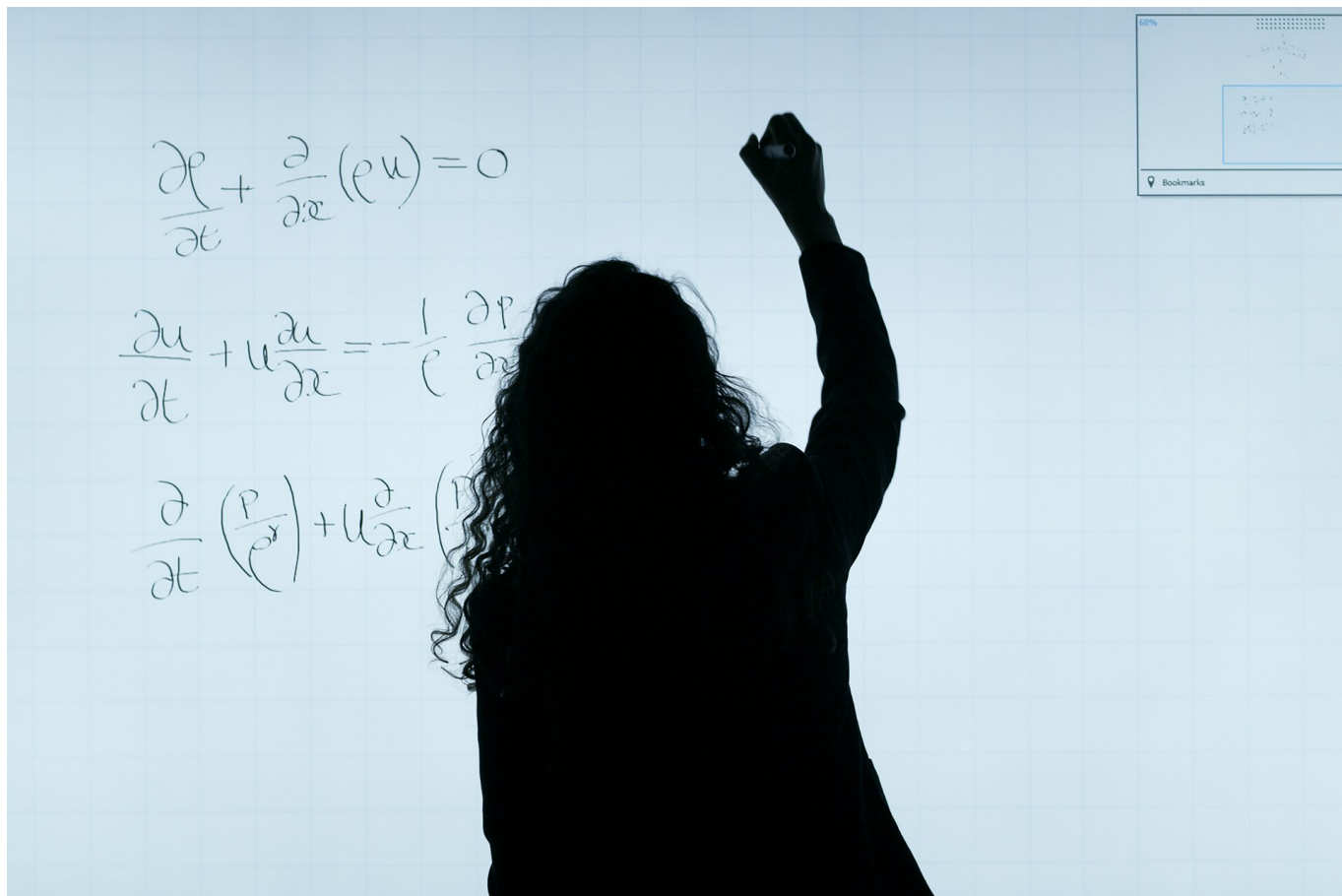




Kody kreskowe

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Galeria zdjęć interaktywnych](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Zapewne zdarzyło Ci się zauważyć, że niemal na wszystkich towarach, jakie można kupić w sklepie, widnieje kod złożony z grubszych i cieńszych kresek podpisanych trzynastoma cyframi. Nazywany jest on europejskim numerem produktu i oznaczany **EAN-13** od jego nazwy w języku angielskim (European Article Number) oraz liczby użytych cyfr. Nietrudno domyślić się, że kod ten przechowuje pewne informacje o produkcie. Pierwsze cyfry określają zwykle kod kraju, z którego pochodzi dany produkt (np. kod Polski to 590), następne przypisane są producentowi, a kolejne – oprócz ostatniej, trzynastej cyfry – samemu produktowi. W ten sposób każdy towar nosi na sobie rodzaj „dowodu osobistego”, ułatwiającego zakupy, gdyż sprzedawca nie musi pamiętać cen sprzedawanych produktów – wystarczy, że przesunie czytnikiem po kodzie, a cena pojawi się na wyświetlaczu.



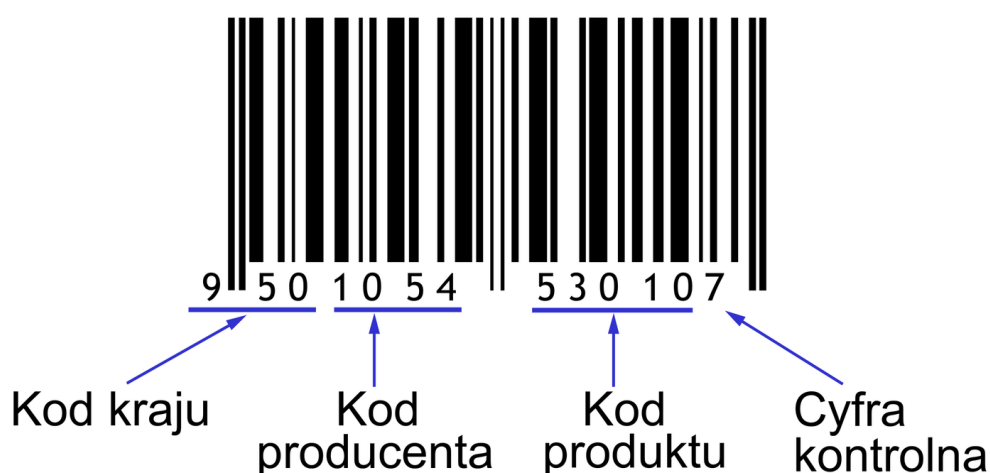
Oczywiście, w samym numerowaniu produktów, producentów i krajów pochodzenia, mniej jest matematyki niż funkcjonującej biurokracji. A jednak w każdym kodzie kreskowym ukryte jest pewne zadanie matematyczne związane z ostatnią, trzynastą cyfrą kodu, która – jak wspomnieliśmy już – niczego nie koduje. Czemu więc ona służy? Aby zrozumieć jej użyteczność, zauważmy, że z rozmaitych powodów podczas odczytywania kodu przez kasjera może nastąpić pomyłka, to znaczy jakaś cyfra może być zastąpiona inną (gdyż – na przykład – paski są niewyraźne), może też się zdarzyć, że zamieniona zostanie kolejność dwóch sąsiednich cyfr. Czy można tak tworzyć kody, żeby przynajmniej część błędów mogła być automatycznie wykrywana (i sygnalizowana przez dźwięk czytnika)? Okazuje się, że dzięki cyfrze kontrolnej jest to w dużej mierze możliwe.

Twoje cele

- Określisz zasady tworzenia kodu EAN-13.
- Ustalisz, co oznaczają poszczególne liczby w kodzie.
- Obliczysz brakujące cyfry w podanych kodach.

Przeczytaj

Z matematycznego punktu widzenia ciekawy jest sposób kodowania cyfr za pomocą serii pasków. Szczegóły techniczne są tu dość skomplikowane, ale zasadnicza idea – raczej prosta. Reprezentująca daną cyfrę część kodu złożona jest z siedmiu równych prostokątów. Każdy z nich zostaje – w odpowiedni dla danej cyfry sposób – zamalowany na czarno lub na białą, przy czym muszą pojawić się przynajmniej dwa czarne i przynajmniej dwa białe paski.



Cyfra kontrolna

Opiszmy w jaki sposób obliczana jest **cyfra kontrolna** dla danego kodu. Załóżmy, że dany produkt otrzymał już pierwsze 12 cyfr kodu (tzn. cyfry od *A* do *L*), a brakuje mu tylko cyfry kontrolnej *M*:

$$A B C D E F G H I J K L - M.$$

Wyróżnijmy kolorem różowym cyfry stojące na miejscach: 1, 3, 5, 7, 9 i 11. Pozostałe – oprócz *M* – oznaczmy zaś na niebiesko:

$$A B C D E F G H I J K L - M.$$

Teraz dobieramy cyfrę *M* tak, żeby liczba:

$$Z = (A + C + E + G + I + K) + 3(B + D + F + H + J + L) + M.$$

była podzielna przez 10. Jeśli w danym kodzie tak nie jest – dźwięk czytnika powiadomi nas o tym, że zaszła jakaś pomyłka.

- Dlaczego jednak liczba *Z* jest dana właśnie takim równaniem?

- W jaki sposób wykrywa ona błąd?

Na te pytania spróbujcie samodzielnie odpowiedzieć, rozwiązując zadania. Teraz podamy dwa przykłady, które pozwolą lepiej zrozumieć ideę kodu **EAN-13**.

Ważne!

Każde wydawnictwo książkowe ma przypisany dziewięciocyfrowy numer **ISBN** (ang. International Standard Book Number) zawierający m.in. informacje o wydawcy i języku (lub kraju), w którym dana książka została napisana.

Numer ISBN jest przetwarzany na kod kreskowy **EAN-13** w następujący sposób: po lewej stronie numeru ISBN jest dopisywana liczba trzycyfrowa 978 (tzw. prefiks), po niej następuje dziewięć cyfr **numeru ISBN**, a na końcu znak kontrolny, odpowiedni dla kodu EAN.



Przykład 1

Podręcznik Ani do nauki historii ma kod 978 – 83 – 65967 – 36 – 7.

Rozwiązanie

Możemy z niego odczytać wiele informacji:

- 978 – dopisek oznaczający wydawnictwo książkowe,
- 83 – fragment kodu wskazujący na wydawnictwo w języku polskim (lub wydane w Polsce),
- 65967 – kod wydawcy,
- 36 – numer produktu tego wydawcy,
- 7 – cyfra kontrolna.

Pokażemy, jakie operacje prowadzą do obliczenia cyfry kontrolnej:

- najpierw wyróżniamy kolorem różowym wszystkie cyfry na nieparzystych miejscach, a wszystkie pozostałe cyfry – oprócz ostatniej – oznaczamy kolorem niebieskim:
978 – **83** – **65967** – **36** – 7,

- dodajemy wszystkie różowe cyfry:
 $(9 + 8 + 3 + 5 + 6 + 3) = 34,$
- następnie dodajemy też cyfry niebieskie, a ich sumę mnożymy przez 3:
 $3(7 + 8 + 6 + 9 + 7 + 6) = 129,$
- dodajemy liczby otrzymane powyżej oraz cyfrę kontrolną 7:
 $34 + 129 + 7 = 163 + 7 = 170.$

Otrzymaliśmy liczbę podzielną przez 10. A zatem cyfra kontrolna została dobrze dobrana.

Przykład 2

Dobierzemy cyfrę kontrolną w kodzie książki „Fizyka w eksperymentach”. Początkowe dwanaście cyfr tego kodu to 978 – 83 – 63026 – 05 – ...

Rozwiązanie

Wykonujemy kolejno następujące operacje:

- najpierw wyróżniamy kolorem różowym wszystkie cyfry na nieparzystych miejscach, a wszystkie pozostałe cyfry oznaczamy kolorem niebieskim:
 $978 - 83 - 63026 - 05 - ...,$
- dodajemy wszystkie różowe cyfry:
 $(9 + 8 + 3 + 3 + 2 + 0) = 25,$
- następnie dodajemy też cyfry niebieskie, a ich sumę mnożymy przez 3:
 $3(7 + 8 + 6 + 0 + 6 + 5) = 96,$
- dodajemy liczby otrzymane powyżej:
 $25 + 96 = 121.$

Aby otrzymać liczbę podzielną przez 10, trzeba do tej sumy dodać liczbę 9. A więc cyfrą kontrolną w powyższym kodzie powinna być liczba 9, a cały kod powinien wyglądać następująco 978 – 83 – 63026 – 05 – 9.

Słownik

kod EAN-13

trzynastocyfrowy unikatowy kod produktu, który jest ciągły, numeryczny, samosprawdzalny z dodatkową obowiązkową cyfrą kontrolną; kod ten wymaga wysokiej precyzji wydruku, zatem nie może być stosowany na niskiej jakości papierze (np. kartonie), a także wymaga w miarę dobrej jakości drukarek

cyfra kontrolna

cyfra uzyskana według specjalnego algorytmu służąca do zapewnienia integralności danych; używana jest następująco: najpierw komputer wysyłający dane oblicza ich sumę kontrolną, po czym dołącza ją do pakietu danych, następnie komputer odbierający dane oblicza sumę kontrolną odebranych danych, po czym sprawdza, czy suma uzyskana przez niego zgadza się z sumą odebraną z pakietem danych; niezgodność oznacza, iż dane uległy przekłamaniu

kod ISBN

niepowtarzalny trzynastocyfrowy identyfikator książki (do 31 grudnia 2006 roku zawierał 10 cyfr); numer ten spełnia następującą rolę: identyfikuje wydawcę, tytuł oraz edycję

Galeria zdjęć interaktywnych

Polecenie 1

Zapoznaj się z poniższą galerią zdjęć, w której przybliżono budowę kodów kreskowych dla wydawnictw okresowych (również gazet).



Polecenie 2

Zapoznaj się z poniższą tabelą. Wykorzystaj ją do rozwiązania kolejnego polecenia.

Zasady ustalania wartości dla parametrów Q_1 Q_2 oraz S_1 S_2 :

Dzienniki - sposób I	
Q_1 przyjmuje wartości od 0 do 9, przy czym wartość 0 jest przeznaczona dla pierwszego podstawowego wydania, natomiast kolejne wartości są nadawane kolejnym zmienionym wydaniom, których cena może różnić się od wydania podstawowego. Q_2 przyjmuje wartości od 1 do 9, przy czym wartości od 1 do 7 określają dzień wydania (licząc od poniedziałku), a pozostałe cyfry służą do sytuacji nieprzewidzianych przez przytoczone tu zasady.	Add on przyjmuje wartości: 01, 02, 03, . . ., 52, 53, przy czym każdy dzień tygodnia tworzy oddzielny ciąg numerów w roku kalendarzowym (podobnie jak dla tygodników).
Dzienniki - sposób II	
Q_1 przyjmuje wartość równą ostatniej cyfrze roku kalendarzowego, w którym wydano dziennik. Q_2 przyjmuje wartości od 0 do 9, przy czym wartość 0 oznacza wydanie podstawowe, a wyższe wartości oznaczają kolejne wersje wydania.	Add on przyjmuje wartości: 01, 02, 03, . . ., 52, 53 (jak wyżej).

Tygodniki

- Q_1 przyjmuje wartość równą ostatniej cyfrze roku kalendarzowego, w którym wydano dziennik.
- Q_2 przyjmuje wartości od 0 do 9, przy czym wartość 0 oznacza wydanie podstawowe, a wyższe wartości oznaczają kolejne wersje wydania.

Add on przyjmuje wartości od 01 do 53 - są to kolejne numery tygodni w roku.

Dwutygodniki

- Q_1 przyjmuje wartość równą ostatniej cyfrze roku kalendarzowego, w którym wydano dziennik.
- Q_2 przyjmuje wartości od 0 do 9, przy czym wartość 0 oznacza wydanie podstawowe, a wyższe wartości oznaczają kolejne wersje wydania.

Add on przyjmuje wartości według jednego z kluczy:

- 01, 03, . . . , 53 - są to numery kolejnych tygodni w roku, przy czym dwutygodnik ukazuje się w tygodnie nieparzyste,
- 02, 04, . . . , 52 - są to numery kolejnych tygodni w roku, przy czym dwutygodnik ukazuje się w tygodnie parzyste.

Miesięczniki

- Q_1 przyjmuje wartość równą ostatniej cyfrze roku kalendarzowego, w którym wydano dziennik.
- Q_2 przyjmuje wartości od 0 do 9, przy czym wartość 0 oznacza wydanie podstawowe, a wyższe wartości oznaczają kolejne wersje wydania.

Add on przyjmuje wartości od 01 do 12 - są to kolejne numery miesięcy w roku.

Dwumiesięczniki

- Q_1 przyjmuje wartość równą ostatniej cyfrze roku kalendarzowego, w którym wydano dziennik.
- Q_2 przyjmuje wartości od 0 do 9, przy czym wartość 0 oznacza wydanie podstawowe, a wyższe wartości oznaczają kolejne wersje wydania.

Add on przyjmuje wartości według jednego z kluczy:

- 01, 03, . . . , 11 - są to numery kolejnych miesięcy w roku, przy czym dwumiesięcznik ukazuje się w miesiące nieparzyste,
- 02, 04, . . . , 12 - są to numery kolejnych miesięcy w roku, przy czym dwumiesięcznik ukazuje się w miesiące parzyste.

Kwartalniki

- Q_1 przyjmuje wartość równą ostatniej cyfrze roku kalendarzowego, w którym wydano dziennik.
- Q_2 przyjmuje wartości od 0 do 9, przy czym wartość 0 oznacza wydanie podstawowe, a wyższe wartości oznaczają kolejne wersje wydania.

Add on przyjmuje wartości według jednego z kluczy:

- 01, 04, 07, 10 - są to numery kolejnych miesięcy w roku, przy czym kwartalnik ukazuje się co trzy miesiące, zaczynając od stycznia,
- 02, 05, 08, 11 - są to numery kolejnych miesięcy w roku, przy czym kwartalnik ukazuje się co trzy miesiące, zaczynając od lutego,
- 03, 06, 09, 12 - są to numery kolejnych miesięcy w roku, przy czym kwartalnik ukazuje się co trzy miesiące, zaczynając od marca.

Sezonowe

- Q_1 przyjmuje wartość równą ostatniej cyfrze roku kalendarzowego, w którym wydano dziennik.
- Q_2 przyjmuje wartości od 0 do 9, przy czym wartość 0 oznacza wydanie podstawowe, a wyższe wartości oznaczają kolejne wersje wydania.

- S_1 przyjmuje wartości równą ostatniej cyfrze roku wydania.
- S_2 przyjmuje wartość oznaczającą porę roku, gdzie 1 oznacza wiosnę, 2 lato, 3 jesień i 4 zimę.

Dwusezonowe

- | | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none">• Q_1 przyjmuje wartość równą ostatniej cyfrze roku kalendarzowego, w którym wydano dziennik.• Q_2 przyjmuje wartości od 0 do 9, przy czym wartość 0 oznacza wydanie podstawowe, a wyższe wartości oznaczają kolejne wersje wydania. | <ul style="list-style-type: none">• S_1 przyjmuje wartości równą ostatniej cyfrze roku wydania.• S_2 przyjmuje wartości oznaczającą porę roku według jednego z kluczy: 1 i 3 albo 2 i 4. |
|---|---|

Roczniki

- | | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none">• Q_1 przyjmuje wartość równą ostatniej cyfrze roku kalendarzowego, w którym wydano dziennik.• Q_2 przyjmuje wartości od 0 do 9, przy czym wartość 0 oznacza wydanie podstawowe, a wyższe wartości oznaczają kolejne wersje wydania. | <ul style="list-style-type: none">• S_1 przyjmuje wartości równą ostatniej cyfrze roku wydania.• S_2 zawsze przyjmuje wartość 5. |
|---|---|

Pozostałe (inne odstępy czasu lub nieregularne wydawnictwa)

- Q_1 przyjmuje wartość równą ostatniej cyfrze roku kalendarzowego, w którym wydano dziennik.
- Q_2 przyjmuje wartości od 0 do 9, przy czym wartość 0 oznacza wydanie podstawowe, a wyższe wartości oznaczają kolejne wersje wydania.

Add on przyjmuje wartości od 01 do 99, przy czym są to kolejne numery wydawnictwa z bieżącego roku.

Przykłady kodów dla czasopism posiadających numer ISSN:

- 977 . . . 02 *K* 05 – dziennik, wtorkowe wydanie (pierwsze) podstawowe w piątym tygodniu roku,
- 977 . . . 26 *K* 23 – tygodnik z roku 2012, wydanie siódme zmienione, numer z dwudziestego trzeciego tygodnia roku,
- 977 . . . 91 *K* 53 – dziesiąte wydanie zmienione dziennika poniedziałkowego w pięćdziesiątym trzecim tygodniu roku,
- 977 . . . 01 *K* 01 – tygodnik z roku 2020, wydanie drugie zmienione, numer z pierwszego tygodnia roku,
- 977 . . . 55 *K* 55 – rocznik wydany w 2015 roku, szósta wersja zmienione.

Uwaga: Zauważmy, że po samych wartościach Q_1 , Q_2 , S_1 oraz S_2 nie jesteśmy w stanie rozróżnić jak często gazeta jest wydawana, ponieważ wartości te powtarzają się w różnych rodzajach czasopism.

Polecenie 3

Podaj przykład uproszczonych wersji kodów (jak w Poleceniu 2) dla następujących gazet posiadających numer ISSN:

1. drugi numer kwartalnika wydawanego od lutego, wydanie drugie zmienione w roku 2013,
2. trzeci numer gazety wydawanej co trzy tygodnie, wydanie podstawowe w roku 2022,
3. czwarty numer dwutygodnika wydawanego w tygodniach nieparzystych, wydanie podstawowe w roku 2015.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Wybierz wszystkie kody EAN-13, które są poprawne.

☐ 978 – 83 – 7571 – 191 – 3

☐ 978 – 83 – 62137 – 38 – 2

☐ 978 – 83 – 62137 – 38 – 1

☐ 978 – 83 – 7571 – 191 – 2

Ćwiczenie 2



Uzupełnij lukę, wstawiając w kod poprawną cyfrę kontrolną z podanych poniżej propozycji.

978 – 83 – 926185 – 4 –

7

6

4

3

Ćwiczenie 3



Czy kod 978 – 90 – 6928 – 261 – 9 ma prawidłową cyfrę kontrolną?

☐ Nie.

☐ Tak.

Ćwiczenie 4



Które dwie cyfry można przestawić w kodzie 978 — 83 — 65967 — 42 — 8, aby błąd nie został zauważony przez czytnik? Zaznacz wszystkie prawidłowe odpowiedzi.

- ☐ Można zamienić miejscami cyfry 4 i 2 w liczbie 42.
- ☐ Można zamienić miejscami cyfry 5 i drugą 6 w liczbie 65967.
- ☐ Można zamienić miejscami cyfry pierwszą 6 i 9 w liczbie 65967.
- ☐ Można zamienić miejscami cyfry 8 i 3 w liczbie 83.
- ☐ Można zamienić miejscami cyfry 9 i 7 w liczbie 65967.

Ćwiczenie 5



Które dwie cyfry można przestawić w kodzie 978 — 83 — 63026 — 05 — 9, aby błąd nie został zauważony przez czytnik?

- ☐ Można zamienić miejscami cyfry 8 i 3 w 83.
- ☐ Można zamienić miejscami cyfry 6 i 0 w 63026.
- ☐ Można zamienić miejscami cyfry 3 i 6 w 63026.
- ☐ Można zamienić miejscami cyfry 0 i 5 w 05.

Ćwiczenie 6



Oblicz wartości brakujących liczb kontrolnych w podanych poniżej kodach EAN-13:

a. $978 - 83 - 55589 - 14 - K_1$,

b. $978 - 83 - 12589 - 39 - K_2$,

c. $978 - 83 - 11223 - 33 - K_3$.

Wpisz wynik poniżej.

Ćwiczenie 7



Jakich cyfr dziesiątek brakuje w liczbach w poniższych kodach EAN-13? Wyznacz je.

a. $978 - 83 - 63212 - \dots 3 - 3$

b. $978 - 83 - 98778 - \dots 9 - 8$

c. $978 - 83 - 34566 - \dots 2 - 5$

d. $978 - 83 - 63214 - \dots 5 - 6$

Wpisz wynik poniżej.

Ćwiczenie 8



Jakich cyfr brakuje w poniższych kodach? Wyznacz te cyfry wiedząc, że są równe.

a. $978 - 83 - 366 \dots 6 - \dots 3 - 1$

b. $978 - 83 - 5 \dots 522 - \dots 5 - 8$

c. $978 - 83 - 345 \dots 6 - \dots 2 - 7$

d. $978 - 83 - 7 \dots 799 - \dots 7 - 6$

Wpisz wynik poniżej.

Dla nauczyciela

Autor: Witold Sadowski, Paweł Kwiatkowski

Przedmiot: Matematyka

Temat: Kody kreskowe

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Cele kształcenia – wymagania ogólne:

I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.

IV. Rozumowanie i argumentacja.

2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

I. Liczby rzeczywiste. Zakres podstawowy. Uczeń:

1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- określa zasady tworzenia kodu EAN-13,
- ustala, co oznaczają poszczególne liczby w kodzie,
- oblicza brakujące cyfry w podanych kodach liczbowych.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm
- konektywizm

Metody i techniki nauczania:

- dyskusja
- burza mózgów
- mapa myśli
- analiza przypadku

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu

Środki dydaktyczne:

- komputery z dostępem do internetu,
- projektor multimedialny,
- arkusze papieru, pisaki

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

Nauczyciel prosi o przyniesienie na lekcję niewielkich opakowań (np. pudełek) lub przedmiotów, na których znajdują się kody kreskowe.

Faza wstępna:

- Burza mózgów – w jakim celu znakuje się przedmioty kodami kreskowymi.
- Sporządzenie mini mapy myśli na podstawie przypuszczeń uczniów.
- Nauczyciel podaje temat zajęć i wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

- Uczniowie pracują w małych grupach. Spośród przyniesionych opakowań, przedmiotów, wybierają jeden. Ich zadaniem jest „rozszyfrowanie” kodu kreskowego, jakim jest opatrzone. Mogą przy tym korzystać z dostępnych źródeł informacji (np. zamieszczonych w internecie).
- Grupy prezentują swoje rozwiązania. Dyskusja – czy łatwo jest odczytać kod kreskowy i dlaczego.
- Uczniowie w parach zapoznają się z materiałem z sekcji Przeczytaj i Galerią zdjęć interaktywnych.

- Uczniowie wspólnie korygują mapę myśli sporządzoną na początku lekcji, wzbogacając ją o pozyskane informacje.
- Metodą – wskaż kolegę – rozwiązują ćwiczenia interaktywne (jeden z uczniów zgłasza się na ochotnika i rozwiązuje ćwiczenie 1. Po rozwiązaniu ćwiczenia wskazuje osobę, która wykona ćwiczenie 2, itd.).

Faza podsumowująca:

- Dyskusja – a gdyby tak nie było kodów kreskowych....
- Jeden z uczniów podsumowuje zajęcia – określa ich przydatność, stopień trudności, odnosi się do zakładanych celów itp.
- Każdy z uczniów ocenia swoją pracę w skali 0 –5.

Praca domowa:

- Zadaniem uczniów jest ustalenie kodu kreskowego, jaki powinien znajdować się na podręczniku do matematyki, z którego korzystają. Następnie należy porównać ustalony kod z tym, który znajduje się na podręczniku.

Materiały pomocnicze:

- [Systemy kodowania danych](#)
- [Galeria ilustracji czytnika kodu kreskowego](#)

Wskazówki metodyczne:

Galeria zdjęć interaktywnych może być wykorzystana na zajęciach poświęconych wykonywaniu działań na liczbach rzeczywistych.