



Pierwiastki i potęgi - zadania

Wykonywanie obliczeń z pierwiastkami i potęgami. Wykorzystanie wzorów skróconego mnożenia. Zadania w tym zadania interaktywne.

Pierwiastki i potęgi - zadania

Pokaż ćwiczenia:   

Materiał poświęcony jest zadaniom dotyczącym pierwiastkowania i potęgowania. Jeżeli potrzebujesz przypomnieć sobie podstawowe wiadomości odnośnie tego tematu, zajrzyj do lekcji [Potęga o wykładniku wymiernym](#), [Działania na potęgach](#) lub [Działania na pierwiastkach](#).

Ćwiczenie 1



Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

$$\begin{aligned}\sqrt{27} &= \boxed{}, \sqrt{11^5} = \boxed{}, \sqrt[4]{6^3} = \boxed{}, \\ 5^{\frac{5}{3}} &= \boxed{}, \left(\sqrt[3]{6}\right)^4 = \boxed{}, 3^{\frac{4}{5}} = \boxed{}, \\ \sqrt[4]{125} &= \boxed{}, 11^{\frac{5}{6}} = \boxed{}, 11^{\frac{2}{5}} = \boxed{}, \\ \sqrt{0,1} &= \boxed{}, 5^{-\frac{2}{3}} = \boxed{}, \sqrt[3]{6^{-4}} = \boxed{}.\end{aligned}$$

$\sqrt[5]{81}$ $6^{\frac{4}{3}}$ $3^{\frac{3}{2}}$ $5^{\frac{3}{4}}$ $10^{-\frac{1}{2}}$ $6^{-\frac{4}{3}}$ $11^{\frac{5}{2}}$ $\left(\sqrt[3]{5}\right)^5$ $\sqrt[3]{0,04}$ $6^{\frac{3}{4}}$ $\left(\sqrt[6]{11}\right)^5$

$\sqrt[5]{121}$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Połącz w pary równe sobie wartości.

$$3\sqrt[3]{3}$$

$$3^{\frac{4}{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3^5}}{9}$$

$$3^{\frac{1}{2}}$$

$$9\sqrt[4]{3}$$

$$3^{\frac{5}{2}}$$

$$\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$$

$$3^{\frac{9}{4}}$$

$$\sqrt{\sqrt{3}}$$

$$3^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{243}$$

$$3^{\frac{1}{4}}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Połącz w pary działanie z jego rozwiązaniem.

$$\sqrt[4]{0,2} \cdot \sqrt[3]{25}$$

$$5^{\frac{9}{4}}$$

$$\sqrt{125} \cdot \sqrt[4]{125}$$

$$3^{\frac{13}{6}}$$

$$\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{27}$$

$$5^{\frac{5}{12}}$$

$$8\sqrt{2} \cdot 4\sqrt[3]{2}$$

$$2^{\frac{35}{6}}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Sprawdź, czy liczba $x = 2\sqrt[3]{4}$ spełnia nierówność $x < 2^{\frac{7}{3}}$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Uporządkuj liczby w kolejności od najmniejszej do największej.

a) $5^{-\frac{1}{5}}$, $5^{\frac{1}{5}}$, $5^{\frac{2}{3}}$, $5^{\frac{3}{4}}$, $5^{-\frac{3}{4}}$.

b) $(0,3)^{\frac{1}{3}}$, $(0,3)^{-3}$, $(0,3)^{-\frac{1}{2}}$, $(0,3)^{-\frac{5}{6}}$, $(0,3)^{\frac{3}{7}}$, $(0,3)^{\frac{5}{8}}$.

c) $\sqrt[3]{16}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[4]{128}$, $\sqrt[4]{32}$, $\sqrt[3]{256}$, $\sqrt{8}$.

$(0,3)^{\frac{3}{7}}$

$(0,3)^{\frac{5}{8}}$

$(0,3)^{-3}$

$5^{-\frac{3}{4}}$

$\sqrt[3]{16}$

$5^{-\frac{2}{3}}$

$5^{\frac{1}{5}}$

$(0,3)^{-\frac{1}{2}}$

$5^{\frac{2}{3}}$

$5^{-\frac{1}{5}}$

$5^{\frac{3}{4}}$

$\sqrt[3]{4}$

$\sqrt[3]{256}$

$(0,3)^{\frac{1}{3}}$

$(0,3)^{-\frac{5}{6}}$

$\sqrt[4]{32}$

$\sqrt{8}$

$\sqrt[4]{128}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Ile jest równa liczba $5^{\sqrt[5]{125}} \cdot 0,4^{\sqrt[4]{25}}$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $5^{-2\frac{1}{10}}$

☐ $5^{-\frac{1}{10}}$

☐ $2 \cdot 5^{\frac{11}{10}}$

☐ $5^{2\frac{1}{10}}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Dane są liczby $x = \sqrt{2\sqrt{\sqrt{2}}}$ i $y = \sqrt[8]{32}$. Zaznacz prawdziwą zależność.

☐ $x = 2y$

☐ $x > y$

☐ $x = y$

☐ $x < y$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Ile jest równa liczba $4^{\frac{1}{2}} \cdot 64^{-\frac{1}{4}}$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $\sqrt[4]{4^5}$

☐ $\sqrt[4]{0,25}$

☐ $\sqrt[4]{4}$

☐ $(\sqrt[4]{0,25})^5$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Którą nierówność spełnia liczba $x = \frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt{8}}$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $x > 2^{\frac{1}{3}}$

☐ $x > 2^{\frac{1}{4}}$

☐ $x > 2^{\frac{5}{12}}$

☐ $x > 2^{\frac{1}{12}}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Dane są liczby $a = (\sqrt{3} - 1)^{\frac{1}{2}}$, $b = (\sqrt{3} - 1)^{\frac{3}{4}}$, $c = (\sqrt{3} - 1)^{\frac{5}{6}}$. Zaznacz prawdziwą nierówność.

☐ $a < b < c$

☐ $b < a < c$

☐ $c < b < a$

☐ $c < a < b$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Zapisz każdą z liczb w postaci potęgi o podstawie 6 i wykładniku wymiernym. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\sqrt[4]{216} = \boxed{}$
- $36\sqrt[3]{6} = \boxed{}$
- $\left(\frac{324}{9}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{36} = \boxed{}$
- $\frac{1}{36} \cdot \left(\sqrt{6}\right)^{-2} \cdot \sqrt[3]{6^8} = \boxed{}$

$6^{-\frac{2}{3}}$ $6^{\frac{1}{4}}$ $6^{\frac{5}{3}}$ $6^{\frac{7}{2}}$ $6^{-\frac{1}{3}}$ $6^{\frac{7}{3}}$ $6^{\frac{3}{4}}$ $6^{\frac{3}{2}}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Połącz w pary równe sobie liczby.

$\sqrt[3]{8}$

$\sqrt[8]{16}$

$\sqrt{3}$

$\sqrt[9]{216}$

$\sqrt{2}$

$\sqrt[6]{64}$

$\sqrt{5}$

$\sqrt[4]{25}$

$\sqrt[3]{6}$

$\sqrt[4]{9}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13

Oblicz. Wynik zapisz w postaci potęgi o podstawie będącej liczbą naturalną. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $3^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{3^4} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{2,5} =$
- $8 \cdot \sqrt[4]{4} \cdot (0,5)^{\frac{1}{2}} =$
- $\frac{1}{\sqrt[4]{6}} \cdot \left(\sqrt[3]{36}\right)^2 \cdot \left(6^{\frac{3}{4}}\right)^{-1} =$
- $\left(\frac{1}{8}\right)^{-3,5} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2,5} =$
- $9^{0,4} \cdot \sqrt{3^{0,5}} \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} =$
- $\sqrt{27} : 3^{-\frac{5}{2}} =$
- $\frac{1}{4} \sqrt{8} \cdot \left(\frac{1}{64}\right)^{-2} \cdot 16^{-2,5} =$
- $\frac{5^{-3} \cdot (0,2)^{1,5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{0,04^3 \cdot 5^{-0,5}}} =$
- $\frac{(0,125)^{-3,5} \cdot \sqrt[3]{64} \cdot 4^{\frac{2}{3}}}{(32\sqrt{2})^{-2}} =$

- $3^{\frac{1}{20}}$ $2^{5,5}$ $3^{4,5}$ 2^4 $5^{\frac{1}{3}}$ $4^{2,5}$ $2^{\frac{149}{6}}$ 3^{-3} $6^{\frac{1}{3}}$ $5^{\frac{1}{2}}$ $2^{\frac{121}{6}}$ 3^6 $3^{\frac{1}{10}}$
- 2^3 3^4 $2^{1,5}$ $5^{-\frac{1}{2}}$ 3^{-5}

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Niech x będzie liczbą dodatnią. Połącz w pary działanie z jego wynikiem.

$$\frac{x^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[4]{x^6} \cdot (x^{3,5})^{-1}}{x^{-1} \cdot \sqrt{x^6}}$$

$$x^{\frac{1}{4}}$$

$$\left(\sqrt{x^3} : \sqrt[4]{x^5}\right)^{-\frac{1}{3}}$$

$$x^{-\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt[3]{\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^3 \cdot \left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{-1}}$$

$$x^{\frac{23}{12}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^3}}$$

$$x^{-2,5}$$

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x^3}$$

$$x^{\frac{1}{4}}$$

$$\frac{x^{-1,5} \cdot x^{2,5} \cdot x^3}{(x^{3,5})^2}$$

$$x^{-\frac{1}{12}}$$

$$x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{4}} \cdot \frac{1}{x}$$

$$x^{-3}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Przeciągnij liczby do odpowiednich grup.

liczby mniejsze od $2^{\frac{3}{2}}$

$\sqrt{\sqrt{4} \sqrt[4]{16} \sqrt[8]{256}}$

$\sqrt[4]{4^3}$

$\sqrt[5]{4^4}$

$(\sqrt{0,25})^{-3}$

$\sqrt[3]{16}$

liczby większe od $2^{\frac{3}{2}}$

$(\sqrt[8]{8})^3$

$\sqrt{\sqrt{2}}$

$(\sqrt[3]{0,25})^{-2}$

$(\sqrt[4]{0,125})^2$

$(\sqrt{16^{\frac{1}{4}}})^3$

$2^3\sqrt{32}$

$(\sqrt{0,25})^5$

liczby równe liczbie $2^{\frac{3}{2}}$

$(16^{-\frac{1}{2}} \sqrt{8})^{-4}$

$\sqrt[4]{2}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16

Oblicz, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

$\bullet \left(2 + 5^{\frac{1}{2}}\right)^2 + \left(2 - 5^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \boxed{}$

$\bullet (3 - 7^{0,5})(3 + 7^{0,5}) = \boxed{}$

$\bullet \left(12^{\frac{1}{2}} - 27^{\frac{1}{2}}\right)^2 - \left(12^{\frac{1}{2}} + 27^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \boxed{}$

$\bullet \left(\left(6 + 11^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(6 - 11^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \boxed{}$

$\bullet \left(\left(4 - 3^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(4 + 3^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \boxed{}$

24

6

2

-74

-70

4

18

$6 - 2\sqrt{13}$

-72

16

$8 + 2\sqrt{13}$

$8 - 4\sqrt{13}$

14

22

20

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Wykaż, że:

a. $12^{\frac{1}{2}} + 27^{\frac{1}{2}} = 75^{\frac{1}{2}}$

b. $12^{\frac{1}{2}} + 48^{\frac{1}{2}} = 108^{\frac{1}{2}}$

c. $32^{\frac{1}{3}} + 108^{\frac{1}{3}} = 500^{\frac{1}{3}}$

d. $3^{\frac{5}{3}} + 3^{\frac{8}{3}} = 4 \cdot 3^{\frac{5}{3}}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Wykaż, że podana równość jest prawdziwa.

a. $\left(4 + 12^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(4 - 12^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = 2$

b. $\left(14 + 6 \cdot 5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(14 - 6 \cdot 5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = 6$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Wykaż, że $\left(6 + 20^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(6 - 20^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$ jest liczbą całkowitą.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.