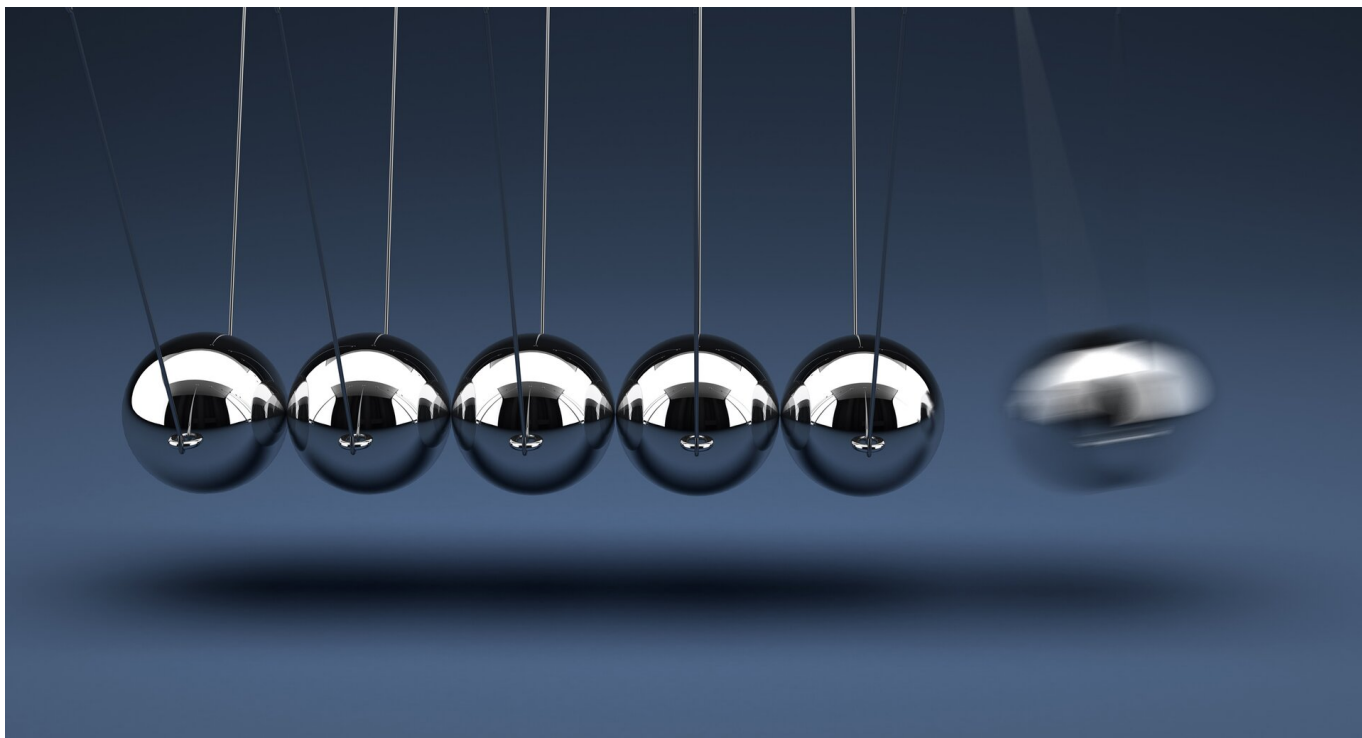
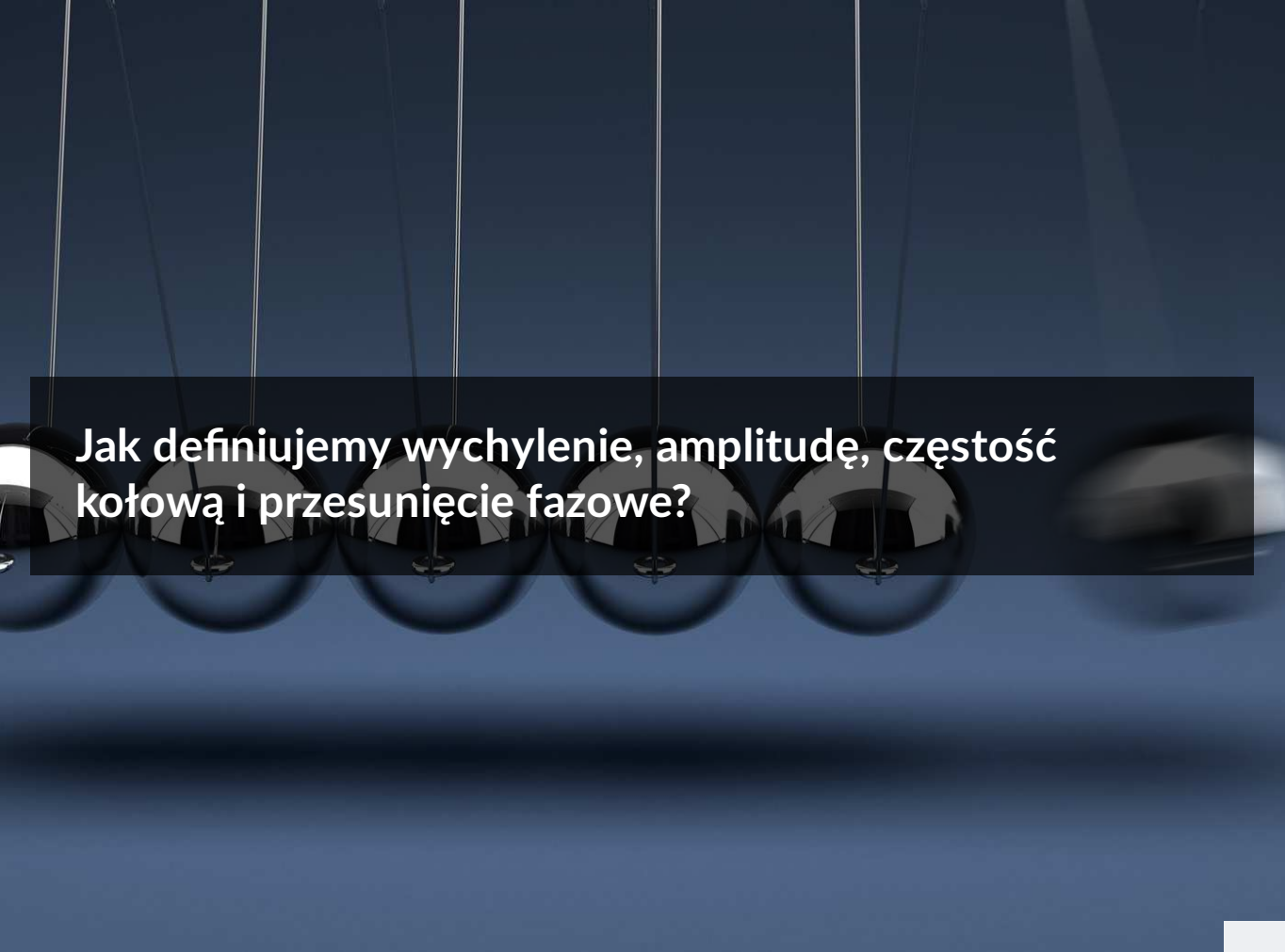




Jak definiujemy wychylenie, amplitudę, częstość kołową i przesunięcie fazowe?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Jak definiujemy wychylenie, amplitudę, częstość kołową i przesunięcie fazowe?

Czy to nie ciekawe?

Ciała poruszające się ruchem drgającym przemieszczają się „tam i z powrotem”, cyklicznie przechodząc przez te same położenia. Kulka zawieszona na nici, ciężarek zawieszony na sprężynie, po odchyleniu od położenia równowagi i puszczeniu, poruszają się ruchem drgającym. Na pierwszy rzut oka te dwa ruchy znacznie się od siebie różnią. Okazuje się jednak, że mają wspólne cechy i można je opisać za pomocą tych samych wielkości fizycznych, takich jak wychylenie, amplituda, okres drgań, częstość kołowa i przesunięcie fazowe. Wielkości te są używane przy analizie różnych ruchów drgających, w tym ruchu harmonicznego.

Twoje cele

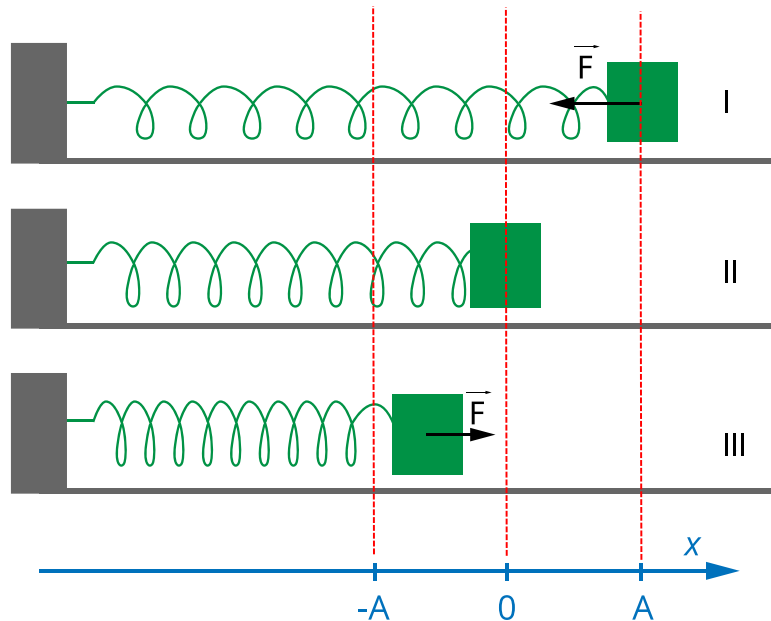
- dowiesz się, jak opisać ruch harmoniczny,
- poznasz definicję wychylenia, amplitudy, częstości kołowej i przesunięcia fazowego,
- poznasz wykres zależności wychylenia od czasu ciała poruszającego się ruchem harmonicznym,
- zrozumiesz związek okresu i częstotliwości drgań z częstością kołową,
- zastosujesz zależność wychylenia od czasu do opisu ruchu harmonicznego przy różnych fazach początkowych,

- przeanalizujesz i zinterpretujesz wykresy zależności wychylenia od czasu ciała poruszającego się ruchem harmonicznym.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Przyjrzyjmy się drganiom klocka umocowanego na sprężynie, który po rozciągnięciu i zwolnieniu sprężyny porusza się tam i z powrotem wokół położenia równowagi (II), po gładkiej, poziomej płaszczyźnie (Rys. 1.).



Rys. 1. Kłócek porusza się tam i z powrotem wzdłuż osi x , między punktami $x = +A$ i $x = -A$. W ciągu okresu przebywa drogę równą $4A$.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Siła działająca na poruszający się kłócek zmienia się w czasie ruchu. Jest ona równa zeru, gdy kłócek znajduje się w położeniu równowagi (sprężyna jest nierozciągnięta), a osiąga maksymalną wartość w skrajnych położeniach klocka (gdy sprężyna jest rozciągnięta lub ściśnięta).

Wychylenie (x) to przemieszczenie ciała z położenia równowagi. Przy drganiach zachodzących wzdłuż prostej może być ono dodatnie lub ujemne. W przypadku drgań przedstawionych na Rys. 1. wychylenie jest dodatnie, gdy ciało znajduje się na prawo od położenia równowagi, a ujemne, gdy ciało znajduje się po jego lewej stronie.

Amplituda drgań (A) to maksymalna wartość wychylenia.

Ruch harmoniczny to taki ruch drgający, w którym wypadkowa siła działająca na ciało jest proporcjonalna do wychylenia z położenia równowagi i zwrócona ku niemu. Można ją zapisać w postaci

$$F_x = -m\omega^2 x,$$

gdzie x – wychylenie, m – masa, ω – wielkość proporcjonalna do częstotliwości drgań, zwana częstością kołową drgań. Znak minus wskazuje, że siła zwrócona jest przeciwnie do wychylenia (ku położeniu równowagi).

Częstość kołowa drgań (ω) jest odpowiednikiem prędkości kątowej w ruchu jednostajnym po okręgu (więcej w przykładzie 2.). Jej związek z częstotliwością f i okresem drgań T określa zależność

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}.$$

Jednostką **częstości kołowej** jest radian na sekundę (rad/s).

Częstość kołowa drgań (ω) określa, ile pełnych drgań wykonuje ciało w ciągu 2π jednostek czasu (np. 2π sekund).

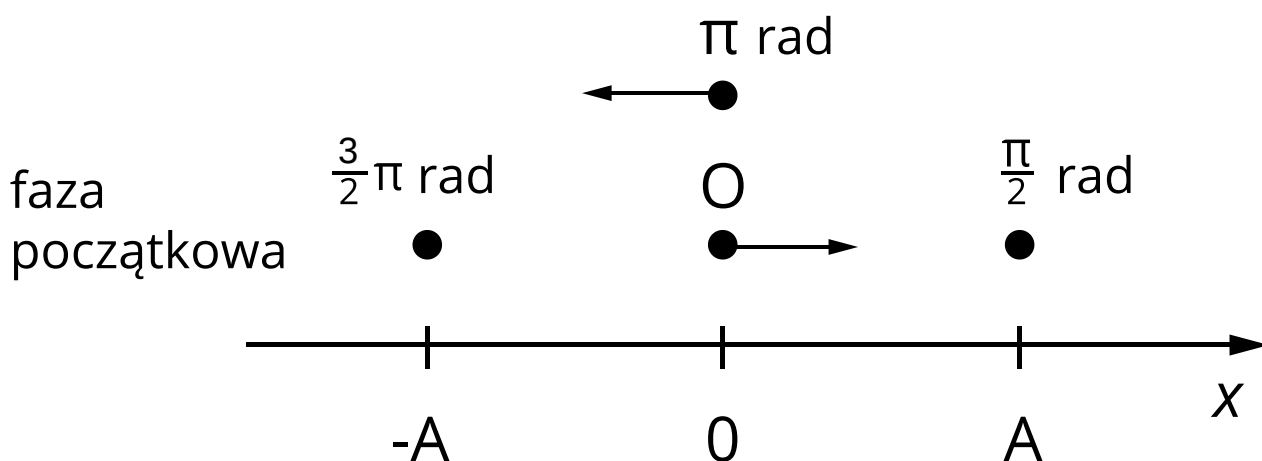
Zależność wychylenia od czasu w ruchu harmonicznym opisuje zależność:

$$x(t) = A \sin (\omega t + \varphi),$$

gdzie A – amplituda drgań, ω – **częstość kołowa**, $\omega t + \varphi$ – faza drgań, a ϕ – faza początkowa, czyli **faza drgań** dla $t = 0$.

Faza drgań to argument funkcji sinus, jest to kąt wyrażony w radianach. Gdy wartość fazy drgań zmienia się z upływem czasu, zmienia się też wartość funkcji sinus, a więc i wychylenie.

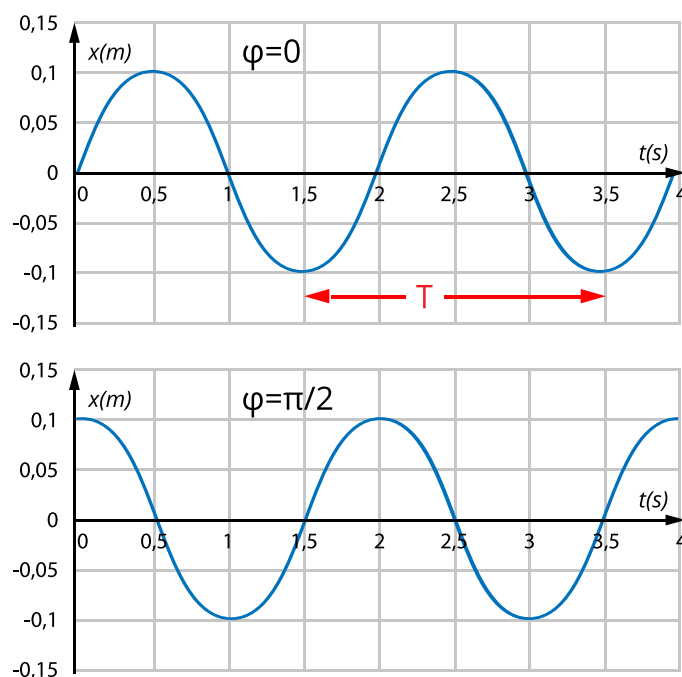
Faza początkowa określa wychylenie ciała w chwili $t = 0$ (Rys. 2.).



Rys.2. Wychylenie punktu poruszającego się ruchem harmonicznym wzdłuż osi X w chwili $t = 0$ przy fazach początkowych: 0 , $\pi/2 \text{ rad}$, $\pi \text{ rad}$, $3/2 \pi \text{ rad}$.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

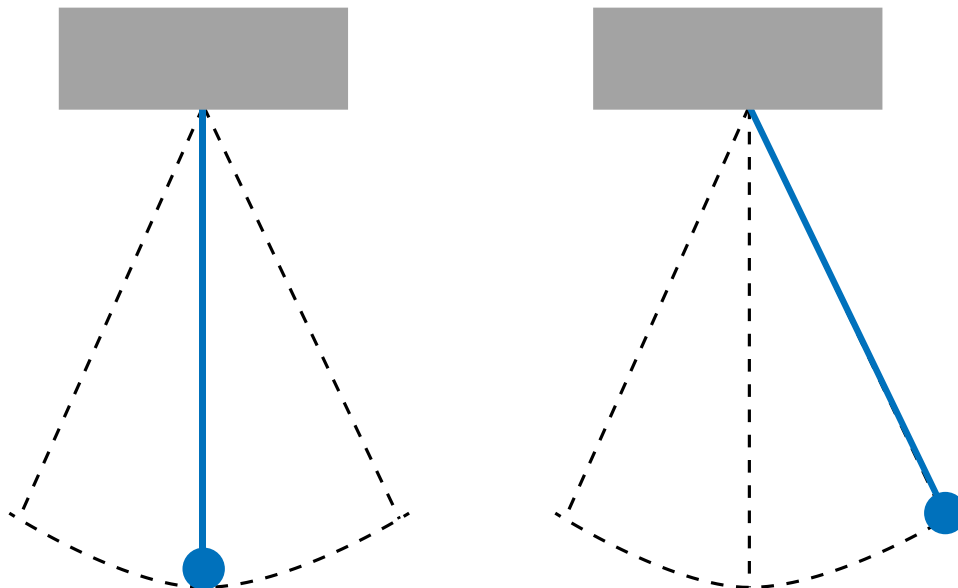
Jeśli faza początkowa jest równa zeru, to w chwili początkowej ciało znajduje się w położeniu równowagi ($x = 0$) i porusza się w prawo, a gdy faza początkowa jest równa $\pi/2$ to w chwili $t = 0$ ciało jest maksymalnie oddalone z położenia równowagi ($x = A$).



Rys. 3. Wykresy wychylenia $x(t)$ dla fazy początkowej $\varphi = 0$ i $\varphi = \pi/2$. Amplituda drgań $A = 0,1 \text{ m}$, okres drgań $T = 2 \text{ s}$. Wykresy są przesunięte względem siebie o $\frac{1}{4}$ okresu.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Przesunięcie fazowe dwóch drgań o tej samej częstotliwości to różnica faz tych drgań w danej chwili czasu (Rys. 4.).



Rys. 4. Drgania dwóch wahadeł są przesunięte w fazie o $\pi/2$ rad.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Brak przesunięcia fazowego oznacza, że drgania są zgodne w fazie, a przesunięcie o π rad, że są one przeciwne w fazie (Rys. 5.).

Przykład 1.

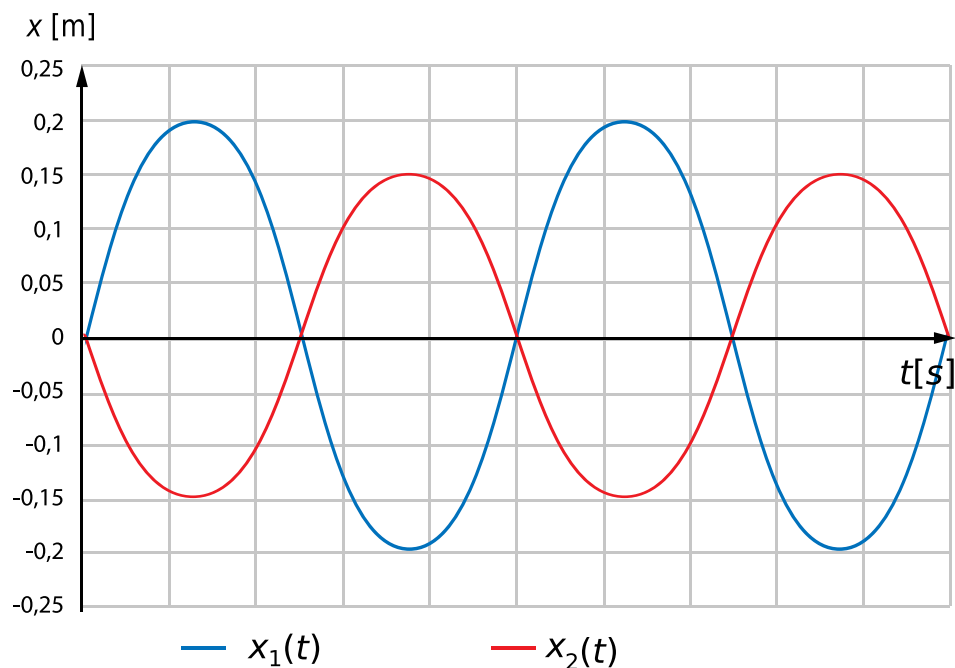
Zapisz z pomocą wzorów i narysuj wykresy funkcji $x(t)$ dwóch drgań harmoniczných o amplitudach: $A_1 = 0,2 \text{ m}$ i $A_2 = 0,15 \text{ m}$ oraz częstotliwości $f = 1 \text{ Hz}$, przesuniętych w fazie o π . Faza początkowa drgania o amplitudzie A_1 jest równa zeru.

Częstość kołowa wynosi $\omega = 2\pi f = 2\pi \text{ rad/s}$

Okres drgań $T = \frac{1}{f} = 1 \text{ s}$

$$x_1(t) = 0,2 \text{ m} \sin\left(2\pi t \frac{1}{s}\right)$$

$$x_2(t) = 0,15 \text{ m} \sin\left(2\pi t \frac{1}{s} + \pi\right)$$

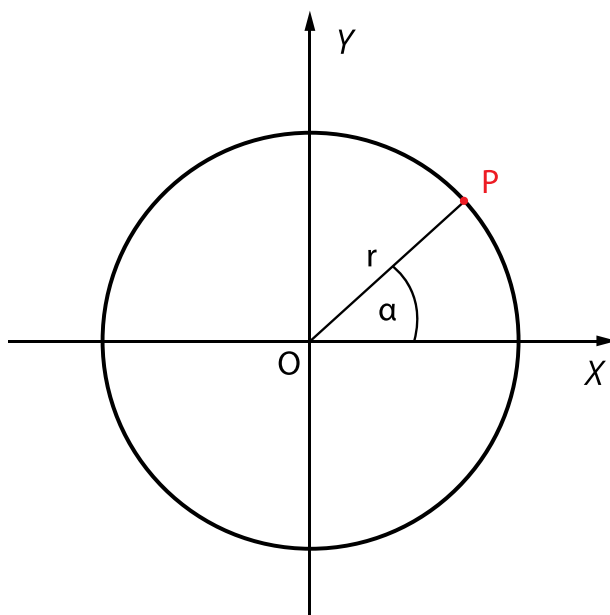


Rys. 5. Drgania są przesunięte w fazie o π rad, czyli są przeciwne w fazie.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Przykład 2. Ruch jednostajny po okręgu a ruch harmoniczny.

Rozważmy ruch punktu P, który porusza się ruchem jednostajnym po okręgu o promieniu r (Rys. 6.).



Rys. 6. Punkt P porusza się ruchem jednostajnym po okręgu przeciwnie do ruchu wskazówek zegara.

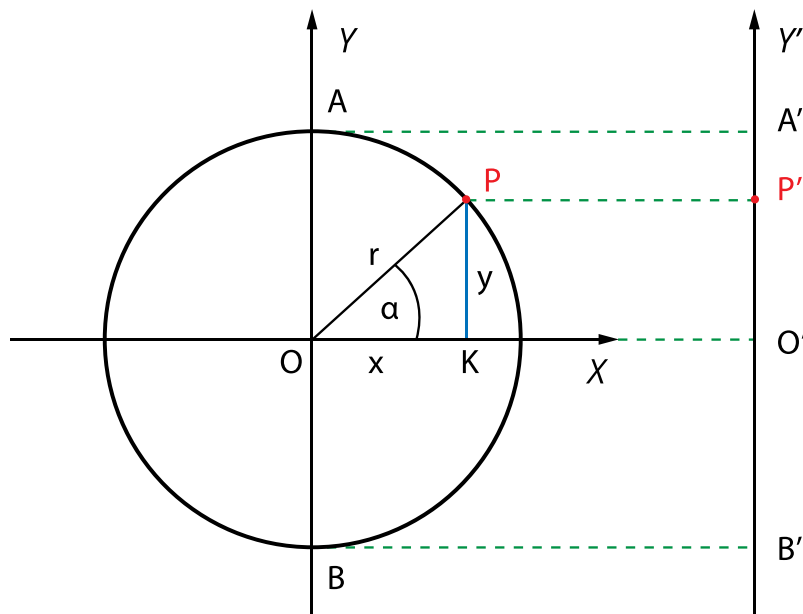
Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Założmy, że w czasie t zostaje zakreślony kąt α . Prędkość kątowna w ruchu jednostajnym to stosunek kąta do czasu, w którym został on zakreślony,

$$\omega = \frac{\alpha}{t}.$$

Jednostką kąta w układzie SI jest **radian**, a jednostką prędkości kątowej – **radian** na sekundę.

Rzutujemy kolejne położenia punktu P, który porusza się ruchem jednostajnym po okręgu z prędkością kątową ω , na oś Y' równoległą do osi Y (Rys. 7.). Punkt P' porusza się ruchem drgającym wokół punktu O' z amplitudą równą promieniowi okręgu ($O'A' = O'B' = r$).



Rys. 7. Rzut punktu poruszającego się ruchem jednostajnym po okręgu na prostą.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Wychylenie y punktu P' z położenia równowagi O' wyznaczamy z trójkąta OPK.

$$\sin \alpha = \frac{PK}{OP} = \frac{y}{r}$$

$$y(t) = r \sin \alpha,$$

$$y(t) = r \sin (\omega t).$$

Równanie to przedstawia zależność wychylenia od czasu w ruchu harmonicznym o częstości kołowej ω , amplitudzie równej promieniowi okręgu r i fazie początkowej równej zero.

Z trójkąta OPK wyznaczamy współrzędną x punktu P:

$$x(t) = r \cos(\omega t).$$

Uwzględniając, że dla dowolnej chwili czasu $\cos(\omega t) = \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ otrzymujemy

$$x(t) = r \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

czyli opis drgań harmoniczych wzdłuż osi X, przesuniętych w fazie do drgań w kierunku Y o $\frac{\pi}{2}$.

Zauważmy, że

$$[x(t)]^2 + [y(t)]^2 = r^2 \sin^2 \omega t + r^2 \cos^2 \omega t = r^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) = r^2,$$

czyli - korzystając z „jedynki trygonometrycznej” - możemy opuścić przy współrzędnych ich zależność od czasu i napisać

$$x^2 + y^2 = r^2.$$

Jest to - jak należało przypuszczać - równanie okręgu o środku w początku układu współrzędnych i promieniu r .

Zatem ruch jednostajny po okręgu możemy przedstawić jako *złożenie* dwóch ruchów harmoniczych o kierunkach wzajemnie prostopadłych, tej samej częstości kołowej i amplitudzie, przesuniętych w fazie o $\frac{\pi}{2}$.

Słowniczek

ruch drgający

(ang. oscillation) okresowo powtarzający się ruch, odbywający się po tym samym torze.

amplituda drgań

(ang. amplitude) - wartość maksymalnego wychylenia z położenia równowagi.

okres drgań

(ang. oscillation period) - czas T jednego pełnego drgania.

częstotliwość drgań

(ang. oscillation frequency) - określa, ile drgań wykonuje ciało w jednostce czasu (np. w ciągu sekundy).

$$f = 1/T.$$

Jednostką częstotliwości w układzie SI jest herc (Hz). $1 \text{ Hz} = \frac{1}{\text{s}}$
częstość kołowa drgań

(ang. angular/radian frequency) - (ozn. ω) - stała określająca, ile pełnych drgań wykonuje ciało w ciągu 2π jednostek czasu (np. 2π sekund), tj.

$$\omega = 2\pi f.$$

ruch harmoniczny

(ang. simple harmonic motion) - ruch drgający, w którym wypadkowa siła działająca na ciało jest proporcjonalna do wychylenia z położenia równowagi i zwrócona w jego stronę. Można ją zapisać w postaci

$$F_x = -m\omega^2 x,$$

gdzie x - wychylenie, m - masa ciała, ω - stała, zwana częstością kołową drgań.

W ruchu harmonicznym zależność wychylenia od czasu opisana jest funkcją trygonometryczną (np. sinus lub cosinus).

faza drgań

(ang. phase) - argument funkcji trygonometrycznej w opisie drgań. Jest to kąt wyrażony w radianach, liniowo zmienny w czasie, czyli $\omega t + \varphi$.

radian

(ang. radian) - miara łukowa kąta. Kąt jest równy 1 rad, jeśli oparty na nim łuk ma długość równą promieniowi tego łuku.

oscylator harmoniczny

(ang. harmonic oscillator) - ciało poruszające się ruchem harmonicznym.

drgania izochroniczne

(ang. isochronous oscillation) - własność drgań polegająca na niezależności okresu drgań od ich amplitudy (gr. *isos* - równy i *chronos* - czas)

wahadło matematyczne

(ang. simple gravity pendulum) - idealne wahadło, definiowane jako punktowa masa zawieszona na nieważkiej i nierozciągliwej nici. Dobrym przybliżeniem wahadła matematycznego jest ciężarek zawieszony na nici. Uwaga: ruch takiego wahadła nie jest izochroniczny.

Film samouczek

Jak definiujemy wychylenie, amplitudę, częstość kołową i przesunięcie fazowe?

Polecenie 1

Spoczywający odważnik o masie $m = 2$ kg na sprężynie o stałej sprężystości $k = 10$ N/m wprowadzono w ruch, nadając mu krótkim impulsem prędkość początkową $v = 1$ m/s. Oblicz częstość kołową i amplitudę drgań ciężarka.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Amplituda drgań to

- ☐ wychylenie po czasie (od początku ruchu) równym okresowi drgań
- ☐ różnica między największą i najmniejszą wartością wychylenia
- ☐ wychylenie po czasie (od początku ruchu) równym połowie okresu drgań
- ☐ maksymalna wartość wychylenia

Ćwiczenie 2



Zależność wychylenia od czasu w ruchu harmonicznym opisuje zależność:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi).$$

Wskaż, które z podanych zdań poprawnie definiują fazę drgań.

Faza drgań to argument funkcji sinus ☐

Faza drgań jest równa $(\omega t + \varphi)$ i jest to kąt wyrażony w stopniach (w układzie SI) ☐

Faza drgań jest równa $(\omega t + \varphi)$ i jest to kąt wyrażony w radianach (w układzie SI) ☐

Faza drgań jest równa φ i jest to kąt wyrażony w stopniach (w układzie SI) ☐

Faza drgań jest równa φ i jest to kąt wyrażony w radianach (w układzie SI) ☐

Ćwiczenie 3



Ciało porusza się ruchem harmonicznym, a okres drgań jest równy 0,2 s. Częstość kołowa tych drgań wynosi:

☐ $2\pi \text{ rad/s}$

☐ $0,2\pi \text{ rad/s}$

☐ $10\pi \text{ rad/s}$

☐ $5\pi \text{ rad/s}$

Ćwiczenie 4



Faza początkowa drgań harmonicznym o okresie 0,8 s jest równa $\pi/2$ radianów. Jaki jest najkrótszy czas od chwili początkowej $t = 0\text{s}$, po którym ruchu ciało znajdzie się w położeniu równowagi?

☐ 0,8 s

☐ 0,6 s

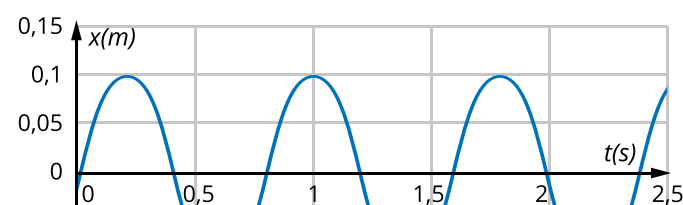
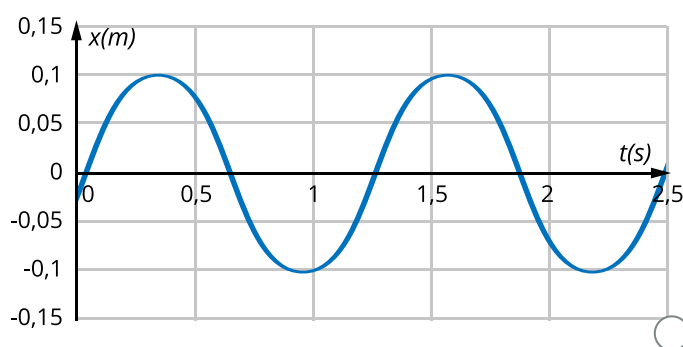
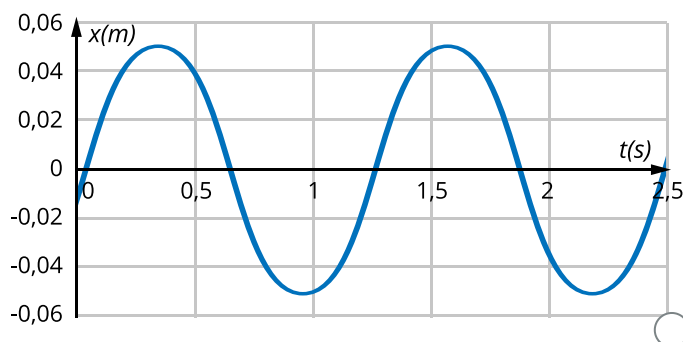
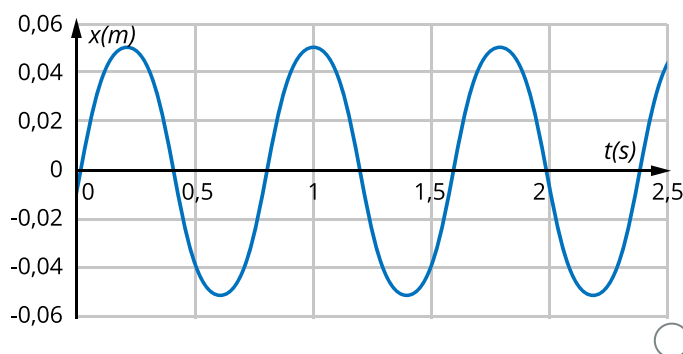
☐ 0,4 s

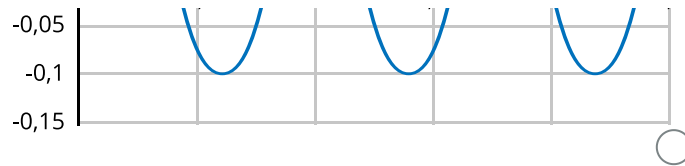
☐ 0,2 s

Ćwiczenie 5



Który z podanych wykresów przedstawia zależność wychyleń od czasu ciała poruszającego się ruchem harmonicznym z częstotliwością 1,25 Hz, amplitudą 0,1 m i fazą początkową równą zero?

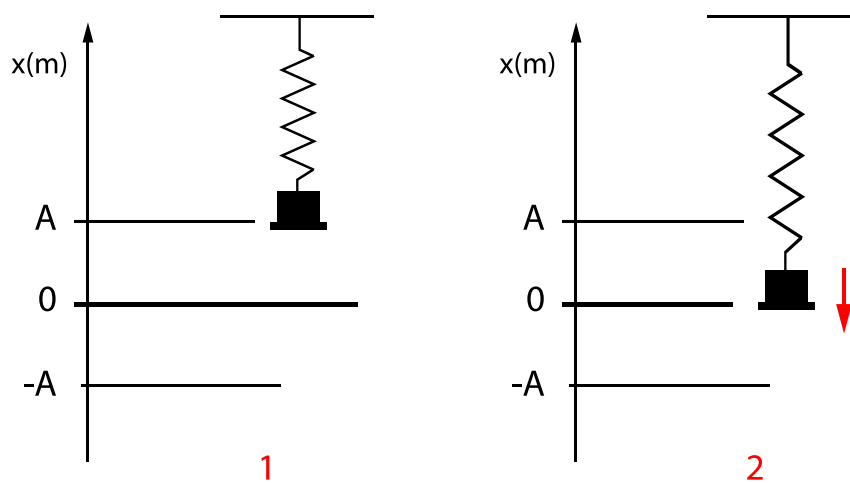




Ćwiczenie 6



Rysunek przedstawia chwilowe położenia (w tej samej chwili czasu) dwóch ciężarków zawieszonych na sprężynach (1 i 2), poruszających się ruchem harmonicznym o tej samej częstotliwości.



Drgania te są przesunięte w fazie o:

☐ π rad

☐ $\pi/2$ rad

☐ $\pi/3$ rad

☐ 0 rad

Ćwiczenie 7



Ruch jednostajny po okręgu można traktować jako złożenie dwóch ruchów harmoniczych o kierunkach wzajemnie prostopadłych, tej samej częstotliwości i amplitudzie oraz:

- ☐ zgodnych fazach
- ☐ przeciwnych fazach
- ☐ fazach przesuniętych o $\pi/2$
- ☐ dowolnych fazach

Ćwiczenie 8



Zależność wychylenia od czasu ciała poruszającego się ruchem harmonicznym z amplitudą A opisuje

$$x(t) = A \sin \left(2\pi \frac{1}{s} t \right)$$

Po jakim najkrótszym czasie od początku ruchu wychylenie będzie równe połowie amplitudy?

- ☐ 1 s
- ☐ 0,5 s
- ☐ 1/6 s
- ☐ 1/12 s

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Elżbieta Kawecka
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Opis ruchu harmonicznego
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres podstawowy i rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia - wymagania ogólne I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników. Zakres podstawowy Treści nauczania - wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach; IV. Drgania. Uczeń: 2) analizuje ruch drgający pod wpływem siły sprężystości posługując się pojęciami wychylenia, amplitudy oraz okresu drgań; podaje przykłady takiego ruchu; Zakres rozszerzony Treści nauczania - wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach; V. Drgania. Uczeń: 3) opisuje ruch harmoniczny, posługując się pojęciami wychylenia, amplitudy, częstości kołowej i przesunięcia fazowego; rozróżnia drgania o fazach zgodnych lub przeciwnych.

Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
Cele operacyjne:	Uczeń: 1. definiuje wychylenie, amplitudę, częstość kołową i przesunięcie fazowe w ruchu hamocznym. 2. interpretuje wykres zależności wychylenia od czasu dla ciała poruszającego się ruchem harmonicznym. 3. objaśnia związek okresu i częstotliwości drgań z częstością kołową. 4. stosuje zależność wychylenia od czasu do opisu ruchu harmonicznego przy różnych fazach początkowych. 5. analizuje i interpretuje wykresy zależności wychylenia od czasu w ruchu harmonicznym.
Strategie nauczania:	formative feedback – kształtująca (ucząca) informacja zwrotna lub ocenianie kształtujące
Metody nauczania:	– pogadanka ilustrowana doświadczeniem wstępnym, – praca z wykorzystaniem multimediów, – analiza pomysłów.
Formy zajęć:	– praca w parach, – praca indywidualna.
Środki dydaktyczne:	Film samouczek „Jak definiujemy wychylenie, amplitudę, częstość kołową i przesunięcie fazowe?”, zestaw zadań, ciężarek na sprężynie.
Materiały pomocnicze:	E-materiały: „Co to jest ruch harmoniczny?”, „Cechy ruchu harmonicznego”.
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	

Zaciekawienie (pogadanka wstępna):

Nawiązanie do wiedzy uczniów na temat ruchu drgającego.

Rozpoznanie wiedzy wyjściowej uczniów w kontekście realizowanego tematu oraz nawiązanie do tej wiedzy:

Pytania skierowane do uczniów:

- Czy każdy ruch drgający jest ruchem harmonicznym? Wyjaśnij na przykładzie.
- Wymień i zdefiniuj wielkości fizyczne, stosowane do opisu ruchu harmonicznego.

Faza realizacyjna:

- Nauczyciel omawia sposób pracy i zadania uczniów.
- Praca indywidualna - uczniowie oglądają film samouczek.
- Nauczyciel dzieli klasę na grupy 2-osobowe (np. metodą losowania).
- Uczniowie analizują w parach przykłady 1 i 2 z tekstu.
- Nauczyciel obserwuje pracę uczniów, w razie potrzeby udziela wskazówek.
- Praca w parach. Uczniowie rozwiązują zadania: 3, 4 i 7 zestawu zadań interaktywnych
- Nauczyciel obserwuje pracę uczniów, pomaga, wyjaśnia wątpliwości.

Faza podsumowująca:

- Praca w parach. Uczniowie rozwiązują zadania: 5 i 6.
- Nauczyciel kieruje dyskusją podsumowującą w oparciu o rozwiązane zadania.

Praca domowa:

Uczniowie utrwalają wiedzę i umiejętności zdobyte w czasie lekcji przez rozwiązanie w domu zadań nr 1, 2 (dla wszystkich uczniów) i zad. 8 (uczniowie którzy wybrali fizykę na poziomie rozszerzonym) z zestawu zadań interaktywnych.

**Wskazówki
metodyczne
opisujące różne
zastosowania
danego
multimedium:**

Film samouczek „Jak definiujemy wychylenie, amplitudę, częstość kołową i przesunięcie fazowe?” można wykorzystać podczas lekcji według scenariusza. Może być też wykorzystany przez uczniów do powtórzenia i utrwalenia wiadomości.