

## Prawo Archimedesesa i warunki pływania ciał

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Grafika interaktywna](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



## Prawo Archimedesesa i warunki pływania ciał

### Czy to nie ciekawe?

Do płynów zalicza się ciecze i gazy. Oddziaływaniu płynów na znajdujące się w nich ciała towarzyszy szereg ciekawych i mających szerokie zastosowanie zjawisk. Jednym z nich jest występowanie siły wyporu Archimedesesa, której wartość wynosi:

$$F_w = \rho_c \cdot g \cdot V_z ,$$

gdzie  $\rho_c$  to gęstość płynu,  $g$  = przyspieszenie grawitacyjne, a  $V_z$  to objętość części ciała zanurzonej w płynie. O zachowaniu się ciał w płynach w różnych warunkach dowiesz się z tego e-materiału.

#### Twoje cele

- przeanalizujesz oddziaływanie płynów na zanurzone w nich ciała,
- poznasz prawo Archimedesesa,
- zrozumiesz warunki pływania ciał wynikające z prawa Archimedesesa,
- przeanalizujesz pływanie ciał w różnych ośrodkach,
- poznasz niektóre zastosowania prawa Archimedesesa,
- zrozumiesz znaczenie prawa Archimedesesa w życiu codziennym i w przyrodzie.

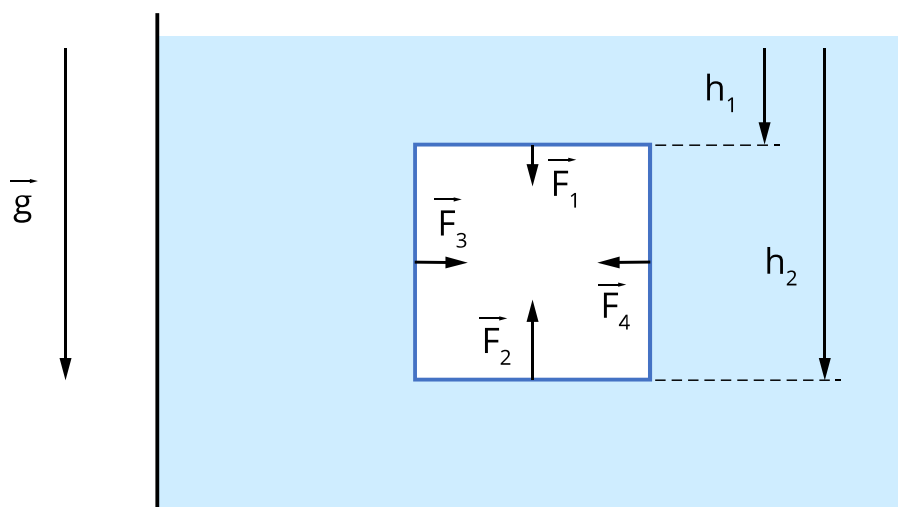
# Przeczytaj

## Warto przeczytać

Płyny oddziałują na zanurzone w nich ciała siłami nacisku (parcia) skierowanymi prostopadle do powierzchni tych ciał. **Ciśnienie hydrostatyczne** wynika z obecności pewnej porcji cieczy nad badanym obszarem. Powoduje ono występowanie sił wyporu.

Rozważmy siły nacisku działające na sześcian o krawędzi  $a$  umieszczony w cieczy o gęstości  $\rho_c$  (Rys. 1.).

W płynie na różnych głębokościach panuje różne **ciśnienie hydrostatyczne** - im głębiej, tym ciśnienie to jest większe. Na ścianki boczne zanurzonego ciała działają siły o takich samych wartościach i przeciwnych zwrotach (na przykład siły  $\vec{F}_3$  i  $\vec{F}_4$  na Rys. 1.), które się równoważą. Inaczej jest ze ściankami górną i dolną. Ciecz wywiera większe ciśnienie na podstawę dolną zanurzonego ciała niż na powierzchnię górną. Wypadkowa działających tu sił  $\vec{F}_1$  oraz  $\vec{F}_2$  to właśnie **siła wyporu** Archimedesa.



Rys. 1. Siły nacisku działające na sześcian w cieczy. Siły  $\vec{F}_3$  oraz  $\vec{F}_4$  działają na ścianki boczne; ich wartości i kierunki są jednakowe a zwroty przeciwne. Podobna relacja obowiązuje dla sił działających na ścianki równoległe do płaszczyzny rysunku

Wartość siły nacisku cieczy  $\vec{F}_1$  na głębokości  $h_1$  jest równa

$$F_1 = \rho_c g h_1 a^2 ,$$

a siły nacisku  $\vec{F}_2$  na głębokości  $h_2$

$$F_2 = \rho_c g h_2 a^2 .$$

Wypadkowa siła  $\vec{F}$ , skierowana do góry, o wartości  $F = F_2 - F_1$ , zwana jest siłą wyporu.

A ponieważ

$$h_2 - h_1 = a ,$$

to

$$F = \rho_c g a^3$$

**Siła wyporu** równa jest ciężarowi cieczy zawartej w objętości zanurzonego ciała i nie zależy od masy ciała, a jedynie od objętości wypartej cieczy.

**Prawo Archimedesesa** głosi, że **na każde ciało zanurzone w cieczy lub gazie działa siła wyporu, skierowana ku górze i równa ciężarowi cieczy lub gazu wypartemu przez to ciało.**

$$F = \rho_c g V ,$$

gdzie  $V$  to objętość wypartej cieczy lub gazu.

Z prawa Archimedesesa wynikają warunki określające, kiedy ciało pływa, a kiedy tonie.

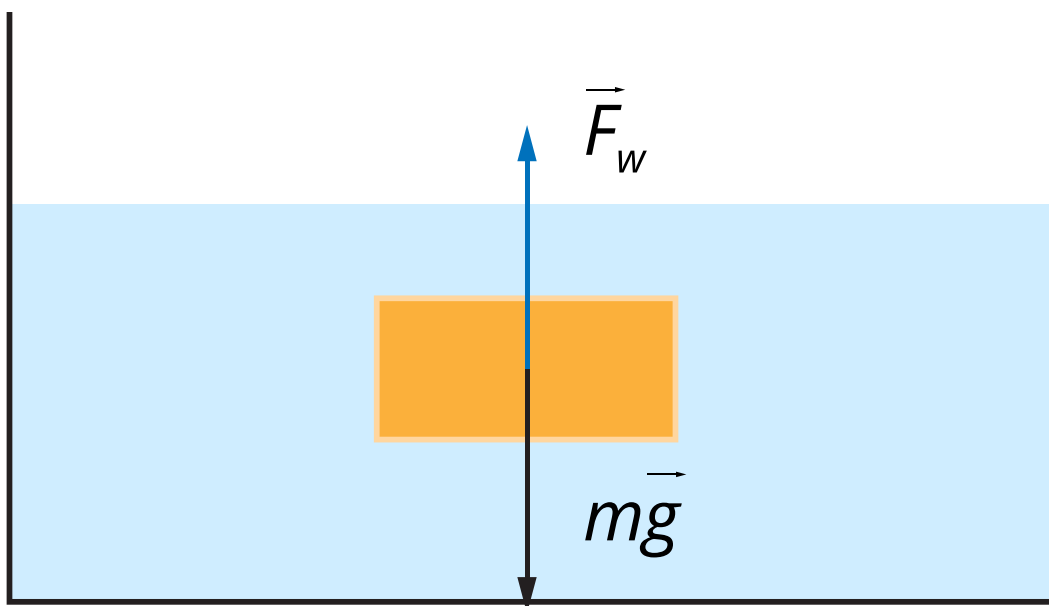
Na ciała znajdujące się w płynach działa siła wyporu oraz skierowana przeciwnie **siła ciężkości**. Wypadkowa tych sił określa sposób zachowania się ciała.

Przyjmijmy następujące oznaczenia:

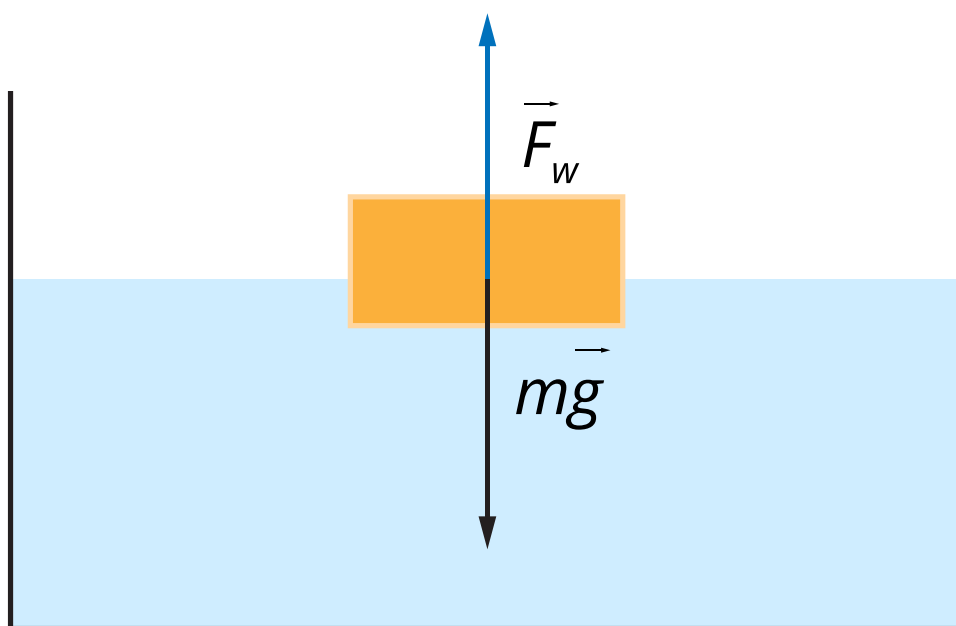
- średnia gęstość ciała:  $\rho$
- gęstość płynu:  $\rho_c$
- objętość ciała  $V$
- objętość części ciała zanurzonej w płynie  $V_z$ ,
- masa ciała  $m$
- przyspieszenie grawitacyjne  $g$

Wtedy

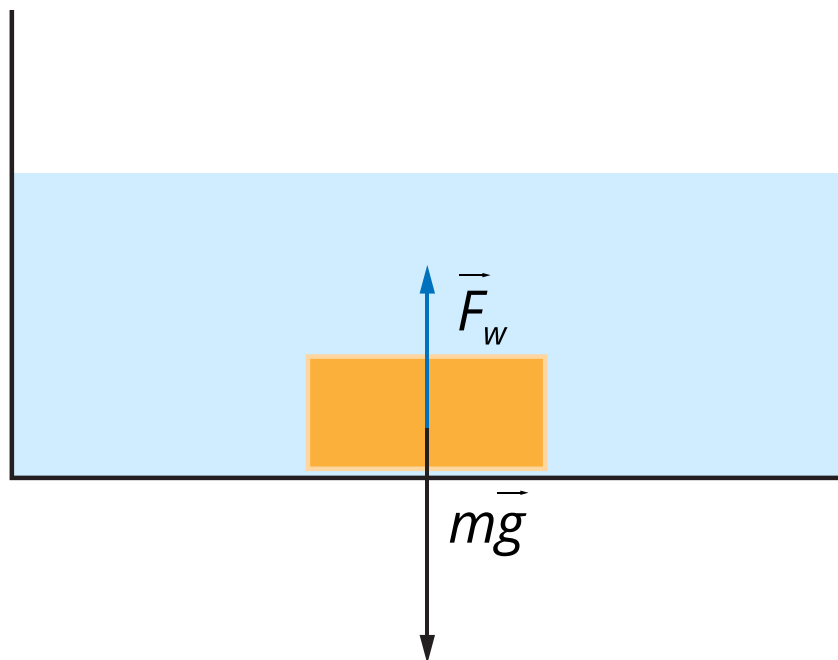
1. jeśli  $mg = \rho_c g V$ , tj.  $\rho = \rho_c$ , to ciało pływa całkowicie zanurzone (Rys. 2.),
2. jeśli  $mg < \rho_c g V$ , tj.  $\rho < \rho_c$ , to ciało pływa, ale nie jest całkowicie zanurzone. Warunek równowagi ma postać  $mg = \rho g V_z$ , gdzie  $V_z = \frac{\rho_c}{\rho} V$  to objętość zanurzonej części ciała (Rys. 3.),
3. jeśli  $mg > \rho_c g V$ , tj.  $\rho > \rho_c$ , to ciało tonie (Rys. 4.).



Rys. 2.  $F_w = mg$ , ciało pływa całkowicie zanurzone



Rys. 3.  $F_w = mg$ , ciało pływa częściowo zanurzone

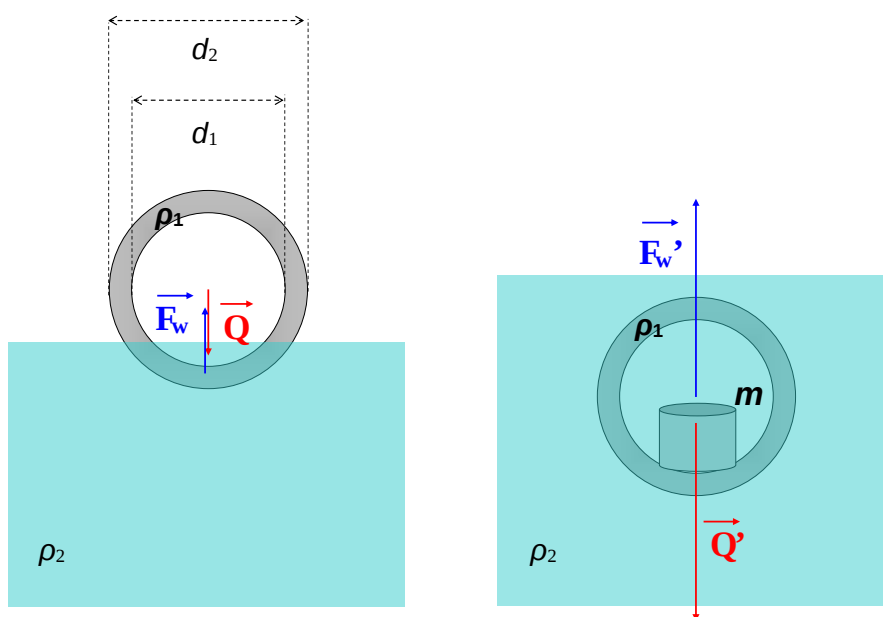


Rys. 4.  $F_w < mg$ , ciało tonie

Przeanalizujemy szczególne przypadki pływania ciał.

### Przykład 1

Po powierzchni wody pływa metalowa boja o kształcie wydrążonej kuli (Rys. 5.). Jej średnice zewnętrzna i wewnętrzna wynoszą odpowiednio  $d_2 = 40$  cm i  $d_1 = 39,5$  cm. Gęstość metalu wynosi  $\rho = 7,8$  g/cm<sup>3</sup>, a gęstość wody  $\rho_w = 1$  g/cm<sup>3</sup>. We wnętrzu boi umieszczamy ciężarek wykonany z tego samego metalu co boja. Znajdźmy taką jego masę, że cała boja pozostanie zanurzona w wodzie.



Rys. 5. Boja na powierzchni i boja zanurzona w cieczy. W obu przypadkach siła wyporu równoważy ciężar ciała:  $F_w = Q$  oraz  $F'_w = Q'$

Boja ma masę

$$M = \rho \frac{1}{6} \pi (d_2^3 - d_1^3),$$

a obciążyć ją trzeba dodatkowym ciężarkiem o masie  $m$ , by całkowitym ciężarem boi zrównoważyć siłę wyporu, gdy cała będzie zanurzona. Warunek tej równowagi ma postać

$$(M + m)g = \rho_w g \frac{1}{6} \pi d_2^3,$$

stąd

$$m = \frac{\pi}{6} (\rho_w d_2^3 - \rho (d_2^3 - d_1^3)) = \frac{1}{6} \pi [d_2^3 (\rho_w - \rho) + d_1^3 \rho].$$

Po wstawieniu danych otrzymujemy  $m \approx 23,8$  kg.

## Przykład 2

Łodzie podwodne mogą zanurzać się lub wynurzać dzięki zmianom **siły ciężkości** i **siły wyporu**. Regulacja zanurzenia związana jest z napełnianiem i opróżnianiem zbiorników z wodą i powietrzem. Podobnie pływają ryby posiadające zbiornik gazu (pęcherz pławny) wypełniony głównie mieszaniną azotu, tlenu i dwutlenku węgla.

Balony także unoszą się dzięki sile wyporu. Najczęściej wypełnia się je helem lub ogrzanym powietrzem (które ma mniejszą gęstość od gęstości powietrza otaczającego balon).

Dla uproszczenia (powody poniżej) zamiast balonu rozważmy przykład ze sterowcem. Ma on objętość  $V = 120\,000 \text{ m}^3$  i wypełniony jest helem, którego gęstość w warunkach normalnych wynosi  $\rho_{\text{He}} = 0,178 \text{ kg/m}^3$ . Każda z  $n = 50$  lin trzymających go przy powierzchni Ziemi miała naprężenie równe  $N = 2 \text{ kN}$ . Gęstość powietrza w warunkach normalnych wynosi  $\rho_{p0} = 1,25 \text{ kg/m}^3$ .

1. Wyznacz całkowitą masę  $M_s$  sterowca (tj. samego urządzenia, wyposażenia, załogi itp., bez gazu),
2. Oszacuj gęstość powietrza, przy której siła wyporu zrównoważy ciężar sterowca.

### Rozwiązanie:

1. Oznaczmy masę sterowca z helem przez  $M$ . Suma naprężeń wszystkich lin i ciężaru całego sterowca musi być przeciwna do siły wyporu. Stąd równość wartości tych sił:

$$nN + Mg = \rho_p g V,$$

wobec tego

$$M = -\frac{nN}{g} + \rho_p V \approx 1,40 \cdot 10^5 \text{ kg} .$$

Odejmując od tego wyniku masę helu w zadanej objętości uzyskamy masę samego statku:

$$M_s = M - M_{\text{He}} = M - \rho_{\text{He}} V \approx 1,18 \cdot 10^5 \text{ kg} .$$

Warto zauważyć, że masa helu zamkniętego w powłoce sterowca jest niepomijalną częścią całkowitej jego masy. Sprawdź, we własnym zakresie, że to około 15%.

2. Warunek równowagi dla sterowca w powietrzu ma postać

$$Mg = \rho'_p gV ,$$

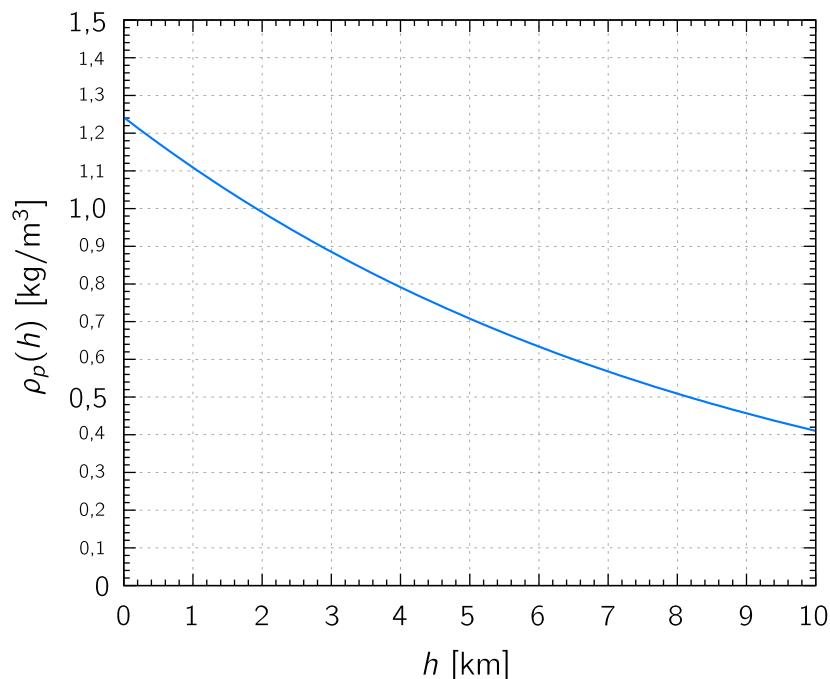
czyli  $\rho'_p = M/V$ , co nie powinno dziwić - uzyskaliśmy średnią gęstość sterowca. Wynosi ona ok.  $1,17 \text{ kg/m}^3$ .

### Dla zainteresowanych

W rozwiązaniu dla punktu 2. można spróbować wyznaczyć wysokość, na której sterowiec przestanie się wznosić. Gęstość powietrza (w przybliżeniu - zakładamy m. in. stałość temperatury) maleje wykładniczo ze wzrostem wysokości:

$$\rho_p(h) = \rho_{p0} \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right) ,$$

gdzie  $\mu = 2,87 \cdot 10^{-2} \text{ kg/mol}$  to średnia masa molowa powietrza (jako mieszaniny głównie azotu, tlenu i dwutlenku węgla),  $T$  - temperatura w skali bezwzględnej,  $R = 8,31 \text{ J/(mol K)}$  - uniwersalna stała gazowa. Jest to tzw. wzór barometryczny.



Wykres zależności ciśnienia od wysokości nad poziomem morza dla  $T = 290 \text{ K}$ .

Przyjmijmy, że  $T = 290 \text{ K}$ . Warunek równowagi ma postać

$$Mg = \rho_p(h)gV ,$$

skąd - albo bezpośrednio, korzystając z logarytmu naturalnego (tę funkcję możesz znać z lekcji chemii), albo z użyciem arkusza kalkulacyjnego - uzyskujemy

$$h = \frac{RT}{\mu g} \ln \frac{M}{\rho_{p0} V} \approx 600 \text{ m} .$$

### Ciekawostka

W tym przykładzie założyliśmy, że objętość sterowca jest stała, niezależnie od zmian ciśnienia zewnętrznego związanych z jego wznoszeniem oraz zmian ciśnienia panującego wewnątrz jego powłoki. Założenie to jest uzasadnione w przypadku **sterowca szkieletowego**, bowiem jego konstrukcja (ożebrowanie) wykonana jest ze sztywnych materiałów. Naciągnięta na nią powłoka, odpowiednio do niej przymocowana, praktycznie nie zmienia więc rozmiaru swojej powierzchni, niezależnie od zmian różnicy ciśnień  $\Delta p$  pomiędzy powietrzem a gazem wewnątrz powłoki. Ta cecha uzasadnia także przyjęcie gęstości helu w warunkach normalnych, czyli (między innymi) w ciśnieniu atmosferycznym. Napełnianie sterowca helem pod ciśnieniem wyższym od atmosferycznego jest zbędne.

Inaczej jest w przypadku **sterowców bezszkieletowych** i balonów. Są one pozbawione sztywnej konstrukcji wyznaczającej kształt i rozmiar powierzchni powłoki, a przez to objętości gazu. Zachowuje się więc ona podobnie do elastycznej powierzchni balonika - reaguje zauważalną zmianą rozmiarów na zmiany ciśnienia wewnętrznego lub zewnętrznego. Związane z tym zmiany objętości istotnie wpływają na wartość siły wyporu działającej na statek powietrzny. Znany jest eksperyment, w którym balonik z powietrzem pod ciśnieniem atmosferycznym zostaje szczelnie zamknięty i umieszczony wewnątrz szklanego pojemnika. W miarę wypompowywania powietrza z pojemnika powłoka balonika, początkowo praktycznie nienaprężona, zaczyna się rozciągać. Tak zachowują się balony stratosferyczne: przy starcie sprawiają one wrażenie niemal pustych, powłoka jest wiotka. W miarę wznoszenia powłoka się napręża, a objętość balonu wzrasta. Często zdarza się, że przewidziane jest pęknięcie powłoki i uwolnienie aparatury pomiarowej, która opada na Ziemię na spadochronie.

## Słowniczek

### Ciśnienie hydrostatyczne

(*ang.: hydrostatic pressure*) – ciśnienie w spoczywającej cieczy znajdującej się w polu grawitacyjnym.

### Siła ciężkości

(*ang.: force of gravity*) – potocznie ciężar – to wypadkowa siła, z jaką Ziemia (lub inne ciało) przyciąga dany obiekt.

### **Siła wyporu**

(*ang.: buoyancy force*) – siła działająca na ciało zanurzone w płynie, w obecności siły ciężkości. Siłę tę opisuje prawo Archimedesesa.

### **Prawo Archimedesesa**

(*ang.: Archimedes' law*) – na ciało (częściowo lub całkowicie) zanurzone w płynie działa pionowa, skierowana ku górze siła wyporu, której wartość jest równa ciężarowi płynu wypartego przez to ciało.

### **Warunki pływania ciał**

(*ang.: swimming conditions of the objects*) – ciało pływa częściowo zanurzone w płynie lub na dowolnej głębokości, gdy siła ciężkości i siła wyporu równoważą się, ciało tonie, gdy jego ciężar ( $Q$ ) jest większy od siły wyporu.

# Grafika interaktywna

---

## Prawo Archimiedesa – przykłady zastosowania

### Polecenie 1

Prawo Archimiedesa ma wiele zastosowań w życiu codziennym i w przyrodzie. Grafika zawiera 5 przykładów. Obejrzyj grafikę i zastanów się, jak należałoby uzupełnić brakujące informacje dotyczące zachowania balonu i barki w opisanych przykładach. Zapamiętaj, że w przedstawionych tu sytuacjach - w warunkach równowagi - siła ciężkości jest równa co do wartości sile wyporu.

### Polecenie 2

Podaj więcej przykładów zastosowania prawa Archimiedesa w życiu codziennym i w przyrodzie.

# Sprawdź się

---

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



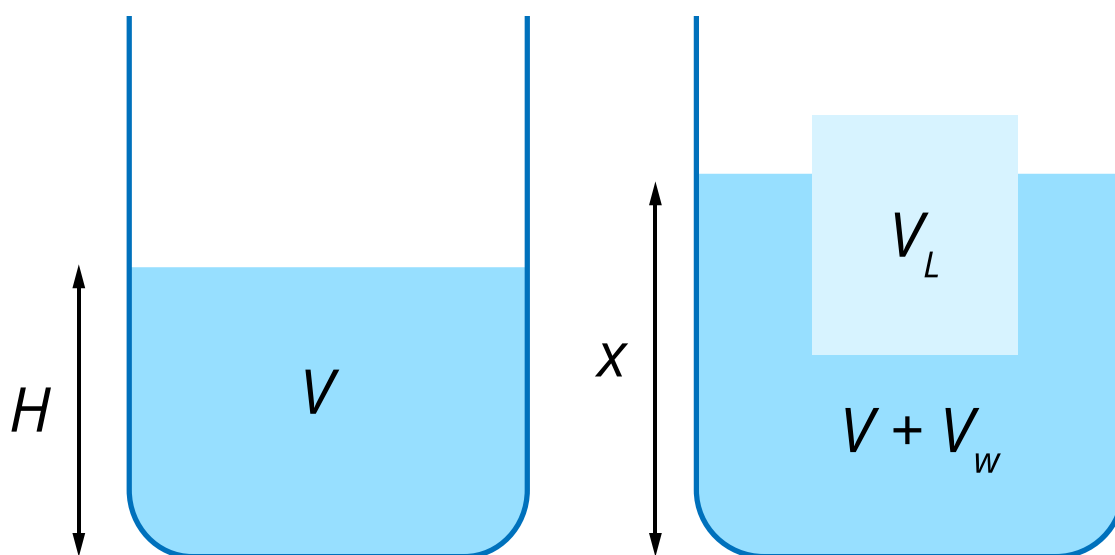
Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



## Ćwiczenie 7



Okręt podwodny

## Ćwiczenie 8



Okręt z jednego z poprzednich zadań wynurza się pionowo z ustaloną prędkością  $v = 3 \text{ m/s}$ . Znajdź współczynnik proporcjonalności między siłą oporu a kwadratem prędkości dla tego okrętu.

## Ćwiczenie 9



# Dla nauczyciela

---

<b>Imię i nazwisko autora:</b>	Elżbieta Szerewicz
<b>Przedmiot:</b>	Fizyka
<b>Temat zajęć:</b>	<b>Prawo Archimedesesa i warunki pływania ciał</b>
<b>Grupa docelowa:</b>	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
<b>Podstawa programowa:</b>	<p><b>Cele kształcenia – wymagania ogólne</b></p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p>III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników.</p> <p><b>Zakres rozszerzony</b></p> <p><b>Treści nauczania – wymagania szczegółowe</b></p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem;</p> <p>10) przeprowadza wybrane obserwacje, pomiary i doświadczenia korzystając z ich opisów; planuje i modyfikuje ich przebieg; formułuje hipotezę i prezentuje kroki niezbędne do jej weryfikacji;</p> <p>19) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu.</p> <p>II. Mechanika. Uczeń:</p> <p>25) stosuje do obliczeń prawo Archimedesesa i objaśnia warunki pływania ciał.</p>
<b>Kształtowane kompetencje kluczowe:</b>	<p><b>Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,</li><li>• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,</li><li>• kompetencje cyfrowe,</li><li>• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.</li></ul>

<b>Cele operacyjne:</b>	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. opisuje siły działające na ciała znajdujące się w płynach;</li> <li>2. analizuje równowagę siły ciężkości i siły wyporu;</li> <li>3. stosuje warunki równowagi do rozwiązywania zadań i problemów.</li> </ol>
<b>Strategie nauczania:</b>	strategia eksperymentalno-obserwacyjna - dostrzeganie i definiowanie problemów oraz odkrywanie rzeczywistości poprzez eksperymenty
<b>Metody nauczania:</b>	wykład informacyjny, pokaz multimedialny, analiza pomysłów
<b>Formy zajęć:</b>	praca w grupach, praca indywidualna
<b>Środki dydaktyczne:</b>	siłomierz, plastelina, linijka, zlewka, woda, denaturat, sznurek, spinacz; komputer z rzutnikiem lub tablety do dyspozycji każdego ucznia
<b>Materiały pomocnicze:</b>	e-materiały: „Ciśnienie hydrostatyczne w obliczeniach”, „Prawo Archimedesesa i warunki pływania ciał”
<b>PRZEBIEG LEKCJI</b>	
<b>Faza wprowadzająca:</b>	<p>Wprowadzenie zgodnie z treścią w części pierwszej „Czy to nie ciekawe?”  Nauczyciel odwołuje się do potocznej wiedzy uczniów o pływaniu ciał.</p>
<b>Faza realizacyjna:</b>	<p>Nauczyciel wprowadza pojęcie siły wyporu Archimedesesa. Analizuje równowagę sił działających na ciało znajdujące się w jednorodnej cieczy i uzasadnia warunki takiej równowagi w przypadku cieczy o różnych gęstościach. Wyprowadza relacje opisujące warunki pływania ciał i przeprowadza ich dyskusję. Następnie uczniowie i nauczyciel przechodzą do szkolnego laboratorium. Nauczyciel wykonuje z uczniami kilka doświadczeń. Mierzą siłomierzem i obliczają siły wyporu Archimedesesa działające na kostkę z plasteliny. Uczniowie oceniają wyniki swoich doświadczeń porównując otrzymane wyniki. Gęstość plasteliny <math>1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}</math>, gęstość denaturatu <math>789 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}</math>, gęstość wody <math>1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}</math>.</p>
<b>Faza podsumowująca:</b>	<p>W ramach utrwalenia zdobytych wiadomości uczniowie rozwiązują zadania 1, 2, 3, 4 i 5.</p>
<b>Praca domowa:</b>	<p>Zadania z zestawu ćwiczeń: zadania 6, 7 i 8 albo zabawa z grafiką interaktywną.</p>

**Wskazówki  
metodyczne  
opisujące różne  
zastosowania danego  
multimedium**

Grafikę interaktywną można wykorzystać na lekcji i połączyć z wykonaniem zadań oraz przedyskutowaniem wyników. Może też być wykorzystana przez uczniów po lekcji do powtórzenia i utrwalenia materiału.