

## Rozszerzanie i skracanie ułamków zwykłych

Materiał składa się z sekcji: "Równość ułamków", "Rozszerzanie ułamków", "Skracanie ułamków", "Ułamki nieskracalne".

Materiał zawiera ilustracje (fotografie, obrazy, rysunki), filmy, ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

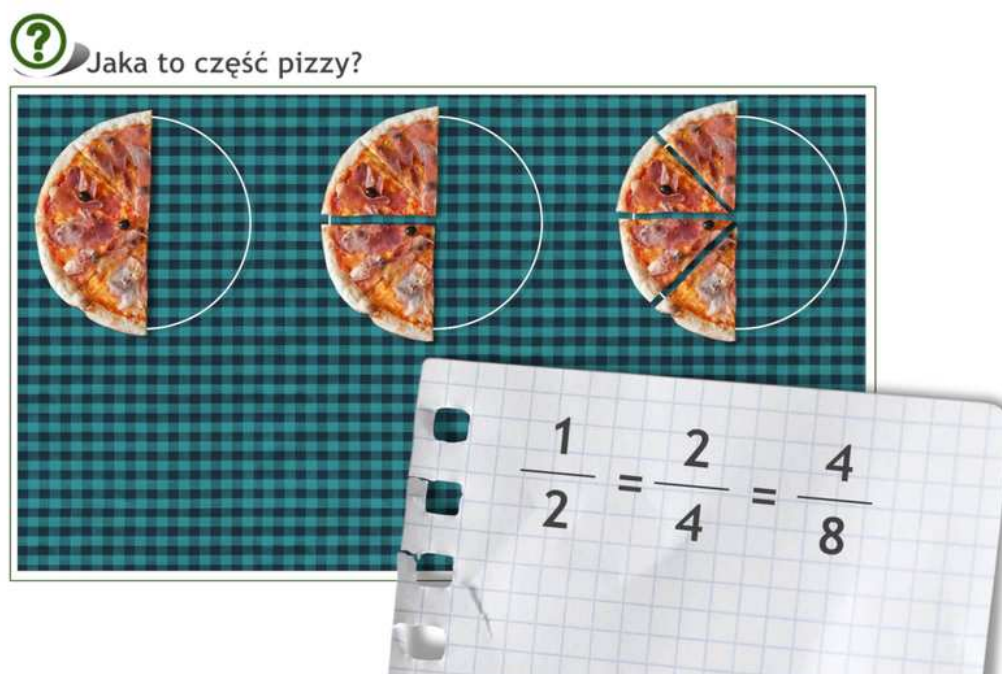
Filmy - równość ułamków (krojenie pizzy), rozszerzanie i skracanie ułamków (dzielenie kostki na części), sposób rozszerzania ułamków, sposób skracania ułamków.

Ćwiczenia - rozszerzanie i skracanie ułamków przez dane liczby, skracanie ułamków do ułamków nieskracalnych, uzupełnienie liczników i mianowników ułamków tak, aby otrzymać ułamki równe.

# Rozszerzanie i skracanie ułamków zwykłych

---

## Równość ułamków



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1BPtVBVyB2IV>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

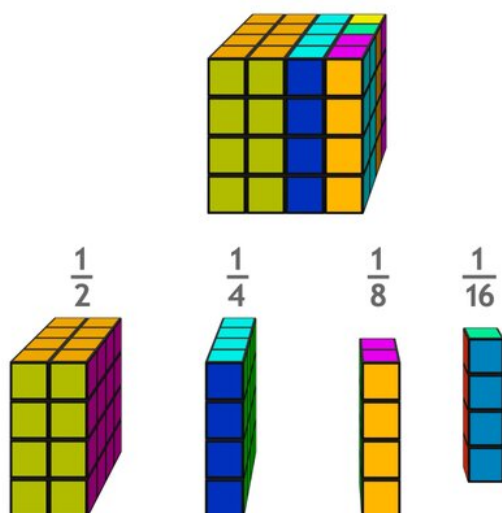
Animacja przedstawia kiedy dwa ułamki są sobie równe.

---

Na każdym talerzu znajduje się taka sama część pizzy. Ułamki opisujące te części pizzy są równe.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}.$$

# Rozszerzanie i skracanie ułamków zwykłych



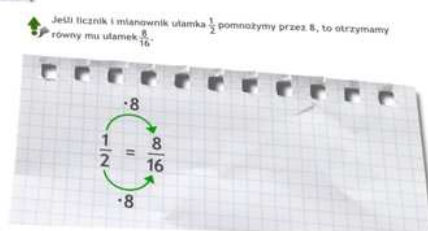
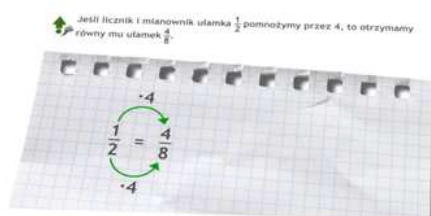
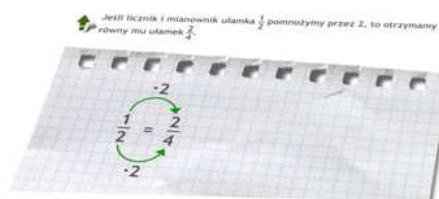
Film dostępny pod adresem [/preview/resource/RwBljHe7p7QWx](https://www.youtube.com/watch?v=RwBljHe7p7QWx)

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia jak możemy opisać wielkość kilku mniejszych części, które są fragmentami jednej całości.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}.$$

## Rozszerzanie ułamków



Animacja pokazuje w jaki sposób możemy rozszerzać ułamki.

### Definicja: Rozszerzanie ułamka

Jeśli pomnożymy licznik i mianownik ułamka przez tę samą liczbę, różną od zera, to mówimy, że rozszerzyliśmy ułamek, a wartość ułamka się nie zmienia.

### Ćwiczenie 1



Podane ułamki rozszerz przez 3. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\frac{1}{7} = \frac{\quad}{\quad}$
- $\frac{2}{3} = \frac{\quad}{\quad}$
- $\frac{7}{9} = \frac{\quad}{\quad}$
- $\frac{10}{12} = \frac{\quad}{\quad}$

$\frac{30}{36}$

$\frac{21}{27}$

$\frac{8}{6}$

$\frac{9}{7}$

$\frac{3}{21}$

$\frac{25}{16}$

$\frac{6}{9}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 2



Rozszerz podane ułamki przez 5. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\frac{1}{3} = \frac{\quad}{\quad}$
- $\frac{3}{4} = \frac{\quad}{\quad}$
- $\frac{6}{7} = \frac{\quad}{\quad}$
- $\frac{8}{10} = \frac{\quad}{\quad}$

$\frac{30}{35}$

$\frac{5}{15}$

$\frac{15}{5}$

$\frac{50}{40}$

$\frac{40}{50}$

$\frac{15}{20}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 3



Jaką liczbę należy wpisać w miejsce kropek, by równości były prawdziwe? Uzupełnij luki, wpisując odpowiednie liczby.

•  $\frac{1}{4} = \frac{\dots}{24}$ , w miejsce kropek należy wpisać liczbę .

•  $\frac{1}{2} = \frac{\dots}{24}$ , w miejsce kropek należy wpisać liczbę .

•  $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{24}$ , w miejsce kropek należy wpisać liczbę .

•  $\frac{4}{6} = \frac{\dots}{24}$ , w miejsce kropek należy wpisać liczbę .

•  $\frac{5}{8} = \frac{\dots}{24}$ , w miejsce kropek należy wpisać liczbę .

•  $\frac{10}{12} = \frac{\dots}{24}$ , w miejsce kropek należy wpisać liczbę .

•  $\frac{1}{4} = \frac{20}{\dots}$ , w miejsce kropek należy wpisać liczbę .

•  $\frac{1}{2} = \frac{20}{\dots}$ , w miejsce kropek należy wpisać liczbę .

•  $\frac{2}{3} = \frac{20}{\dots}$ , w miejsce kropek należy wpisać liczbę .

•  $\frac{4}{6} = \frac{20}{\dots}$ , w miejsce kropek należy wpisać liczbę .

•  $\frac{5}{8} = \frac{20}{\dots}$ , w miejsce kropek należy wpisać liczbę .

•  $\frac{10}{12} = \frac{20}{\dots}$ , w miejsce kropek należy wpisać liczbę .

## Ćwiczenie 4

Jaką liczbę należy wpisać w miejsce kropek, by równości były prawdziwe? Uzupełnij luki, wpisując odpowiednie liczby.

•  $\frac{1}{3} = \frac{\dots}{24}$ , w miejsce kropek należy wpisać .

•  $\frac{3}{5} = \frac{15}{\dots}$ , w miejsce kropek należy wpisać .

•  $\frac{2}{7} = \frac{\dots}{21}$ , w miejsce kropek należy wpisać .

•  $\frac{5}{9} = \frac{20}{\dots}$ , w miejsce kropek należy wpisać .

•  $\frac{1}{8} = \frac{\dots}{48}$ , w miejsce kropek należy wpisać .

•  $\frac{7}{10} = \frac{70}{\dots}$ , w miejsce kropek należy wpisać .

•  $\frac{2}{11} = \frac{\dots}{33}$ , w miejsce kropek należy wpisać .

•  $\frac{1}{2} = \frac{\dots}{60}$ , w miejsce kropek należy wpisać .

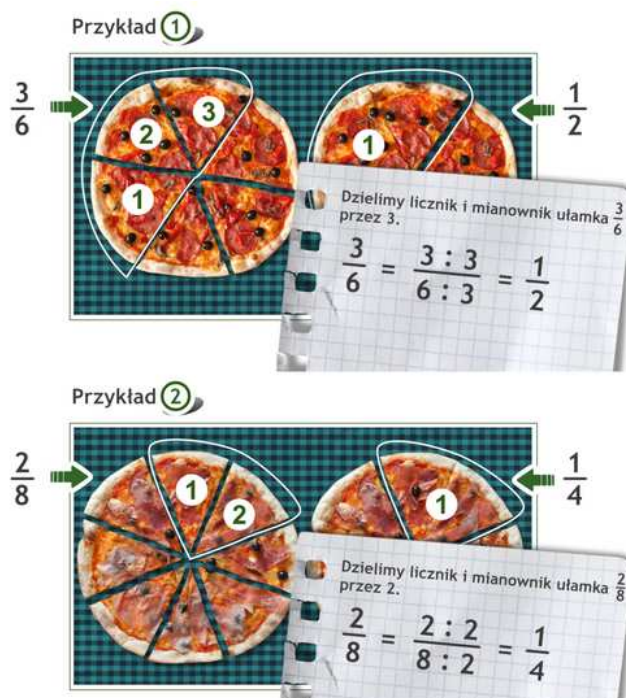
•  $\frac{2}{15} = \frac{20}{\dots}$ , w miejsce kropek należy wpisać .

•  $\frac{7}{8} = \frac{77}{\dots}$ , w miejsce kropek należy wpisać .

•  $\frac{15}{19} = \frac{\dots}{38}$ , w miejsce kropek należy wpisać .

•  $\frac{9}{6} = \frac{54}{\dots}$ , w miejsce kropek należy wpisać .

# Skracanie ułamków



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1Nw061oHxp5q>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób możemy skracać ułamki.

## Definicja: Skracanie ułamków

Jeśli licznik i mianownik ułamka podzielimy przez tę samą liczbę, różną od zera, to wartość ułamka nie zmieni się. Mówimy, że skróciliśmy ułamek.

Na przykład:

skracając ułamek  $\frac{12}{18}$  przez 2, otrzymujemy  $\frac{6}{9}$ .

### Przykład 1

$$\frac{12}{18} = \frac{6}{9} \quad \text{lub} \quad \frac{12}{18} = \frac{12 : 2}{18 : 2} = \frac{6}{9}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 5



Skróć podane ułamki. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- przez 3

- $\frac{3}{12} =$
- $\frac{9}{18} =$
- $\frac{33}{21} =$
- $\frac{27}{36} =$

- przez 4

- $\frac{8}{12} =$
- $\frac{4}{20} =$
- $\frac{32}{28} =$
- $\frac{16}{36} =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 6

Jaką liczbę należy wpisać w puste miejsce, aby równości były prawdziwe? Uzupełnij luki, wpisując odpowiednie liczby.

•  $\frac{8}{12} = \frac{\square}{3}$ , w puste miejsce należy wpisać liczbę .

•  $\frac{18}{45} = \frac{2}{\square}$ , w puste miejsce należy wpisać liczbę .

•  $\frac{20}{24} = \frac{\square}{12}$ , w puste miejsce należy wpisać liczbę .

•  $\frac{4}{8} = \frac{1}{\square}$ , w puste miejsce należy wpisać liczbę .

•  $\frac{30}{40} = \frac{\square}{4}$ , w puste miejsce należy wpisać liczbę .

•  $\frac{20}{36} = \frac{\square}{9}$ , w puste miejsce należy wpisać liczbę .

•  $\frac{25}{50} = \frac{5}{\square}$ , w puste miejsce należy wpisać liczbę .

•  $\frac{40}{60} = \frac{\square}{3}$ , w puste miejsce należy wpisać liczbę .

•  $\frac{22}{55} = \frac{2}{\square}$ , w puste miejsce należy wpisać liczbę .

•  $\frac{15}{35} = \frac{\square}{7}$ , w puste miejsce należy wpisać liczbę .

•  $\frac{9}{6} = \frac{3}{\square}$ , w puste miejsce należy wpisać liczbę .

•  $\frac{14}{21} = \frac{2}{\square}$ , w puste miejsce należy wpisać liczbę .

# Ułamki nieskracalne

## Ćwiczenie 7



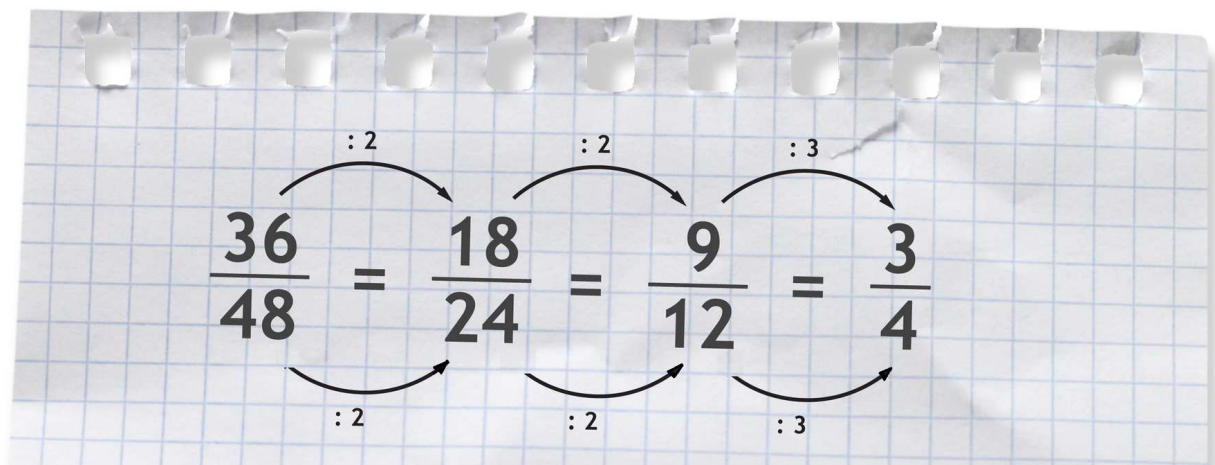
Skróć ułamek przez największą możliwą liczbę. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\frac{6}{12} =$
- $\frac{8}{24} =$
- $\frac{9}{18} =$
- $\frac{27}{36} =$
- $\frac{8}{12} =$
- $\frac{20}{25} =$
- $\frac{18}{24} =$
- $\frac{18}{36} =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Przykład 2

Nieraz trudno jest znaleźć największą liczbę, przez którą można skrócić dany ułamek. Na przykład, aby skrócić ułamek  $\frac{36}{48}$  możemy postąpić tak:



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ułamek  $\frac{3}{4}$  nie można już skrócić.

**Definicja: Ułamek nieskracalny**

Ułamek, którego nie można skrócić nazywamy ułamkiem nieskracalnym.

## Ćwiczenie 8



Podane ułamki zapisz w postaci ułamka nieskracalnego. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\frac{24}{36} =$
- $\frac{15}{45} =$
- $\frac{16}{32} =$
- $\frac{24}{72} =$
- $\frac{60}{90} =$
- $\frac{21}{63} =$

- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{1}{2}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 9



Podane ułamki zapisz w postaci ułamka nieskracalnego. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\frac{48}{72} =$
- $\frac{15}{60} =$
- $\frac{40}{48} =$
- $\frac{30}{60} =$
- $\frac{80}{120} =$
- $\frac{60}{180} =$

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{5}{6}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{2}{3}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 10



Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\frac{5}{8} = \square$
- $\frac{12}{42} = \square$
- $\frac{18}{20} = \square$
- $\frac{1}{2} = \square$

$\frac{9}{10}$     $\frac{50}{100}$     $\frac{2}{7}$     $\frac{3}{9}$     $\frac{10}{16}$     $\frac{20}{15}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 11



Połącz w pary tak, aby brakującym elementom ułamka przyporządkować odpowiednią liczbę.

|     |                                     |
|-----|-------------------------------------|
| 10  | $\frac{5}{8} = \frac{\square}{48}$  |
| 15  | $\frac{5}{8} = \frac{\square}{24}$  |
| 30  | $\frac{5}{8} = \frac{100}{\square}$ |
| 96  | $\frac{5}{8} = \frac{60}{\square}$  |
| 160 | $\frac{5}{8} = \frac{\square}{16}$  |

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 12



Jeśli ułamek  $\frac{4}{7}$  rozszerzymy przez 3 lub przez 6, to otrzymamy ułamek, którego licznik i mianownik mają ciekawą własność. Jeżeli licznik przeczytamy od prawej do lewej strony, otrzymamy mianownik. Oczywiście ten sam efekt otrzymamy, gdy postąpimy podobnie z mianownikiem.

$$\frac{4}{7} = \frac{12}{21} \text{ i } \frac{4}{7} = \frac{24}{42}.$$

Znajdź inne ułamki, które mają tę samą własność.