



Jak wyznaczyć położenie środka masy układu ciał?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Symulacja interaktywna](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



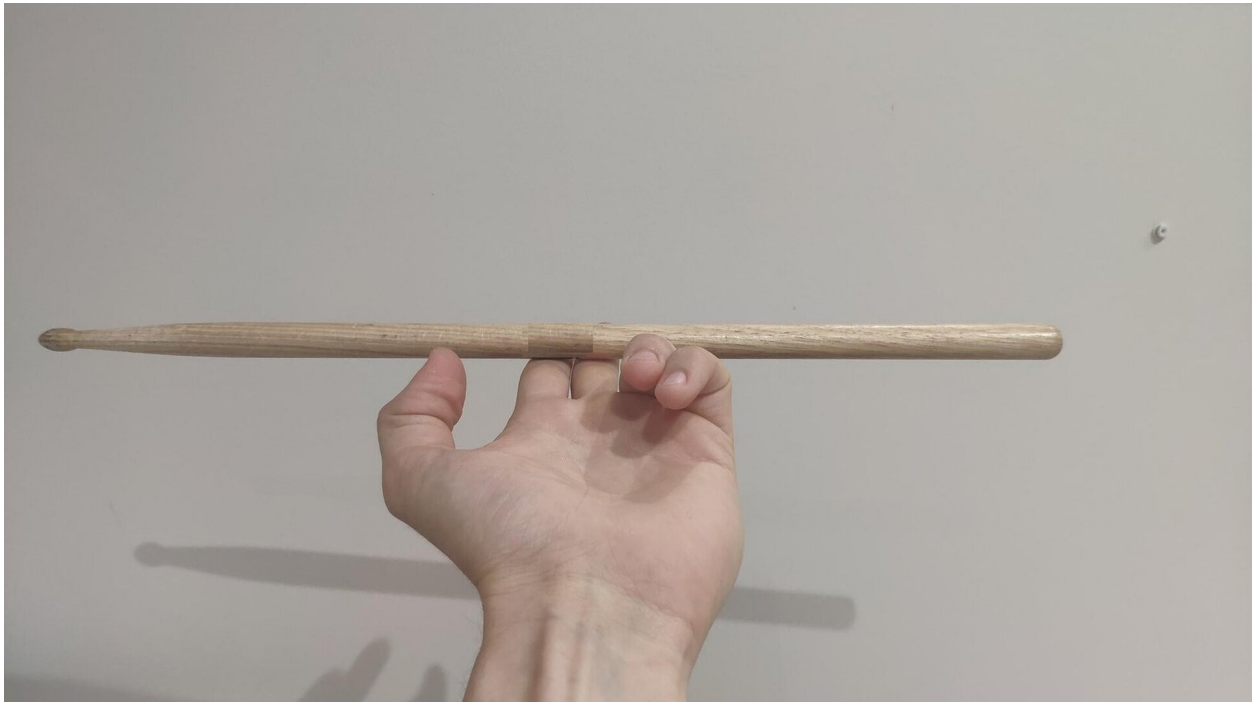
Jak wyznaczyć położenie środka masy układu ciał?

Źródło: dostępny w internecie: <https://www.istockphoto.com/pl/zdjecie/przedmiot-dzenia-%C5%BCyroskop-gm533363021-56269848> [dostęp 6.10.2019].

Czy to nie ciekawe?

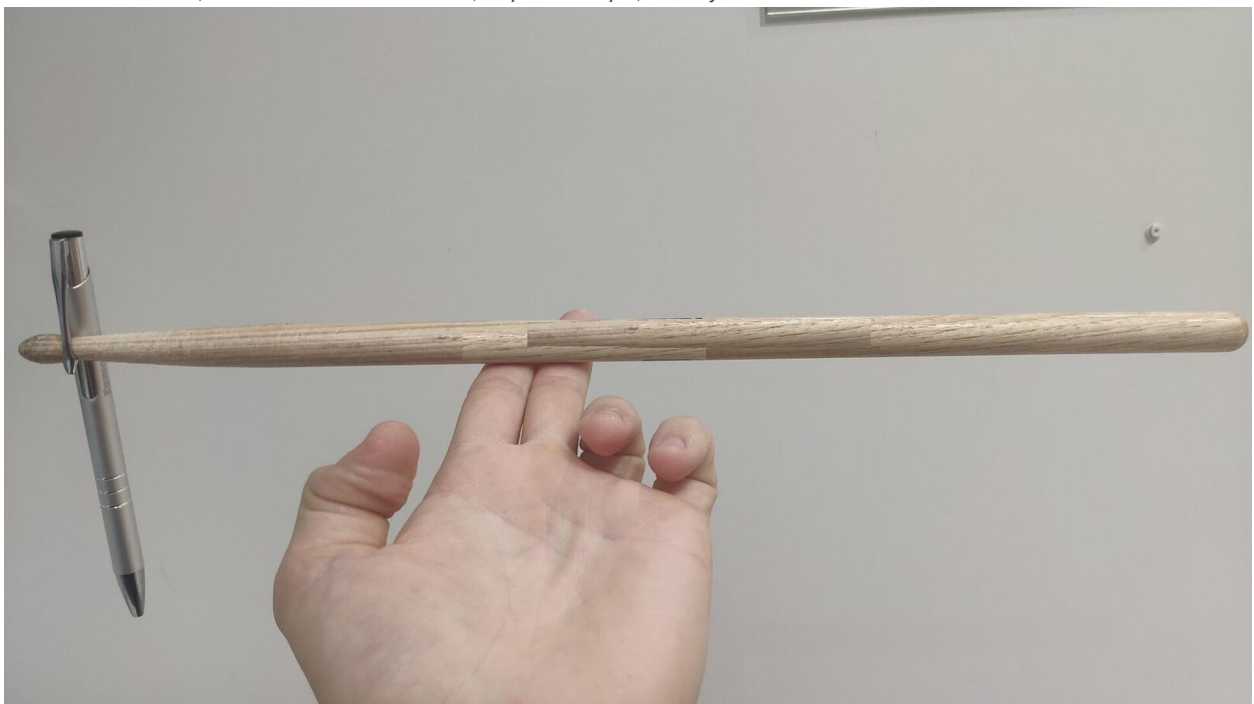
Dla dowolnego obiektu środek masy można znaleźć doświadczalnie albo obliczając bądź konstruując jego położenie geometryczne. W przypadku przedstawionej na Fot. 1 pałeczki perkusyjnej można usiłować zsuwać do siebie dwa palce jednej ręki - intuicja podpowiada, że blisko jej geometrycznego środka; jeśli pałeczka reaguje zbyt żywo na zmiany położenia palców, można ją zastąpić tradycyjnym kijem od szczotki.

Konstrukcja geometryczna albo rachunki będą wymagać od nas pewnego obycia z wektorami i znajomości pojęcia średniej ważonej.



Fot. 1. Podparta pałeczka perkusyjna będąca w równowadze.

Źródło: Dariusz Aksamit, Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.



Fot. 2. Podparta pałeczka perkusyjna obciążona na jednym z końców długopisem, układ będący w równowadze.

Źródło: Dariusz Aksamit, Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

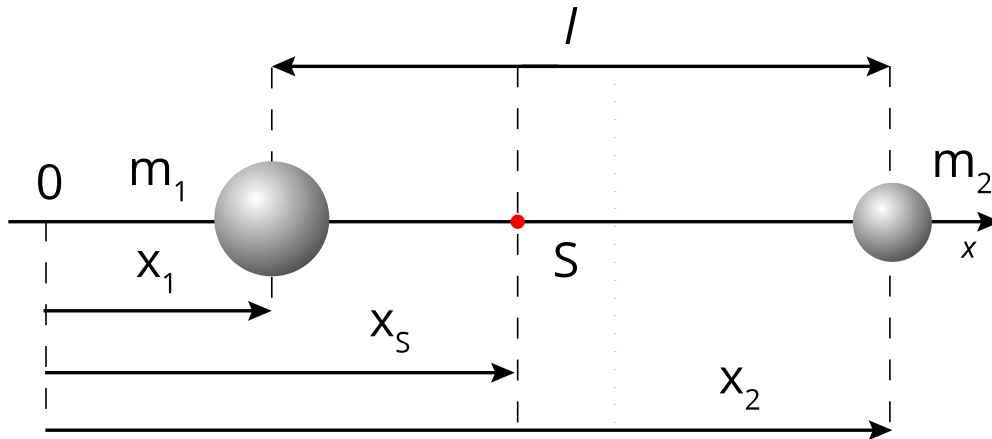
Twoje cele

W tym e-materiale:

- dowiesz się, jaka jest matematyczna definicja środka masy układu ciał,
- wyznacysz położenie środka masy prostych układów ciał leżących na jednej prostej oraz układów przestrzennych,
- dowiesz się, jak eksperymentalnie wyznaczyć środek masy dowolnego obiektu.

Przeczytaj

Warto przeczytać



Rys. 1. Środek masy dwóch ciał.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Środek masy obiektu to punkt, który często można traktować tak, jak gdyby cała masa obiektu była skupiona w tym punkcie. Położenie tego punktu w ciele lub układzie ciał zależy od rozkładu masy. Jest to **średnia ważona położenia** wszystkich elementów ciała względem tego punktu; za wagi przyjmujemy właśnie masy tych elementów. Dla dwóch ciał o masach m_1 i m_2 znajdujących się w odległości l środek masy S znajduje się w odległości x_s od początku układu O , jak na Rys. 1.:

$$x_s = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}.$$

Przykład 1 – środek masy układu dwóch kul

Rozwiązując przykładowe zadania, wygodnie jest umieścić środek układu współrzędnych (względem którego wyznaczymy środek masy) w środku jednego z ciał. W powyższym przykładzie, jeśli umiejscowimy punkt O w środku kuli o masie m_1 , to wartość x_1 wyniesie 0 , a $x_2 = l$, zatem wzór uprości się do

$$x_s = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2}.$$

W przypadku kul o tych samych masach $m_1 = m_2 = m$ otrzymamy

$$x_s = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2} = \frac{m l}{m + m} = \frac{m l}{2m} = \frac{l}{2},$$

czyli środek masy – zgodnie z intuicją – znajdzie się pośrodku tych dwóch ciał. Jeśli przyjmiemy, że masy nie są równe i np. masa drugiej kuli jest trzykrotnie większa niż pierwszej, czyli $m_2 = 3m_1$ otrzymamy

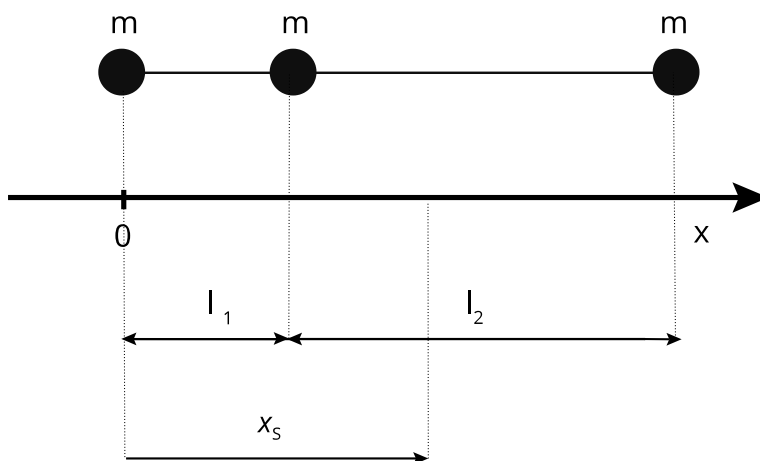
$$x_s = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2} = \frac{3m_1 l}{m_1 + 3m_1} = \frac{3m_1 l}{4m_1} = \frac{3}{4}l.$$

Środek masy znajdzie się więc bliżej cięższej z kul – dokładnie w $1/4$ odległości między kulami.

Przykład 2 – środek masy układu trzech kul leżących na jednej prostej

Gdyby wzdłuż osi znajdowały się trzy kule, jak na Rys. 2., postąpilibyśmy analogicznie, obliczając:

$$x_s = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}.$$



Rys. 2. Układ trzech kul leżących na jednej prostej. Ilustracja do Przykładu 2

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Rozważmy szczególny przypadek, gdy mamy trzy kule o jednakowych masach ($m = 1$ kg każda). Położenia kul dla $l_1 = 1$ m i $l_2 = 2$ m pokazano na Rys. 2. Przyjmując środek układu współrzędnych w środku pierwszej kuli, otrzymamy

$$x_s = \frac{ml_1 + m(l_1 + l_2)}{m + m + m} = \frac{l_1 + l_1 + 2l_1}{3} = 1\frac{1}{3}l_1 \approx 1,3m.$$

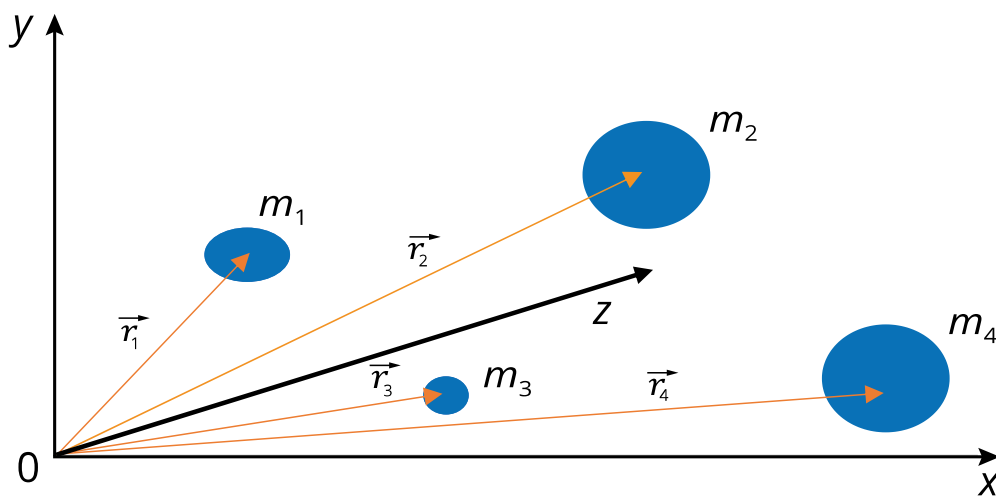
Środek masy takiego układu znajduje się więc ok. 33 cm na prawo od środkowej kuli.

W przypadku bardziej złożonych układów, składających się w ogólności z n elementów, postępujemy analogicznie, sumując masy i odległości wszystkich elementów składowych danego układu:

$$x_s = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}.$$

Powyższe wzory zaprezentowaliśmy dla prostej sytuacji jednowymiarowej, tj. dla mas ułożonych wzdłuż jednej prostej, do której dostosowaliśmy oś OX. Jeśli natomiast mamy układ wielu ciał w przestrzeni, np. jak na Rys. 3., nasze postępowanie będzie analogiczne, tyle że zamiast pojedynczej współrzędnej x , będziemy potrzebować wektora w postaci

$$\vec{r}_s = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}.$$

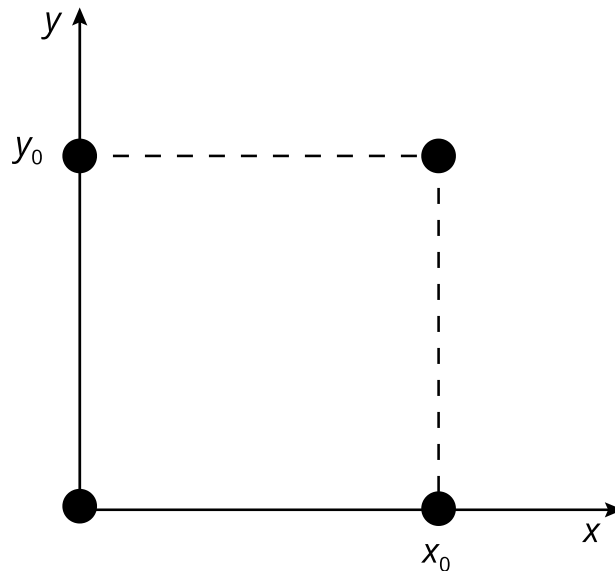


Rys. 3. Cztery obiekty w przestrzeni trójwymiarowej. Średnia ważona ich położeń daje w wyniku położenie środka masy układu, pominięte dla większej czytelności rysunku.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Przykład 3 – środek masy układu czterech jednakowych kul w dwóch wymiarach

Współrzędne środka masy dla każdej z tych osi wyznaczamy niezależnie, tak jak we wcześniejszych przykładach. Weźmy przykład czterech jednakowych kul zlokalizowanych w wierzchołkach prostokąta o bokach długości x_0 , y_0 , jak na Rys. 4.:

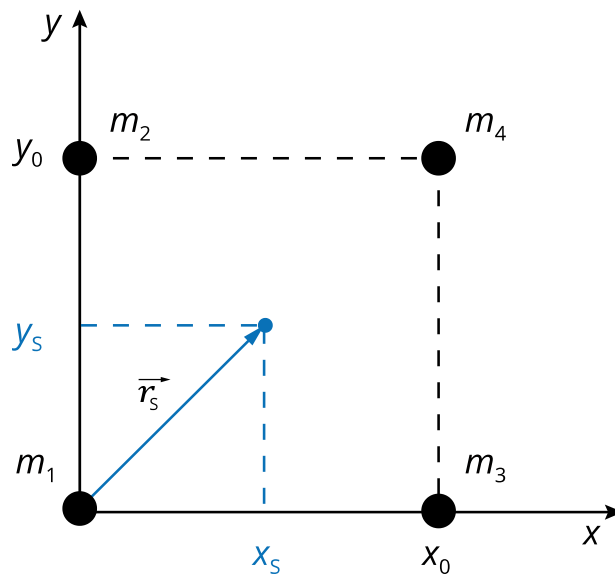


Rys. 4. Układ czterech kul o jednakowych masach, omawiany w przykładzie 3

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Gdzie znajduje się środek tego układu? Musimy oddzielnie znaleźć położenie dwóch współrzędnych:

$\vec{r}_s = [x_s; y_s]$, czyli oddzielnie przeprowadzimy sumowanie dla współrzędnej x i y , jak na Rys. 5.:



Rys. 5. Układ czterech kul o jednakowych masach – rozwiązanie Przykładu 3.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

$$x_s = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} = \frac{0 + 0 + m x_0 + m x_0}{m + m + m + m} = \frac{2m x_0}{4m} = \frac{1}{2} x_0,$$

$$y_s = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} = \frac{0 + m y_0 + 0 + m y_0}{m + m + m + m} = \frac{2m y_0}{4m} = \frac{1}{2} y_0.$$

Zatem współrzędne punktu będącego środkiem masy tego układu to $(\frac{1}{2} x_0, \frac{1}{2} y_0)$. Jak widać jest to punkt leżący „pośrodku” tego układu, czyli w miejscu przecięcia się przekątnych tej figury.

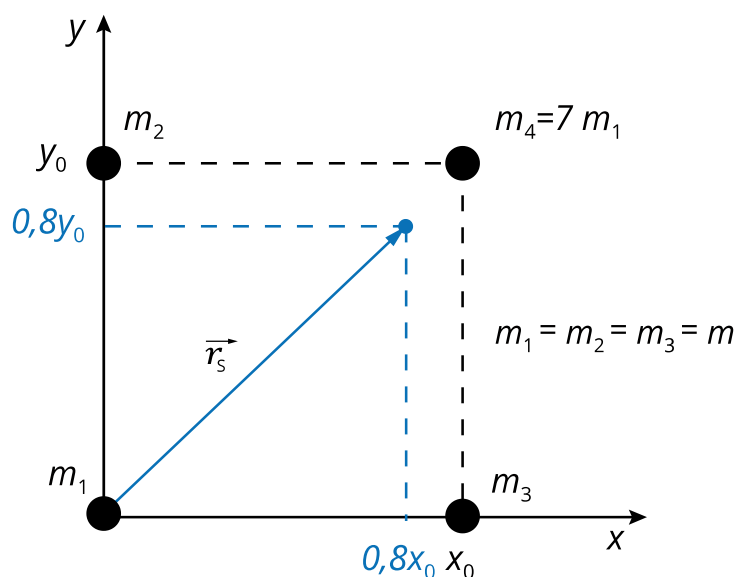
Przykład 4 – środek masy układu czterech różnych kul w dwóch wymiarach

Oczywiście taka sytuacja jak w Przykładzie 3 ma miejsce, jeśli wszystkie części układu mają tę samą masę. Nie musi tak być; przyjrzyjmy się sytuacji, gdy czwarta kula będzie miała siedem razy większą masę od pozostałych kul:

$$x_s = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} = \frac{m \cdot 0 + m \cdot 0 + m x_0 + 7m x_0}{m + m + m + 7m} = \frac{8x_0}{10} = 0,8x_0,$$

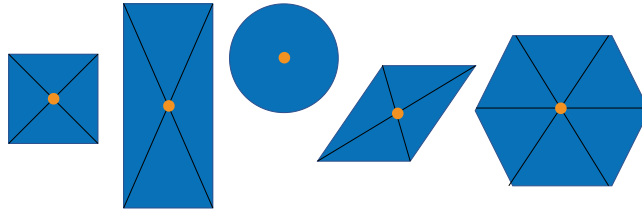
$$y_s = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} = \frac{m \cdot 0 + m y_0 + m \cdot 0 + 7m y_0}{m + m + m + 7m} = \frac{8y_0}{10} = 0,8y_0.$$

Zatem współrzędne środka masy tego układu to $[0,8x_0; 0,8y_0]$, co przedstawiono na Rys. 6.:



Rys. 6. Układ z czterema kulami, gdzie jedna ma siedmiokrotnie większą masę niż pozostałe, omawiany w Przykładzie 4
Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

W powyższych przykładach używaliśmy punktowych mas, czyli takich, których rozmiar i kształt nie miał znaczenia w rozważanym przypadku. Jednakże możemy analogiczne rozumowanie poszukiwania środka masy przeprowadzić dla dowolnego przedmiotu – np. zastanowić się, gdzie leży środek masy kuli. Gdybyśmy podzielili tę kulę na bardzo dużo bardzo małych elementów i przeprowadzili analogiczne sumowanie, jak w przypadku wielu elementów, dojdziemy do oczekiwanego wniosku, że środek masy znajduje się w geometrycznym środku kuli. Uogólniając, możemy stwierdzić, że **jeśli przedmiot wykonany jest z jednorodnego materiału, to jego środek masy znajduje się w jego środku geometrycznym**, jak na Rys. 7.:



Rys. 7. Położenie środka masy w przypadku wybranych figur geometrycznych

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ciało o bardziej skomplikowanym kształcie możemy podzielić na kilka mniejszych, o prostszych kształtach, wyznaczyć dla każdego z nich jego środek masy, a następnie zgodnie z podanymi na początku wzorami znaleźć środek masy takiego układu.

Przykład 5 – środek masy układu brył

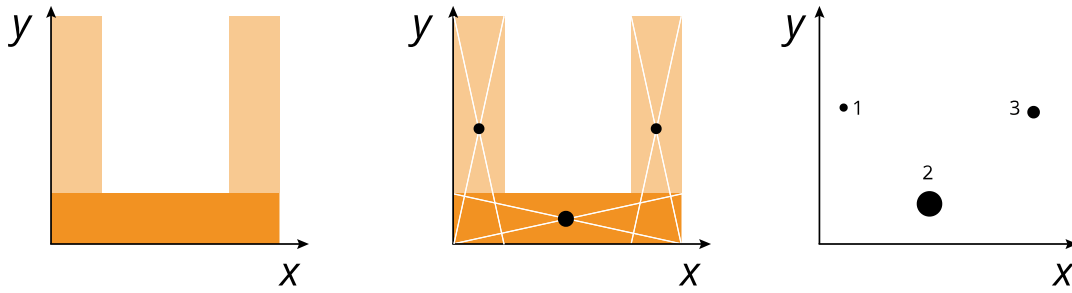
Mamy trzy deski o długościach $l = 1$ m i grubości $h = 5$ cm i szerokości $d = 10$ cm wykonane z różnego rodzaju drewna, ustawione jak na Rys. 8. Dwie ustawione pionowo są wykonane z sosny (gęstość $\rho_s = 700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$), a deska ustawiona poziomo z dębu ($\rho_d = 1080 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$). Chcemy wyznaczyć środek masy tego układu ciał. Rozwiązanie tego problemu będzie składało się z trzech etapów.

Najpierw obliczymy masę każdego z elementów, wiedząc, że masa to iloczyn gęstości i objętości,

$$m_1 = m_3 = V\rho_s = lhd\rho_s = 1 \text{ m} \cdot 0,05 \text{ m} \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3,5 \text{ kg}$$

$$m_2 = V\rho_d = lhd\rho_d = 1 \text{ m} \cdot 0,05 \text{ m} \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 1080 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 5,4 \text{ kg}$$

W drugim etapie geometrycznie ustalimy położenie środka masy każdej z tych desek, sprowadzając cały układ do prostszego, jak na Rys. 8.:



Rys. 8. Układ trzech desek opisany w Przykładzie 5.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Pozostaje obliczyć x_s i y_s , wiedząc, że środek masy każdej z desek znajduje się na przecięciu jej przekątnych, czyli w połowie jej długości i szerokości:

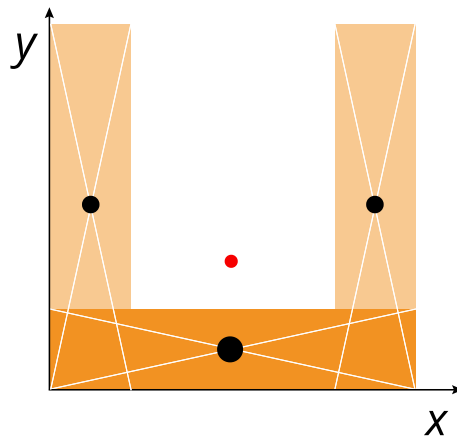
$$x_s = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_1 \frac{d}{2} + m_2 \frac{l}{2} + m_1 (l - \frac{d}{2})}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(m_1 + \frac{m_2}{2})l}{2m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{(3,5 \text{ kg} + \frac{1}{2} \cdot 5,4 \text{ kg}) 1 \text{ m}}{2 \cdot 3,5 \text{ kg} + 5,4 \text{ kg}} = \frac{6,2 \text{ kg} \cdot \text{m}}{12,4 \text{ kg}} = 0,50 \text{ m} = 50 \text{ cm} .$$

$$y_s = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_1 \frac{l}{2} + m_2 \frac{d}{2} + m_1 \frac{l}{2}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_1 l + m_2 \frac{d}{2}}{2m_1 + m_2} =$$

$$\frac{3,5 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m} + 5,4 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,1 \text{ m}}{2 \cdot 3,5 \text{ kg} + 5,4 \text{ kg}} = \frac{3,77 \text{ kg} \cdot \text{m}}{12,4 \text{ kg}} \approx 0,304 \text{ m} = 30,4 \text{ cm}$$

Podsumowując, $(x_s, y_s) = (50 \text{ cm}; 30,4 \text{ cm})$



Rys. 9. Położenie środka masy całego układu zaznaczonego na czerwono, a środków mas poszczególnych desek na czarno

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

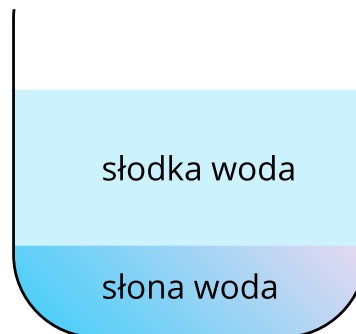
Przyjrzyjmy się temu wynikowi – jest on zgodny z analizą symetrii rozkładu masy w tym układzie.

W przypadku osi poziomej ciężar jest rozłożony symetrycznie względem pionowej przerywanej linii – mamy identyczną deskę z prawej i lewej strony, stąd środek masy znajduje się właśnie pośrodku, na tej osi. W przypadku osi Y nie ma deski „górnjej”, co sprawia, że środek masy jest przesunięty w dół,

w stronę dolnej deski. Ponieważ wymiary desek są identyczne, a dolna wykonana jest z gęstszego drewna, jest masywniejsza, więc środek masy jest bliżej jej krawędzi niż byłby, gdyby wszystkie trzy deski wykonane były z tego samego drewna (co możesz sprawdzić własnymi obliczeniami).

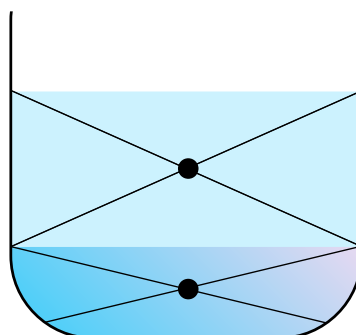
Jeśli ciało jest niejednorodne, czyli o zmiennej gęstości, postępujemy analogicznie – trzeba je podzielić na tak małe elementy, aby ich gęstość była w dobrym przybliżeniu stała, a następnie przeprowadzić sumowanie.

Weźmy przykład akwarium z wodą, do którego wsypano dużą ilość soli, bez mieszania, jak na Rys. 10. Dolna warstwa będzie warstwą roztworu nasyconego soli, o dużej gęstości, a górna będzie wodą słodką, o mniejszej gęstości. Taki układ podzielimy na dwie części, obliczając środek masy każdego z nich oddzielnie, jak na Rys. 11.:



Rys. 10. Zbiornik ze słoną i słodką wodą

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.



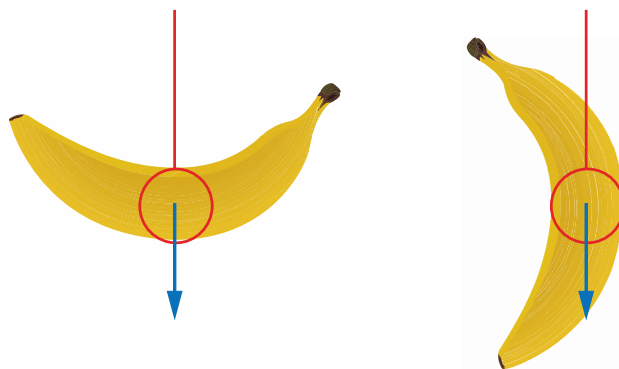
Rys. 11. Położenie środka masy każdej z części składowych układu

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Położenie środka masy możemy wyznaczyć również eksperymentalnie w bardzo prosty sposób – jeśli mamy w ręku np. deskę czy cegłę, możemy zmieniać punkt podparcia, szukając wzdłuż różnych osi

miejsca, w którym podparte ciało zachowuje równowagę. Punkt podparcia, oś i środek masy wyznaczają płaszczyznę. Przecięcie trzech różnych takich płaszczyzn wyznaczy nam środek masy przedmiotu.

Możemy również wprawić ciało w ruch obrotowy (np. rzucić nim tak, żeby się obracało w locie wokół którejś osi) i obserwować wokół jakiej osi będzie wirowało – będzie to oś przechodząca przez środek masy. Inną prostą metodą jest zawieszenie ciała na sznurku – niezależnie, w którym punkcie zostanie ono zaczepione, zawsze ustawi się tak, że środek masy będzie wypadł na osi wyznaczonej przez nitkę, jak pokazuje Rys. 12.:



Rys. 12. Schemat eksperymentu pozwalającego ustalić położenie środka masy obiektu o złożonym kształcie

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Powtarzając to doświadczenie dla trzech różnych punktów zaczepienia, ustalimy, gdzie znajduje się środek masy – będzie to punkt, w którym przecinają się te osie.

Słowniczek

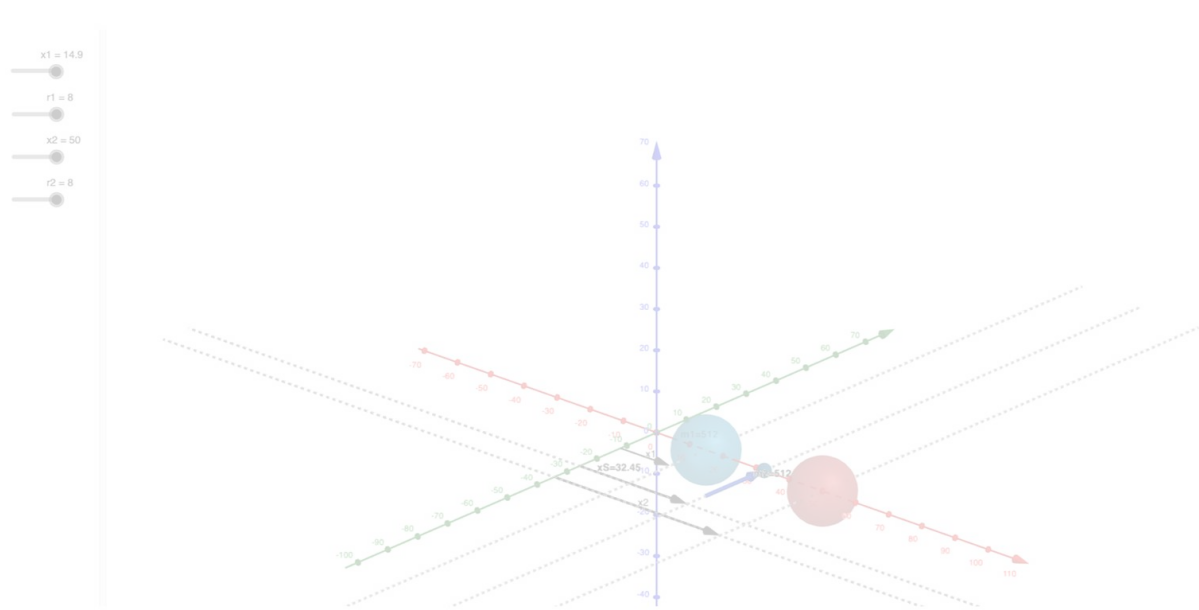
Punkt materialny

bezwymiarowy obiekt obdarzony masą.

Symulacja interaktywna

Jak wyznaczyć położenie środka masy układu ciał?

W sterowalnej samodzielnie animacji możesz obserwować zmianę położenia środka masy układu składającego się z dwóch kulek w zależności od zmiany ich mas oraz odległości między nimi.






Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DMJZr5tGy>

Polecenie 1

Założmy, że początkowo masy kul są równe. Ile razy trzeba zwiększyć jedną z mas, żeby środek masy układu przesunął się do $1/4$ odcinka łączącego obie kule?

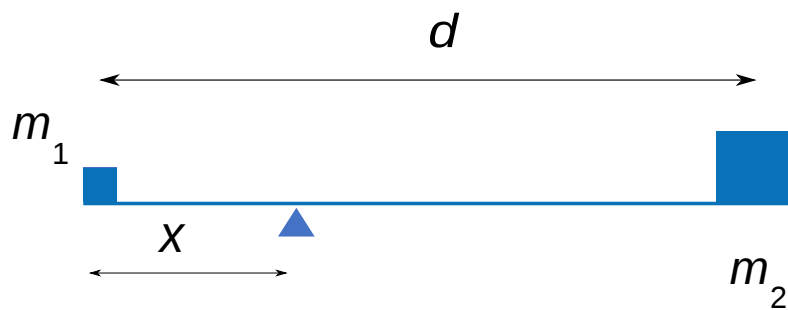
Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2

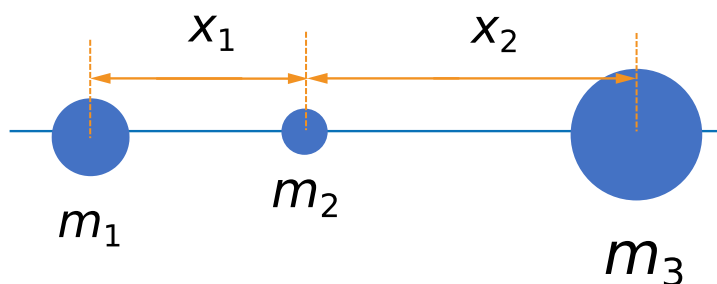


Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ćwiczenie 3



Oblicz położenie środka masy x_s dla układu trzech kul o masach m_1 , m_2 , m_3 , leżących na jednej prostej w odległościach x_1 i x_2 od siebie, jak na rysunku poniżej:

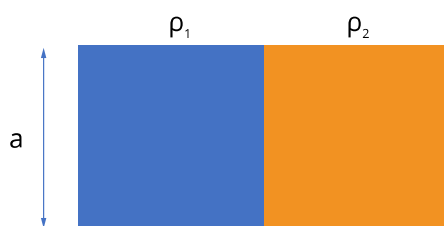


Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ćwiczenie 4



Jeśli przedmiot wykonany jest z jednorodnego materiału, to jego środek masy znajduje się w jego środku geometrycznym. Wskaż, gdzie znajduje się środek masy poniższego obiektu. Jest on złożony z dwóch przylegających do siebie jednorodnych sześciennych bloków o boku długości a , wykonanych z materiałów o gęstościach ρ_1 i ρ_2



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Przyjmij, że układ współrzędnych zaczyna się w środku lewego boku bryły, a osie są równoległe do jej krawędzi.

Podaj rozwiązanie dla przypadku szczególnego $a = 1$ m i $\rho_1 = 2720 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (aluminium) i $\rho_2 = 7875 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (żelazo)

Ćwiczenie 5



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ćwiczenie 6



Zapoznaj się z treścią i rozwiązaniem ćwiczenia 5. Czy lepiej, żeby cysterna była jednym dużym zbiornikiem, czy żeby była podzielona na serię mniejszych?

Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

| | |
|---|---|
| Imię i nazwisko autora: | Dariusz Aksamit |
| Przedmiot: | Fizyka |
| Temat zajęć: | Jak wyznaczyć położenie środka masy? |
| Grupa docelowa: | III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony |
| Podstawa programowa: | <p>Cele kształcenia - wymagania ogólne</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p>III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników.</p> <p>Zakres rozszerzony</p> <p>Treści nauczania - wymagania szczegółowe</p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem;</p> <p>10) przeprowadza wybrane obserwacje, pomiary i doświadczenia korzystając z ich opisów; planuje i modyfikuje ich przebieg; formułuje hipotezę i prezentuje kroki niezbędne do jej weryfikacji;</p> <p>III. Mechanika bryły sztywnej. Uczeń:</p> <p>1) wyznacza położenie środka masy układu ciał.</p> |
| Kształtowane kompetencje kluczowe: | <p>Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r:</p> <ul style="list-style-type: none">• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,• kompetencje cyfrowe,• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się. |

| | |
|--|---|
| Cele operacyjne: | <p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. pozna matematyczną definicję środka masy układu ciał (i środka ciężkości). 2. obliczy środek masy prostych układów ciał leżących na jednej prostej oraz na płaszczyźnie. 3. dowie się, jak eksperymentalnie wyznaczyć środek masy. |
| Strategie i metody nauczania: | Strategia eksperymentalno-obszewacyjna. |
| Formy zajęć: | Praca grupowa |
| Środki dydaktyczne: | - |
| Materiały pomocnicze: | - |
| PRZEBIEG LEKCJI | |
| Faza wprowadzająca: | |
| <p>Nauczyciel przypomina pojęcie środka masy i zapisuje jak definiujemy go je matematycznie.</p> <p>Uczniowie w małych grupach rozwiązują zadania 2, 3, 7 i 8, aby sprawdzić, czy radzą sobie z prostymi rachunkami.</p> | |
| Faza realizacyjna: | |
| <p>Nauczyciel przechodzi do zagadnienia środka masy bryły, prezentując np. zeszyt, deskę, cegłę, tekturowy arkusz czy inny duży przedmiot - i pokazuje, próbując podeprzeć go w różnych punktach, że środek masy znajduje się w środku geometrycznym. Z tektury uczniowie mogą wyciąć różne kształty (prostokąty, okręgi, trójkąty), zaznaczyć na nich markerem punkt, w którym trzeba je podeprzeć, a następnie - od linijki - narysować odpowiednio ich przekątne, średnice i środkowe, a następnie pokazać, że przecinają się one właśnie w tym wyznaczonym eksperymentalnie punkcie.</p> <p>Uczniowie następnie samodzielnie rozwiązują zadania rachunkowe, w szczególności zadania 7 i 8 z niniejszego e-materiału.</p> | |
| Faza podsumowująca: | |
| <p>Nauczyciel podsumowuje treści przekazane w trakcie lekcji i zachęca do dalszego eksperymentowania w domu. Nauczyciel zadaje pracę domową.</p> <p>Dla uczniów chętnych proponuje następujące doświadczenie jako pracę domową: uczniowie zawieszają na nitce wybrane przez siebie nieregularne przedmioty - jak w końcowej treści animacji - i wykonują ich zdjęcia. W programie komputerowym mogą nałożyć zdjęcia na siebie w taki sposób, żeby widoczne były rzuty tych obiektów wzdłuż różnych osi. Ośie te przechodzą przez środek masy. Wyniki uczniowie mogą zaprezentować klasie.</p> | |

Praca domowa:

Zasugerować rozwiązanie zadań, będących częścią tego e-materiału, których nie rozwiązano w trakcie lekcji.

**Wskazówki
metodyczne opisujące
różne zastosowania
danego multimedium:**

Animacja może być wykorzystana zgodnie ze scenariuszem.
Zapoznanie się z animacją może również zostać zadane przez nauczyciela uczniom do domu w celu weryfikacji przyswojonego materiału.