



Okrąg opisany na trójkącie

Materiał zawiera ilustracje(fotografie, obrazy, rysunki), ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Zawartość tekstowa - własności symetralnych boków trójkąta, położenie punktu przecięcia symetralnych boków trójkąta, okrąg opisany na trójkącie.

Aplety - miejsce punktu przecięcia symetralnych boków trójkąta, konstrukcja okręgu opisanego na trójkącie, położenie środka okręgu opisanego na trójkącie.

Ćwiczenia - konstrukcja okręgu opisanego na trójkącie, wykorzystanie własności symetralnych boków trójkąta.

Okrąg opisany na trójkącie

W tym materiale dowiesz się:

- jak wyznaczamy środek okręgu opisanego na trójkącie,
- jaka jest zależność pomiędzy rodzajem trójkąta, a miejscem położenia środka okręgu,
- jakie praktyczne zastosowanie może mieć umiejętność wyznaczania środka okręgu opisanego na trójkącie.

Przykład 1

Wyobraźmy sobie, że w pewnym powiecie należy wybudować stację benzynową w takim miejscu, aby znajdowała się w takiej samej odległości od każdej z miejscowości A , B i C .

Zakładamy przy tym, że w pobliżu tych miejscowości nie ma jeziora, nie płynie rzeka, ani nie znajdują się żadne inne przeszkody uniemożliwiające wybudowanie w danym punkcie stacji benzynowej.

Zastanów się, jak znaleźć miejsce, w którym należy wybudować stację benzynową.

Jeśli nie masz pomysłu – zastosuj nasze wskazówki zawarte w aplecie „Stacja benzynowa” zamieszczonym poniżej.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/Psy6zSOgk>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Co zauważasz? Gdzie twoim zdaniem powinna stanąć stacja benzynowa?

Jeśli uważasz, że w punkcie przecięcia narysowanych prostych, uzasadnij swoje przypuszczenia.

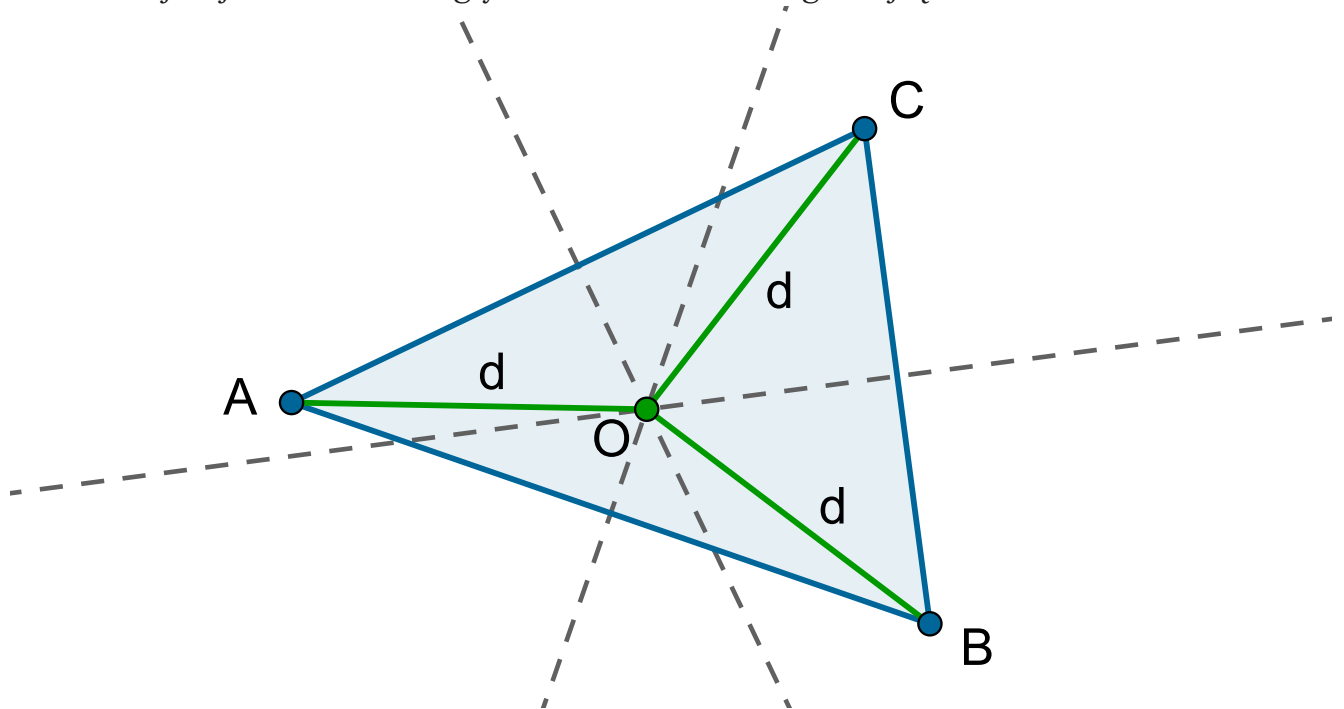
Uzasadnienie:

Symetralna odcinka jest prostą będącą zbiorem punktów równo oddalonych od obu końców odcinka. Jeśli rozważymy trójkąt ABC , to otrzymane proste są symetralnymi boków tego trójkąta. Symetralne te przecięły się w jednym punkcie, który leży na symetralnej odcinka AB , na symetralnej odcinka BC i na symetralnej odcinka CA . Zatem leży w tej samej odległości odpowiednio od punktów A i B oraz B i C oraz C i A .

Zapamiętaj!

Symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie.

Punkt ten jest jednakowo odległy od wierzchołków tego trójkąta.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2

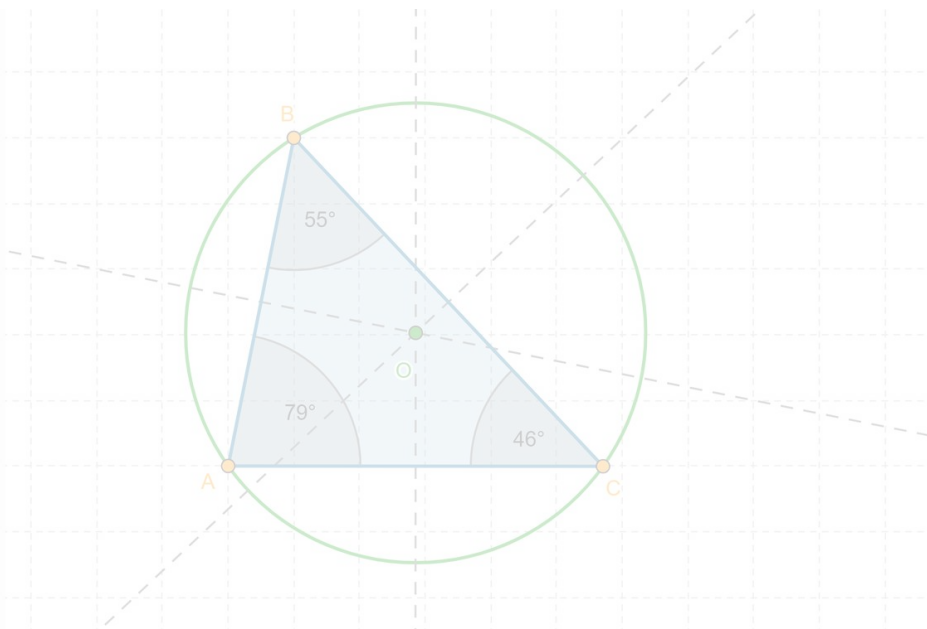
Sprawdzimy, gdzie znajduje się punkt przecięcia symetralnych boków trójkąta, w zależności od rodzaju tego trójkąta.

Punkt przecięcia symetralnych boków trójkąta

Punkt O jest punktem przecięcia symetralnych boków trójkąta ABC.

Zmieniaj położenie wierzchołków trójkąta ABC tak, aby otrzymać trójkąty prostokątne, rozwartokątne i ostrokątne.

Zaobserwuj w każdym przypadku położenie punktu O.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/Psy6zSOgk>

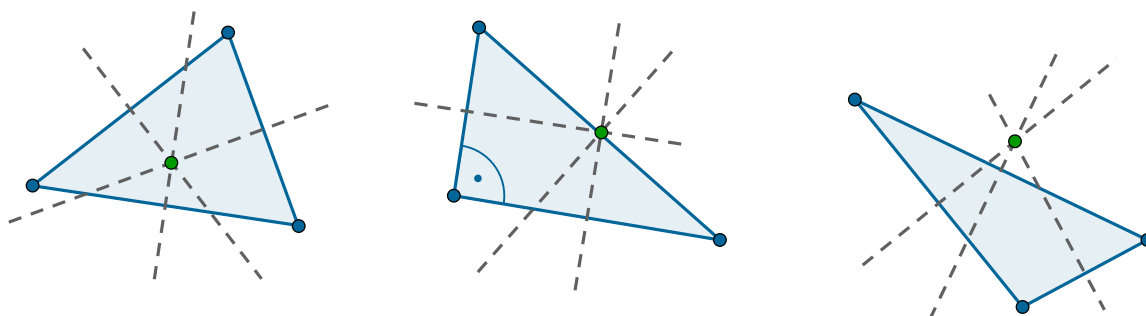
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- Czy punkt przecięcia symetralnych może leżeć na jednym z boków trójkąta? Jeśli tak, to jaki to rodzaj trójkąta?
- Czy punkt ten może leżeć poza trójkątem? Jeśli tak, to jaki to rodzaj trójkąta?
- Czy punkt ten może należeć do wnętrza trójkąta? Jeśli tak, to jaki to rodzaj trójkąta?

Zapamiętaj!

Symetralne boków trójkąta

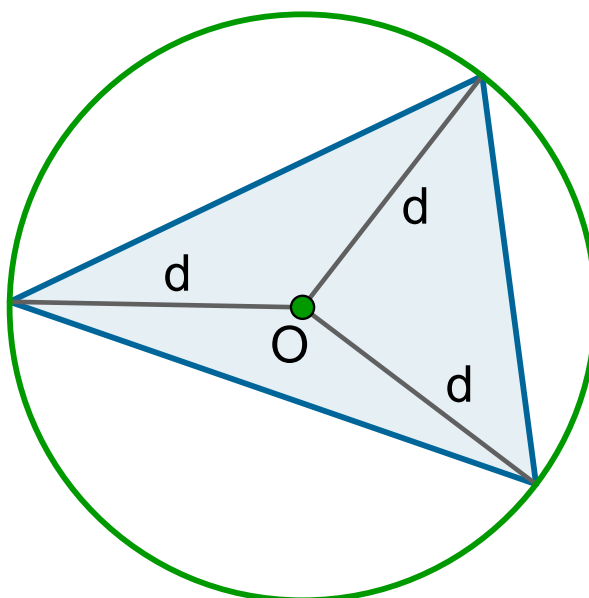
- ostrokątne przecinają się w punkcie należącym do wnętrza tego trójkąta,
- prostokątne przecinają się w punkcie będącym środkiem najdłuższego boku tego trójkąta,
- rozwartokątne przecinają się w punkcie leżącym poza trójkątem.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Okrąg opisany na trójkącie

Jeżeli na okręgu leżą wszystkie wierzchołki trójkąta, to taki okrąg nazywamy okręgiem opisanym na trójkącie. O trójkącie mówimy, że jest wpisany w okrąg.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 3

Skonstruujemy okrąg opisany na trójkącie.

Wiemy już, że środek okręgu musi leżeć w tej samej odległości od wierzchołków trójkąta. Leży zatem na przecięciu symetralnych boków trójkąta.

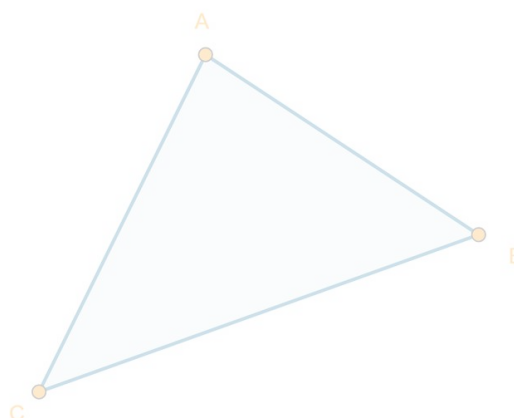
Konstrukcja okręgu opisanego na trójkącie

etap 1 z 9



Dany jest trójkąt ABC.
Skonstruujemy okrąg, który przechodzi przez wierzchołki tego trójkąta (okrąg opisany na trójkącie).

Uwaga:
Możesz zmieniać położenie wierzchołków trójkąta.



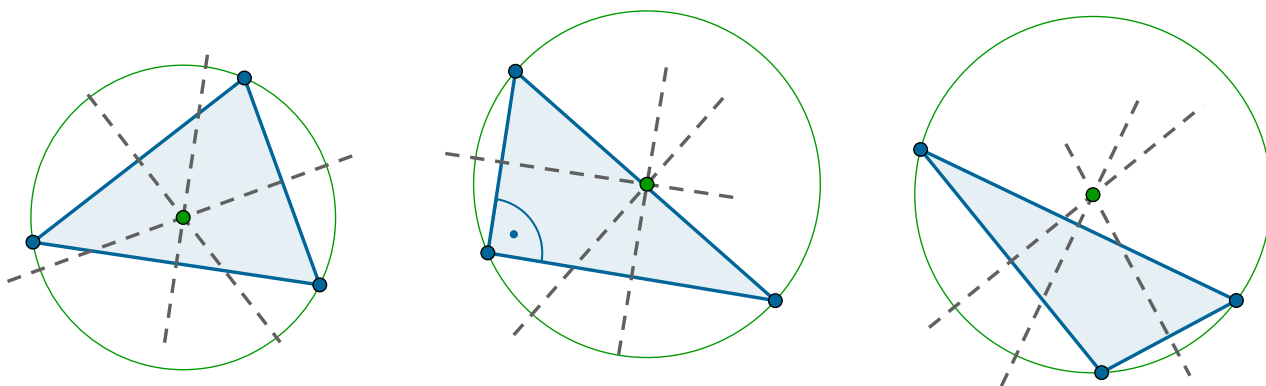
Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/Psy6zSOgk>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Twierdzenie: Okrąg opisany na trójkącie

Na każdym trójkącie można opisać okrąg. Środek tego okręgu leży na przecięciu symetralnych boków tego trójkąta.

Zastanówmy się teraz, gdzie może leżeć środek okręgu opisanego na trójkącie. W tym celu przypomnijmy sobie rozważania na temat położenia punktu przecięcia symetralnych trójkąta. Zwróć uwagę na poniższą ilustrację, na której przedstawiono wszystkie możliwości położenia środka okręgu opisanego na trójkącie.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie słowa lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej tak, aby poprawne było uzasadnienie poniższej tezy.

Na każdym trójkącie można opisać okrąg.

Uzasadnienie:

W każdym trójkącie możemy wyznaczyć jego boków i punkt przecięcia tych będzie jednakowo odległy od każdego wierzchołka trójkąta.

Punkt przecięcia jest wtedy środkiem okręgu, a jego jest odległość między punktem przecięcia i .

Możemy tak postąpić w każdym przypadku, więc na każdym trójkącie można opisać okrąg.

dowolnym wierzchołkiem

symetralnych

dowolnym środkiem podstawy

dwusiecznych

symetralnych

promieniem

symetralnych

dwusieczne

dwusiecznych

dwusiecznych

średnicą

symetralne

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

- ☐ Na każdym trójkącie można opisać okrąg.
- ☐ Środkiem okręgu opisanego na trójkącie jest punkt przecięcia symetralnych boków tego trójkąta.
- ☐ Środkiem okręgu opisanego na trójkącie jest punkt przecięcia dwusiecznych kątów tego trójkąta.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie słowa lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Środek okręgu opisanego na trójkącie ostrokątnym leży tego trójkąta.
- Środek okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym leży na tego trójkąta i dzieli ten bok na równe części.
- Środek okręgu opisanego na trójkącie rozwartokątnym leży .

dowolnym boku na zewnątrz poza trójkątem przyprostokątnej dwie
wewnątrz trójkąta przeciwprostokątnej we wnętrzu trzy

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Połącz w pary trójkąt i położenie środka okręgu opisanego na tym trójkącie.

trójkąt równoramienny o kącie między ramionami wynoszącym 100°

poza trójkątem

trójkąt równoboczny o długości boku równym 3 cm

we wnętrzu trójkąta

trójkąt o bokach długości 3 cm, 4 cm i 5 cm

na najdłuższym z boków

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym równoramiennym ma długość 10 cm. Oblicz, jaką długość ma odcinek łączący wierzchołek kąta prostego ze środkiem przeciwprostokątnej. Uzupełnij poniższe zdanie, przeciągając w lukę odpowiednią liczbę.

Odcinek łączący wierzchołek kąta prostego ze środkiem przeciwprostokątnej ma długość

cm.

5

20

25

10

15

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



W trójkącie równoramiennym jeden z kątów ma miarę 80° . Czy środek okręgu opisanego na tym trójkącie leży wewnątrz tego trójkąta? Zaznacz poprawną odpowiedź.



Nie można udzielić jednoznacznej odpowiedzi, gdyż nie wiemy jakie miary mają pozostałe kąty trójkąta.



Nie, środek okręgu opisanego na tym trójkącie leży na jednym z boków tego trójkąta.



Nie, środek okręgu opisanego na tym trójkącie nie leży wewnątrz tego trójkąta.



Tak, środek okręgu opisanego na tym trójkącie leży wewnątrz tego trójkąta.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



W trójkącie suma miar dwóch kątów wynosi 80° . Czy środek okręgu opisanego na tym trójkącie leży wewnątrz tego trójkąta? Zaznacz prawidłową odpowiedź.



Tak, bo trójkąt jest ostrokątny.



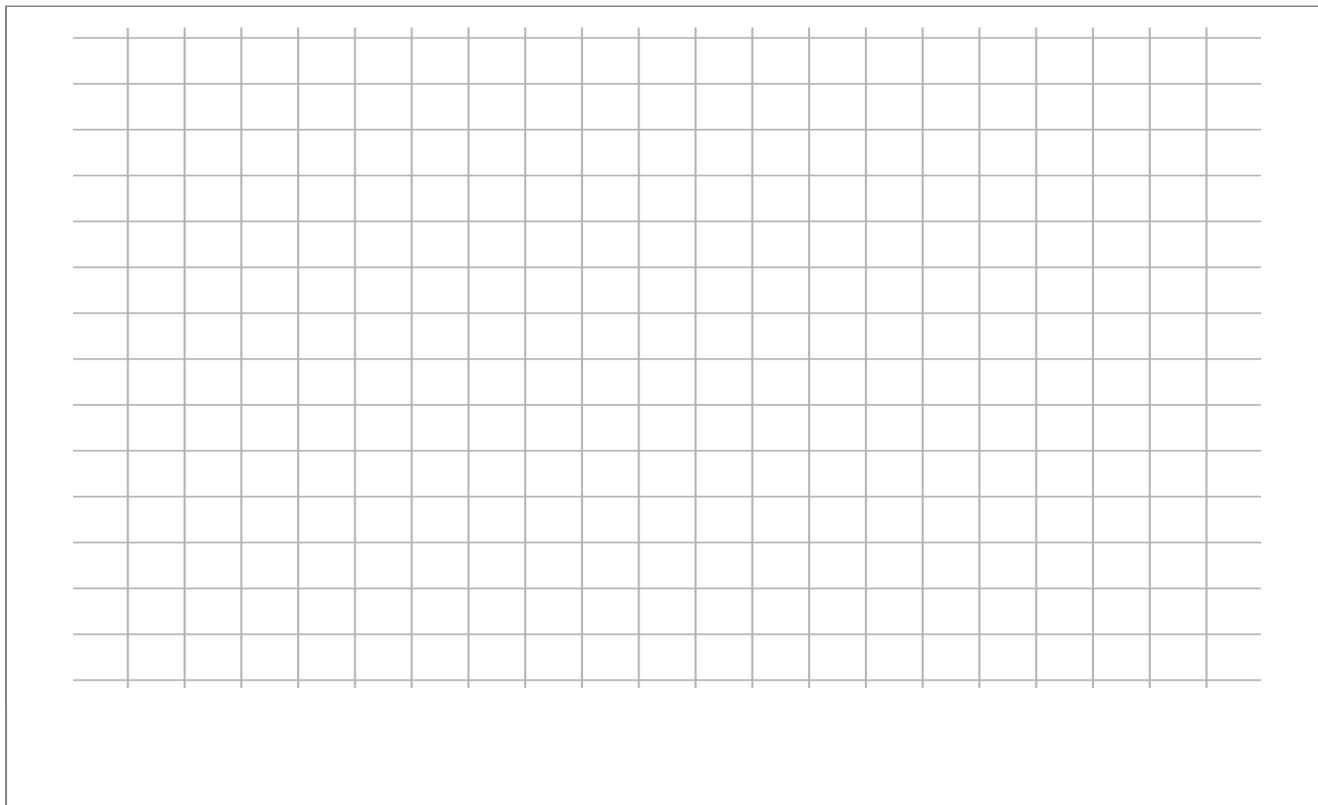
Nie, bo trójkąt jest rozwartokątny.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Skonstruuj dowolny trójkąt, którego obwód jest mniejszy od średnicy okręgu opisanego na tym trójkącie.

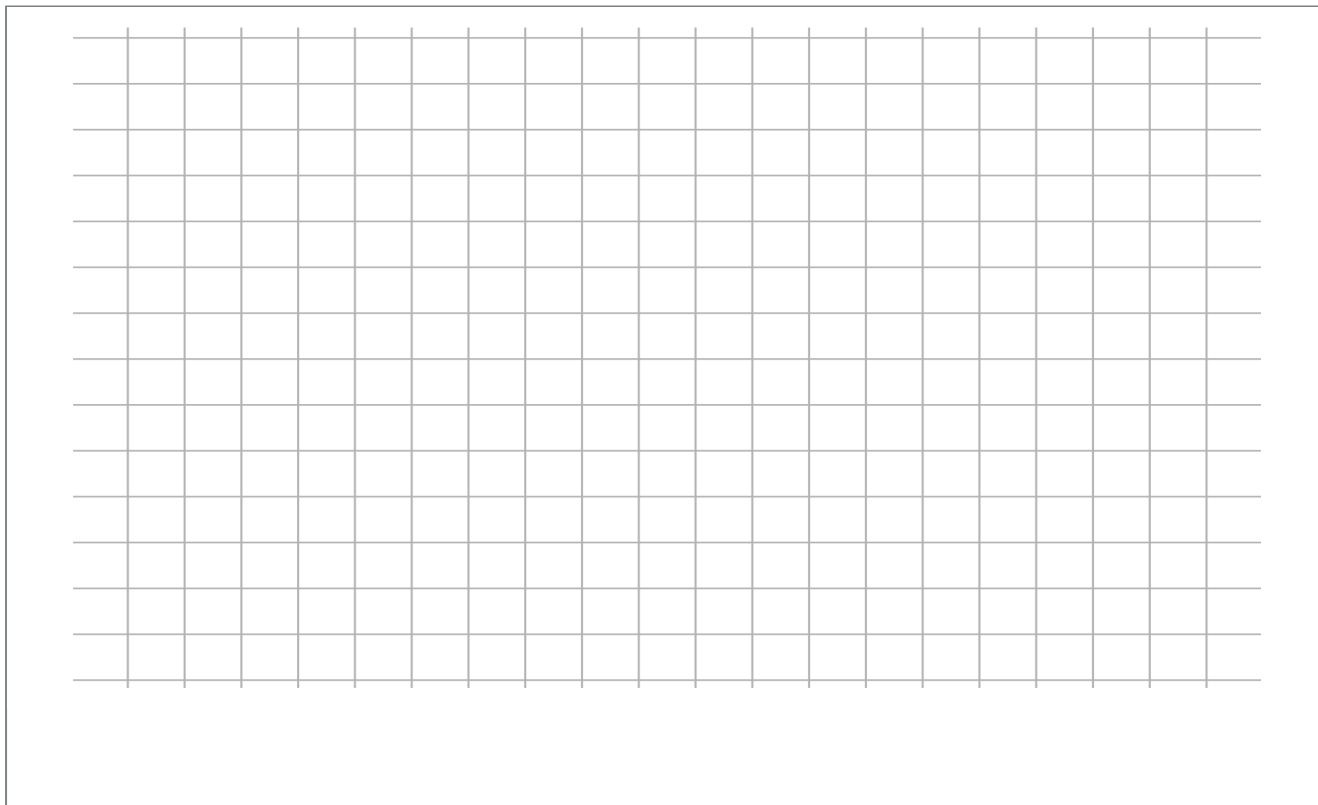


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Zbuduj trójkąt, którego jeden bok ma długość 3 cm, a odległość środka okręgu opisanego na tym trójkącie od jednego z jego wierzchołków wynosi 5 cm.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐

Każdy bok trójkąta prostokątnego wpisanego w okrąg jest krótszy od średnicy tego okręgu.

☐

Każdy bok trójkąta rozwartokątnego wpisanego w okrąg jest krótszy od średnicy tego okręgu.

☐

Dla dowolnych trzech punktów niewspółliniowych można narysować okrąg, który przechodzi przez te punkty.

☐

Środek okręgu opisanego na trójkącie równobocznym jest punktem przecięcia wysokości tego trójkąta.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Uzupełnij odpowiedzi, przeciągając w luki odpowiednie słowa.

- Jeśli środek okręgu opisanego na trójkącie leży na zewnątrz trójkąta, to trójkąt ten jest
- Jeśli środek okręgu opisanego na trójkącie leży wewnątrz trójkąta, to trójkąt ten jest
- Jeśli środek okręgu opisanego na trójkącie nie leży na brzegu trójkąta, to trójkąt ten nie jest

ostrokątny

prostokątny

rozwartokątny

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.