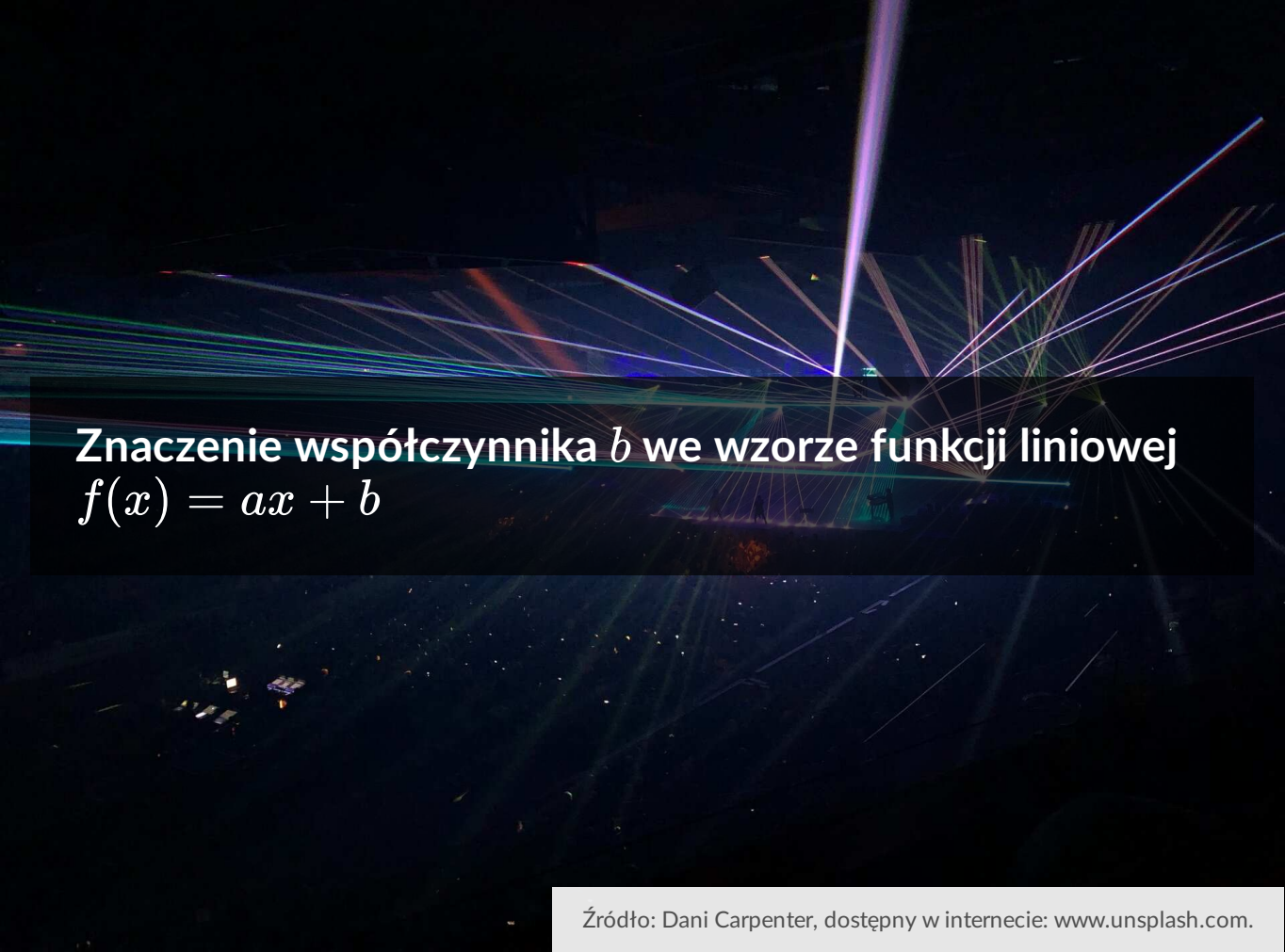




Znaczenie współczynnika b we wzorze funkcji liniowej $f(x) = ax + b$

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Aplet](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Znaczenie współczynnika b we wzorze funkcji liniowej

$$f(x) = ax + b$$

Źródło: Dani Carpenter, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

Funkcja liniowa ma wiele ciekawych własności, które wykorzystujemy do rozwiązywania problemów matematycznych. Decydują o nich współczynniki liczbowe występujące we wzorze tej funkcji. W materiale omówimy, jak wartość współczynnika b wpływa na zamianę własności funkcji liniowej. Opierając się na wiedzy teoretycznej oraz omówionych przykładach, rozwiążemy ćwiczenia interaktywne.

Twoje cele

- Określisz znaczenie współczynnika b we wzorze funkcji liniowej $f(x) = ax + b$.
- Przeanalizujesz położenie wykresu funkcji liniowej w układzie współrzędnych, w zależności od współczynnika b .
- Wyznaczysz punkt przecięcia (o ile istnieje) wykresu funkcji liniowej z osią Y układu współrzędnych.
- Zastosujesz poznaną wiedzę do rozwiązywania problemów matematycznych.

Przeczytaj

W materiale omówimy znaczenie współczynnika b we wzorze [funkcji liniowej](#)

$$f(x) = ax + b.$$

Wyznamy wzór na współczynnik b , jeżeli do wykresu funkcji liniowej należą punkty o współrzędnych $A = (x_1, y_1)$ i $B = (x_2, y_2)$.

Zauważmy, że $y_1 = f(x_1)$ oraz $y_2 = f(x_2)$.

Zapisujemy i rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} y_1 = a \cdot x_1 + b \\ y_2 = a \cdot x_2 + b \end{cases}$$

Z układu równań otrzymujemy, że

$$b = y_1 - \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \cdot x_1.$$

Przykład 1

Obliczymy wartość współczynnika b we wzorze funkcji liniowej, jeżeli do wykresu tej funkcji należą punkty o współrzędnych $(1, \frac{1}{5})$ oraz $(-2, -1)$.

Rozwiązanie:

Wykorzystamy wzór na współczynnik b , zatem:

$$b = \frac{1}{5} - \frac{\frac{1}{5} + 1}{1 + 2} \cdot 1 = \frac{1}{5} - \frac{2}{5} = -\frac{1}{5}.$$

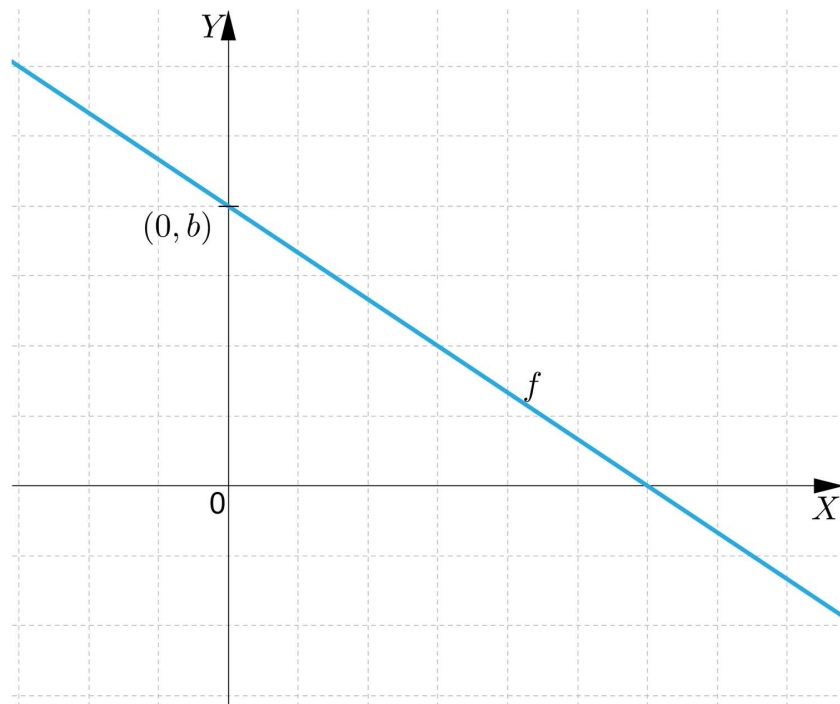
Wartość współczynnika b decyduje o:

1. współrzędnych punktu przecięcia wykresu funkcji określonej wzorem $f(x) = ax + b$ z osią Y układu współrzędnych.

Do wyznaczenia współrzędnych przecięcia wykresu funkcji liniowej z osią rzędnych układu współrzędnych należy do wzoru funkcji podstawić w miejsce x liczbę 0.

$$\text{Zatem } f(0) = a \cdot 0 + b = b.$$

Wobec tego punkt przecięcia wykresu funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = ax + b$ z osią Y układu współrzędnych ma współrzędne $(0, b)$.

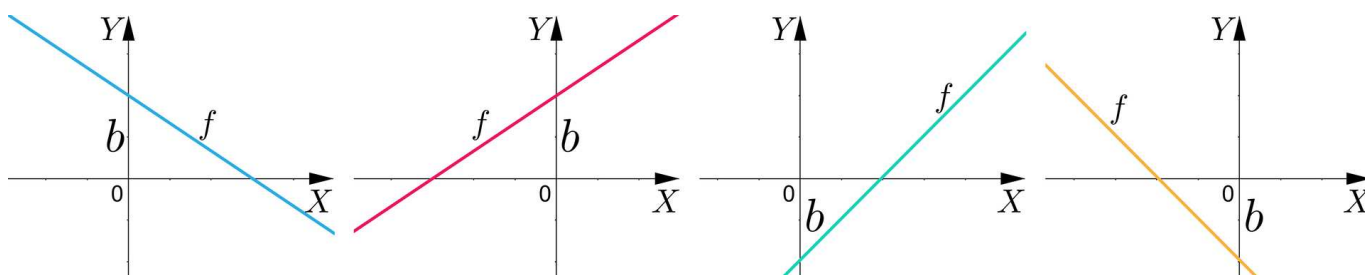


2. przesunięciu wykresu funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = ax$ w górę lub w dół wzdłuż osi Y układu współrzędnych.

Jeżeli funkcja liniowa jest określona wzorem $f(x) = ax + b$, to:

- dla $b > 0$ wykres funkcji określonej wzorem $f(x) = ax$ należy przesunąć o b jednostek w górę wzdłuż osi Y ,
- dla $b < 0$ wykres funkcji określonej wzorem $f(x) = ax$ należy przesunąć o b jednostek w dół wzdłuż osi Y .

Na rysunkach przedstawiono wykresy różnych funkcji liniowych po przesunięciu o b jednostek w górę lub w dół wzdłuż osi Y układu współrzędnych.



3. wartości miejsca zerowego funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = ax + b$.

Miejsce zerowe funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = ax + b$:

- jeżeli $a = 0$ i $b = 0$, to funkcja liniowa ma nieskończenie wiele miejsc zerowych,
- jeżeli $a = 0$ i $b \neq 0$, to funkcja liniowa nie ma miejsc zerowych,
- jeżeli $a \neq 0$, to miejsce zerowe funkcji liniowej obliczamy ze wzoru: $x_0 = -\frac{b}{a}$.

Ważne!

Jeżeli $b = 0$, to do wykresu każdej funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = ax + b$ należy punkt o współrzędnych $(0, 0)$.

Przykład 2

Dane są funkcje liniowe określone wzorami: $f_1(x) = -3x + 3$, $f_2(x) = 2x - 3$, $f_3(x) = -x - 3$, $f_4(x) = -\frac{1}{2}x - 3$, $f_5(x) = \sqrt{2}x + 3$, $f_6(x) = -\sqrt{5}x + 3$.

Podamy wzory funkcji, których wykresy przecinają oś Y w punkcie o współrzędnych $(0, -3)$.

Rozwiązanie:

Wzory funkcji, których wykresy przecinają oś Y w punkcie o współrzędnych $(0, -3)$: f_2 , f_3 , f_4 .

Przykład 3

Do wykresu funkcji określonej wzorem $f(x) = -\frac{1}{3}x + b$ należy punkt o współrzędnych $(9, -2)$.

Wyznamy współrzędne punktu przecięcia wykresu tej funkcji z osią rzędnych układu współrzędnych.

Rozwiązanie:

Jeżeli punkt o współrzędnych $(9, -2)$ należy do wykresu funkcji określonej wzorem $f(x) = -\frac{1}{3}x + b$, to do wyznaczenia wartości b rozwiążemy równanie:

$$-2 = -\frac{1}{3} \cdot 9 + b.$$

Wobec tego $b = 1$.

Zatem punkt przecięcia wykresu tej funkcji z osią Y ma współrzędne $(0, 1)$.

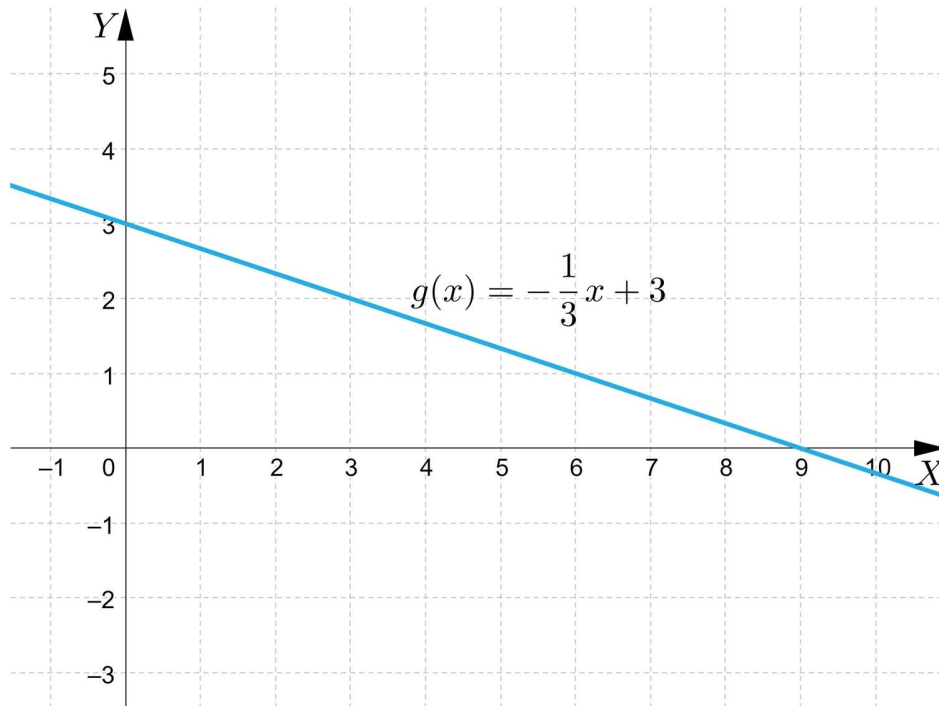
Przykład 4

Wykres funkcji określonej wzorem $f(x) = -\frac{1}{3}x$ przesunięto o 3 jednostki w górę wzdłuż osi rzędnych układu współrzędnych. Wyznamy pole trójkąta ograniczonego wykresem tej funkcji oraz osiami układu współrzędnych.

Rozwiązanie:

Wzór funkcji f po przesunięciu o 3 jednostki w górę wzdłuż osi rzędnych układu współrzędnych zapisujemy w postaci $g(x) = -\frac{1}{3}x + 3$.

Wykres tej funkcji przedstawia się następująco:



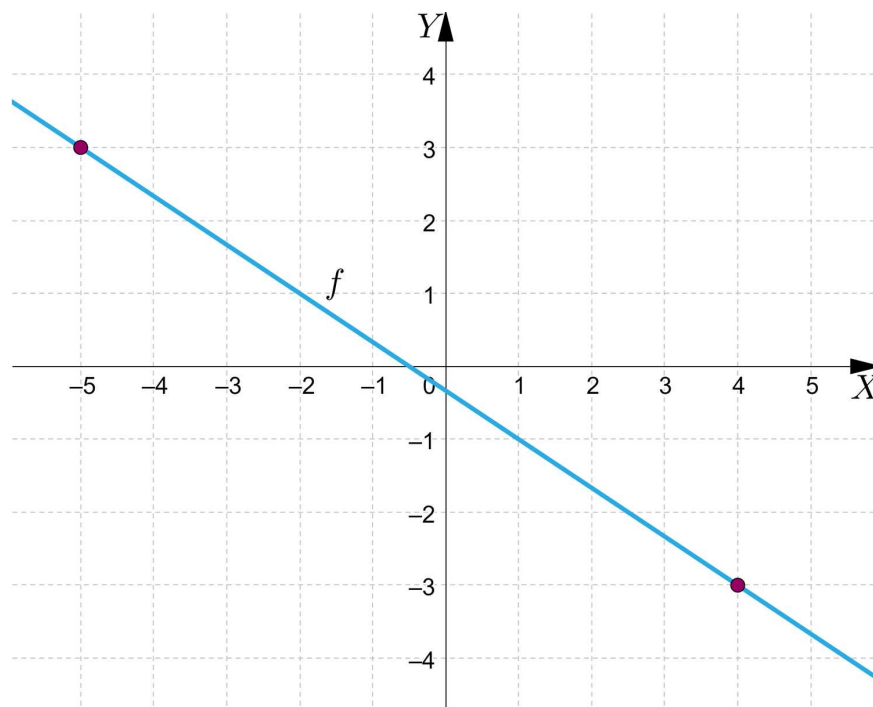
Otrzymaną figurą jest trójkąt prostokątny. Pole tego trójkąta obliczymy ze wzoru $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$.

Z rysunku odczytujemy, że $a = 9$ i $h = 3$, zatem:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 3 = \frac{27}{2}.$$

Przykład 5

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji określonej wzorem $f(x) = ax + b$. Wyznamy współrzędne punktu przecięcia wykresu tej funkcji z osią Y.



Rozwiązanie:

Z rysunku odczytujemy, że do wykresu funkcji należą punkty o współrzędnych $(-5, 3)$ oraz $(4, -3)$.

Niech $f(x) = ax + b$.

Do wyznaczenia wartości a i b rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} 3 = a \cdot (-5) + b \\ -3 = a \cdot 4 + b \end{cases}.$$

Zatem $a = -\frac{2}{3}$ oraz $b = -\frac{1}{3}$.

Wobec tego punkt przecięcia wykresu tej funkcji z osią Y ma współrzędne $(0, -\frac{1}{3})$.

Przykład 6

Wykres funkcji liniowej przecina oś Y w punkcie o rzędnej równej 3, a do wykresu tej funkcji należy punkt o współrzędnych $(-2, 1)$. Wyznamy wzór tej funkcji.

Rozwiązanie:

Niech $f(x) = ax + b$.

Ponieważ wykres tej funkcji przecina oś Y w punkcie o rzędnej równej 3, to $b = 3$.

Zatem funkcja wyraża się wzorem $f(x) = ax + 3$.

Jeżeli do wykresu tej funkcji należy punkt o współrzędnych $(-2, 1)$, to do wyznaczenia wartości a rozwiązujemy równanie:

$$1 = a \cdot (-2) + 3, \text{ zatem } a = 1.$$

Funkcja jest określona wzorem $f(x) = x + 3$.

Przykład 7

Obliczymy, dla jakiej wartości parametru m wykres funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = -\frac{2}{3}x + (3m - 1)$ przecina oś Y w punkcie o współrzędnych $(0, -2)$.

Rozwiązanie:

Ponieważ wykres tej funkcji przecina oś Y w punkcie o współrzędnych $(0, -2)$ oraz $b = 3m - 1$, zatem do wyznaczenia wartości parametru m rozwiązujemy równanie:

$$3m - 1 = -2, \text{ wobec tego } m = -\frac{1}{3}.$$

Przykład 8

Obliczymy, dla jakiej wartości parametru m funkcja liniowa określona wzorem $f(x) = \frac{3}{8}m - \frac{1}{2}$ nie ma miejsc zerowych.

Rozwiązanie:

Ze wzoru funkcji możemy odczytać, że $a = 0$ oraz $b = \frac{3}{8}m - \frac{1}{2}$.

Funkcja liniowa nie ma miejsc zerowych, gdy $b \neq 0$.

Zatem $\frac{3}{8}m - \frac{1}{2} \neq 0$, czyli $m \neq \frac{4}{3}$.

Słownik

funkcja liniowa

funkcja określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie $a, b \in \mathbb{R}$

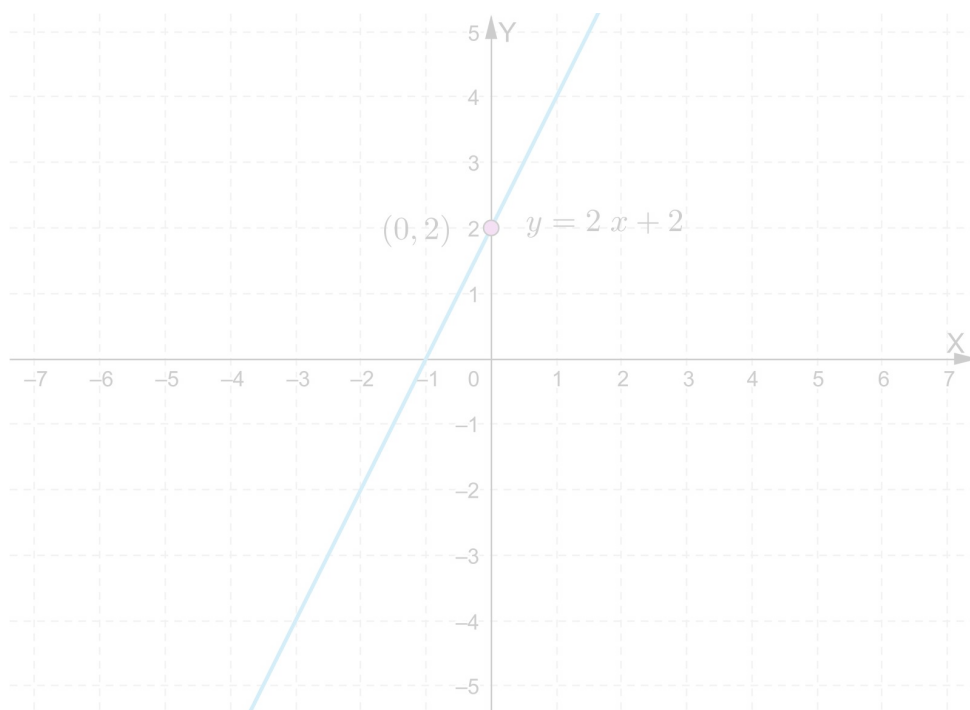
miejsce zerowe funkcji

argument, dla którego wartość funkcji wynosi 0, pierwsza współrzędna punktu przecięcia wykresu funkcji z osią X

Aplet

Polecenie 1

Uruchom aplet, a następnie przeanalizuj, jak zmienia się wzór funkcji liniowej oraz wartość miejsca zerowego, gdy zmienia się wartość współczynnika b we wzorze funkcji liniowej.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D15nRszLn>

Polecenie 2

Podamy wzór funkcji linowej $f(x) = ax + b$, jeżeli $a = -\frac{1}{2}$ oraz wykres tej funkcji przecina oś Y w punkcie o współrzędnych:

a) $(0, -1)$

b) $(0, 3)$

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Funkcja liniowa określona wzorem $f(x) = 2x + (3m - 1)$ przecina oś Y w punkcie o współrzędnych $(0, -3)$, gdy:

☐ $m = \frac{2}{3}$

☐ $m = -\frac{2}{3}$

☐ $m = \frac{4}{3}$

Ćwiczenie 2



Połącz w pary wzór funkcji liniowej ze współrzędnymi punktu przecięcia wykresu tej funkcji z osią Y :

$f(x) = \frac{1}{2}x - 4$

$(0, 4)$

$f(x) = 4x - \frac{1}{2}$

$(0, -\frac{1}{2})$

$f(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

$(0, \frac{1}{2})$

$f(x) = -4x + \frac{1}{2}$

$(0, -4)$

Ćwiczenie 3



Wstaw w tekst odpowiednie liczby.

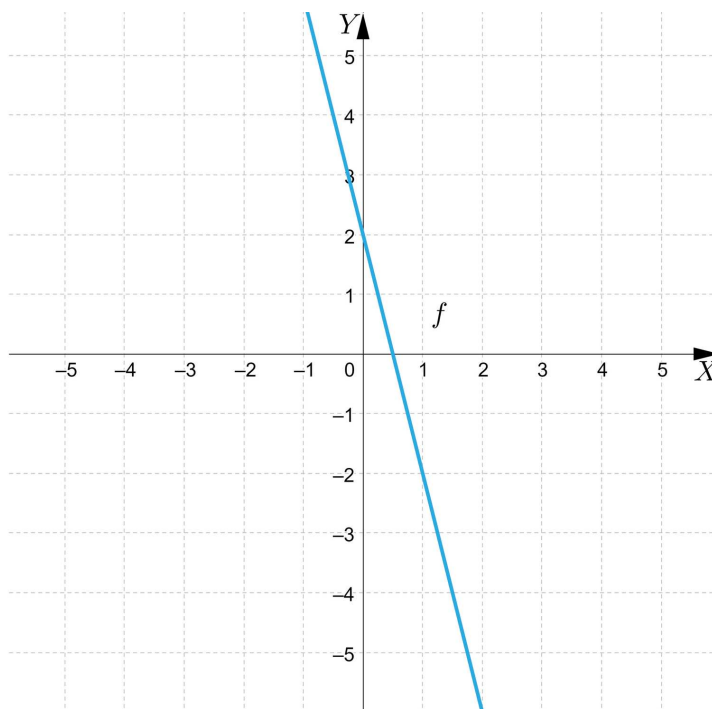
Funkcja liniowa jest określona wzorem $f(x) = -\sqrt{2}x + m - \sqrt{2}$ oraz punkt przecięcia wykresu tej funkcji z osią rzędnych ma współrzędne $(0, -2\sqrt{2})$, wobec tego $m =$

Funkcja liniowa jest określona wzorem $f(x) = -x + (2\sqrt{2} + 2m)$ oraz punkt przecięcia wykresu tej funkcji z osią rzędnych ma współrzędne $(0, 4\sqrt{2})$, wobec tego $m =$

Ćwiczenie 4



Funkcja liniowa określonej wzorem $f(x) = ax + b$ przedstawiona jest na poniższym rysunku.



Wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐

Wykres otrzymano przez przesunięcie wykresu funkcji określonej wzorem $g(x) = -4x$ o 2 jednostki w dół.

☐

Wykres otrzymano przez przesunięcie wykresu funkcji określonej wzorem $g(x) = -4x$ o 2 jednostki w górę.

☐

Wartość współczynnika b wynosi (-2) .

☐

Wartość współczynnika b we wzorze funkcji wynosi 2.

Ćwiczenie 5



Pogrupuj elementy, zgodnie z podanym opisem.

Dla funkcji liniowej określonej wzorem

$$f(x) = -2x + 3:$$

wartość współczynnika $b = 3$

wykreś funkcji $f(x) = 2x$
należy przesunąć o 3 jednostki
w dół

Dla funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = 2x - 3$
:

wartość współczynnika $b = -3$

wykreś funkcji $f(x) = -2x$
należy przesunąć o 3 jednostki
w górę

punkt przecięcia z osią Y ma
współrzędne $(0, 3)$

punkt przecięcia z osią Y ma
współrzędne $(0, -3)$

Ćwiczenie 6



Do wykresu funkcji liniowej należą punkty o współrzędnych $(-3, 4)$ i $(6, -2)$. Wyznacz współrzędne punktu przecięcia wykresu tej funkcji z osią rzędnych układu współrzędnych.

Ćwiczenie 7



Uzupełnij tekst odpowiednimi liczbami.

Jeżeli funkcja liniowa jest określona wzorem $f(x) = -3x - 2$, to punkt przecięcia wykresu tej funkcji z osią Y ma współrzędne $(0, \text{[puste pole]})$.

Jeżeli do wykresu funkcji liniowej należą punkty o współrzędnych $(-3, -2)$ oraz $(-4, -1)$, to punkt przecięcia wykresu tej funkcji z osią Y ma współrzędne $(0, \text{[puste pole]})$.

Ćwiczenie 8



Wyznacz, dla jakiej wartości parametru m wykres funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = -2x + (\frac{3}{5}m - 1)$ przecina oś Y w punkcie o współrzędnych $(0, \frac{3}{4})$.

Dla nauczyciela

Autor: Tomasz Wójtowicz

Przedmiot: Matematyka

Temat: Znaczenie współczynnika b we wzorze funkcji liniowej $f(x) = ax + b$

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

V. Funkcje. Zakres podstawowy. Uczeń:

5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii.

Cele operacyjne:

Uczeń:

- określa znaczenie współczynnika b we wzorze funkcji liniowej $f(x) = ax + b$;
- analizuje położenie wykresu funkcji liniowej w układzie współrzędnych, w zależności od współczynnika b ;
- wyznacza punkt przecięcia (o ile istnieje) wykresu funkcji liniowej z osią Y układu współrzędnych;
- stosuje poznaną wiedzę do rozwiązywania problemów matematycznych.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- dyskusja;
- liga zadaniowa;
- praca z ekspertem;

- metoda krokodyla.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda;
- komputery z dostępem do internetu dla uczniów.

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel prezentuje temat: „Znaczenie współczynnika b we wzorze funkcji liniowej $f(x) = ax + b$ ” oraz cele zajęć, omawiając lub ustalając razem z uczniami kryteria sukcesu.
2. Prowadzący prosi uczniów, aby zgłaszali swoje propozycje pytań do tematu. Jedna osoba może zapisywać je na tablicy. Gdy uczniowie wyczerpią pomysły, a pozostały jakieś ważne kwestie do poruszenia, nauczyciel je dopowiada.

Faza realizacyjna:

1. Przed lekcją nauczyciel wyłania wśród uczniów ekspertów, którzy zapoznają się z materiałem zawartym w sekcji „Przeczytaj”. Na lekcji uczniowie pracują w grupach pod kierunkiem ekspertów. Eksperci proponują grupom rozwiązywanie zadań, które przygotowali w domu (zadania oparte na przykładach z sekcji „Przeczytaj”). W razie problemów – służą pomocą, wyjaśniają niezrozumiałe elementy.
2. Uczniowie zapoznają się indywidualnie z treścią sekcji „Aplet”. Zapisują ewentualne pytania dotyczące napotkanych trudności, po czym następuje dyskusja, w trakcie której nauczyciel wyjaśnia niezrozumiałe elementy z materiału. Uczniowie wykonują wspólnie ćwiczenia nr 1-2 z sekcji „Sprawdź się”. Nauczyciel sprawdza poprawność wykonanych zadań, omawiając je wraz z uczniami.
3. Nauczyciel dzieli klasę na 4-osobowe grupy. Uczniowie rozwiązują zadania 3-5 na czas (od zadania łatwiejszego do trudniejszych). Grupa, która poprawnie rozwiąże zadania jako pierwsza, wygrywa, a nauczyciel może nagrodzić uczniów ocenami za aktywność. Rozwiązania są prezentowane na forum klasy i omawiane krok po kroku.
4. Uczniowie realizują indywidualnie ćwiczenia 6-8 z sekcji „Sprawdź się” metodą krokodyla. Krokodylem jest nauczyciel, który „czeka nieruchomo na brzegu rzeki” i „ożywia się” tylko w przypadku, gdy uczeń nie może sobie poradzić z zadaniem.

Faza podsumowująca:

1. Omówienie ewentualnych problemów z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.
2. Wybrany uczeń podsumowuje zajęcia, zwracając uwagę na nabyte umiejętności, odnosząc się do wyświetlonych na tablicy interaktywnej celów z sekcji „Wprowadzenie”.

Praca domowa:

1. Zadanie dla kolegi/koleżanki. Uczniowie dobierają się w pary i opracowują zadania analogiczne do ćwiczeń 7 i 8 z sekcji „Sprawdź się”. Następnie przesyłają je do siebie mailem, rozwiązują i na następnej lekcji porównują wyniki.

Materiały pomocnicze:

- [Definicja funkcji liniowej.](#)

Wskazówki metodyczne:

- Nauczyciel może wykorzystać materiał w sekcji „Aplet” do realizacji zagadnień związanych z przesunięciem wykresu funkcji wzdłuż osi rzędnych układu współrzędnych lub do pracy przed lekcją. Uczniowie zapoznają się z jego treścią i przygotowują do pracy na zajęciach w ten sposób, aby samodzielnie rozwiązać zadania dotyczące znaczenia współczynnika b we wzorze funkcji liniowej.