

Praca i moc w zadaniach

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Gra edukacyjna (gamifikacja, grywalizacja)
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Praca i moc w zadaniach

Czy to nie ciekawe?

Zagadnienia pracy i mocy często występują w codziennym życiu. Znajomość tych zagadnień pozwala opisać różne zjawiska. Jak daleko od miejsca startu zatrzyma się popchnięty hokejowy krążek? Jak tarcie wpływa na ruch i energię przyspieszającego samochodu? Jaką pracę wykonują silniki startującego samolotu, a jaką koszykarz wrzucający do kosza piłkę? Wreszcie, jakie przemiany energii zachodzą podczas swobodnego spadku ciała? Zajrzyj do tego materiału, aby uzyskać odpowiedzi na te pytania oraz dodatkowo sprawdzić swoją wiedzę w fizycznym quizie, który przygotowaliśmy.



Rys. a. Praca i moc są często towarzyszącymi nam w życiu pojęciami.

Twoje cele

- dowiesz się, jakie są definicje pracy i mocy, oraz jak można wyznaczyć te wielkości,
- zrozumiesz, jak jeden rodzaj energii może zostać przekształcony w inny za pomocą pracy,
- zastosujesz tę wiedzę do analizy różnych sytuacji fizycznych, w których następują przemiany energii.

Przeczytaj

Warto przeczytać

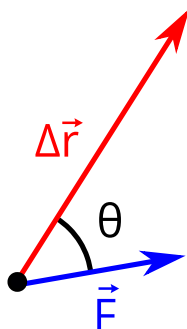
W tym e-materiale skupimy się głównie na rozwiązywaniu konkretnych zagadnień dotyczących pracy i mocy. Praca w sensie fizycznym ma dwa znaczenia:

1. Jest to sposób zamiany jednego rodzaju energii w inny (a zatem pewien proces);
2. Jest to wielkość fizyczna, która opisuje powyższy proces, czyli mówi, ile energii zostało zamienione z jednej formy w drugą.

Definicja pracy jako wielkości fizycznej jest następująca:

$$W = \vec{F} \Delta \vec{r} = F \Delta r \cos \theta,$$

gdzie F i Δr są wartościami wektorów siły i przemieszczenia, a θ – kątem pomiędzy tymi wektorami (Rys. 1.). W przypadku, gdy ruch jest prostoliniowy (a tylko takimi sytuacjami będziemy zajmowali się w tym e-materiale), wartość wektora przemieszczenia jest równa przebytej drodze $\Delta r = s$. Jednostką pracy jest dżul (J).



Rys. 1. Siła \vec{F} wykonuje pewną pracę W , kiedy ciało przesuwa się wzdłuż wektora $\Delta \vec{r}$.

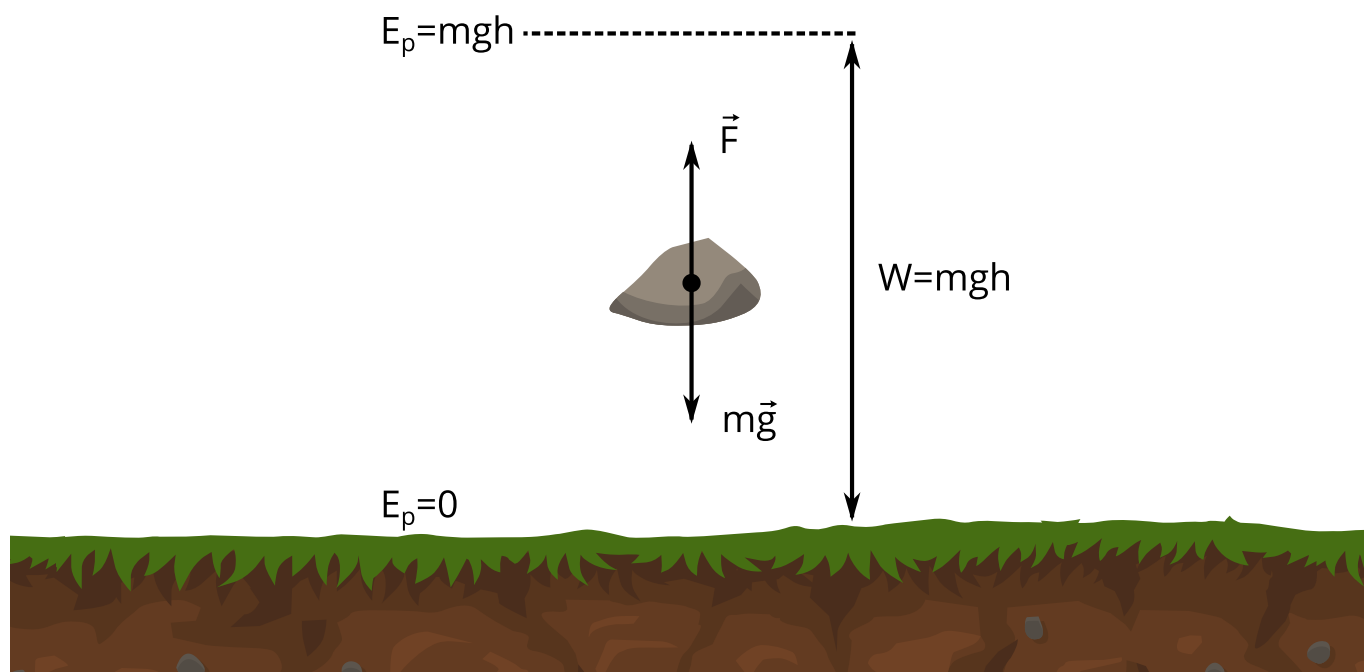
Praca opisuje, jak jeden rodzaj energii zamienia się w inny, zarówno w sposób jakościowy jak i ilościowy. Wyobraźmy sobie samochód, który przyspiesza pod wpływem stałej siły ciągu silnika F . W tym przypadku silnik wykonuje pewną pracę mechaniczną (którą możemy obliczyć z podanego powyżej wzoru). Jednocześnie możemy mówić o procesie wzrostu **energii kinetycznej** samochodu pod wpływem wykonanej pracy. Zmiana **energii kinetycznej** jest równa wykonanej pracy:

$$\Delta E_k = W.$$

Podobne rozumowanie możemy przeprowadzić dla **grawitacyjnej energii potencjalnej**. Rozważmy człowieka podnoszącego ze stałą prędkością kamień (Rys. 2.). W tym przypadku energia kinetyczna kamienia nie ulega zmianie, gdyż nie zmienia się jego prędkość. Zmienia się z kolei wysokość, na której znajduje się kamień. W tym przypadku praca jako wielkość fizyczna będzie równa zmianie energii potencjalnej kamienia:

$$\Delta E_p = W.$$

Procesem przemiany energii będzie tutaj wzrost energii potencjalnej pręta na skutek pracy wykonanej przez człowieka.



Rys. 2. Jeżeli chcemy podnieść kamień na wysokość h tak, aby jego prędkość podczas ruchu była stała, to musimy do tego użyć siły, która zrównoważy siłę grawitacji $m\vec{g}$ działającą na kamień. Praca tej siły W będzie równa zmianie energii potencjalnej kamienia - $\Delta E_p = mgh$.

Moc określa szybkość wykonywania pracy:

$$P = \frac{W}{t}.$$

Jednostką mocy jest wat (W).

Więcej informacji dotyczących pracy i mocy znajdziesz w e-materiałach “Praca mechaniczna i jej jednostka” oraz “Moc i jej jednostka”. Z kolei zaglądając do materiałów „Energia potencjalna grawitacyjna” i „Energia kinetyczna” poszerzysz swoją wiedzę o tych rodzajach energii. Wreszcie, różne zadania dotyczące pracy i mocy znajdziesz w materiale „Praca i moc w zadaniach – przykłady”.

Przeanalizujmy teraz kilka typowych zagadnień związanych z pracą, mocą i energią.

Przykład 1 : praca wykonana przez silnik samochodu

Treść zadania:

Samochód o masie $m = 750$ kg w czasie $t = 15$ s dwukrotnie zwiększył swoją prędkość, przejeżdżając w tym czasie $s = 300$ m. Jaką pracę wykonał silnik samochodu, jeżeli siła ciągu była stała? Zaniedbaj siły oporu.

<p>Dane:</p> <p>masa samochodu: $m = 750 \text{ kg}$</p> <p>odległość jaką przebył samochód: $s = 300 \text{ m}$</p> <p>czas ruchu: $t = 15 \text{ s}$</p> <p>dwukrotne zwiększenie prędkości: $v_k = 2v_p$</p>	<p>Szukane:</p> <p>praca wykonana przez silnik samochodu: $W = ?$</p>
--	---

Analiza zadania:

Siła ciągu wytworzona przez silnik była stała, a zatem samochód poruszał się ruchem jednostajnie przyspieszonym. Wykorzystując dostępne dane o przebytej drodze, czasie i zmianie prędkości będziemy w stanie wyznaczyć przyspieszenie w jego ruchu. Znając przyspieszenie, możliwe będzie określenie wartości siły ciągu, a następnie – wykonanej przez nią pracy.

Rozwiązanie:

Przyspieszenie jest zdefiniowane jako zmiana prędkości w czasie:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_k - v_p}{\Delta t} = \frac{2v_p - v_p}{t} = \frac{v_p}{t}.$$

Samochód porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym z prędkością początkową. Właściwy wzór opisujący przebytą przez niego drogę w funkcji czasu ma postać:

$$s = v_p t + \frac{1}{2} a t^2.$$

Podstawmy wyznaczony wcześniej wzór opisujący przyspieszenie i wyznaczmy wartość prędkości początkowej:

$$s = v_p t + \frac{1}{2} \frac{v_p}{t} t^2 = \frac{3}{2} \frac{v_p}{t} \rightarrow v_p = \frac{2}{3} \frac{s}{t}.$$

Możemy teraz przekształcić wzór opisujący przyspieszenie tak, by zawierał wielkości dane w zadaniu:

$$a = \frac{\frac{2}{3} \frac{s}{t}}{t} = \frac{2}{3} \frac{s}{t^2}.$$

Znając przyspieszenie, wyznaczyć możemy siłę ciągu samochodu:

$$F_c = ma = \frac{2}{3} m \frac{s}{t^2}.$$

i wykonaną przez silnik pracę:

$$W = F_c s = \frac{2}{3} m \frac{s^2}{t^2} = \frac{2}{3} \cdot 750 \text{ kg} \cdot \frac{(300 \text{ m})^2}{(15 \text{ s})^2} = 200\,000 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 200\,000 \text{ J}.$$

Odpowiedź:

Całkowita praca wykonana przez silnik wynosi $W = 200\,000 \text{ J}$.

Komentarz:

Zadanie można rozwiązać również w inny sposób. Po wyznaczeniu prędkości początkowej samochodu za pomocą wielkości danych w zadaniu, można obliczyć jej wartość oraz wartość prędkości końcowej, a następnie wyrazić pracę wykonaną przez silnik jako różnicę energii kinetycznych przed rozpoczęciem i po zakończeniu przyspieszania. Przeprowadź odpowiednie obliczenia i sprawdź, czy uzyskany wynik jest taki sam.

Przykład 2 : hamowanie pod wpływem siły oporu

Treść zadania:

W dyscyplinie sportowej zwanej curlingiem, na lodowej tafli kładzie się ciężki kamień i wprawia się go w ruch. Następnie zawodnicy szlifują tor przed kamieniem tak, by pod wpływem sił tarcia wartość prędkości kamienia i jej kierunek ulegały zmianom. Ostatecznym celem gry jest takie sterowanie ruchem kamienia, by dotarł on jak najbliżej punktu zwanego *domem*.



Rys. 3. Curling.

Załóżmy, że kamień został wypuszczony z prędkością $v = 6 \text{ m/s}$. Wyznacz jaką maksymalną drogę mógłby on przebyć po chropowatym lodzie o współczynniku tarcia $f_1 = 0,1$, przy założeniu, że nie zaczyna on wirować, ani zmieniać swojego kierunku. Ile razy wzrośnie

droga, gdy lód zostanie wyszlifowany, a współczynnik tarcia kamienia o lód zmaleje do $f_2 = 0,025$?

Dane: początkowa prędkość kamienia: $v = 6$ m/s współczynniki tarcia: $f_1 = 0,1$, $f_2 = 0,025$ przyspieszenie ziemskie: $g = 9,81$ m/s ²	Szukane: maksymalna odległość przebyta przez kamień: $s = ?$
--	---

Analiza zadania:

Na kamień poruszający się po lodzie działa tylko siła tarcia, zależna od siły nacisku kamienia na podłoże i współczynnika tarcia. Energia kinetyczna kamienia zostaje rozproszona z powodu istnienia tarcia (innymi słowy: **energia kinetyczna** zostaje zamieniona na energię wewnętrzną stykających się powierzchni przez **pracę sił tarcia**).

Rozwiązanie:

Praca sił tarcia wynosi:

$$W_T = Ts = -fF_Ns = -fmgs.$$

Zauważmy, że siła tarcia działa w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu kamienia i jej praca jest przez to ujemna. Oznacza to, że siła tarcia zmniejsza energię kamienia. Zmiana energii kinetycznej kamienia jest więc również ujemna i wynosi:

$$\Delta E_k = 0 - \frac{mv^2}{2} = -\frac{mv^2}{2}.$$

Początkowa energia kinetyczna kamienia zostaje rozproszona z powodu sił tarcia. Na tej podstawie można określić drogę, jaką przebędzie kamień:

$$-\frac{mv^2}{2} = -fmgs \rightarrow s = \frac{v^2}{fg}.$$

Wyznamy teraz wartość maksymalnej drogi po chropowatym lodzie:

$$s_1 = \frac{v^2}{f_1g} = \frac{(6 \frac{m}{s})^2}{0,1 \cdot 9,81 \frac{m}{s^2}} \approx 36,7 \text{ m}.$$

Aby wyznaczyć, ile razy dalej przesunie się kamień po wypolerowanym lodzie, możemy przeprowadzić bezpośredni rachunek podobny do przedstawionego powyżej i podzielić przez siebie obydwie otrzymane wartości. Zwróćmy jednak uwagę, że ten sam rezultat możemy otrzymać wyznaczając wartość następującego wyrażenia:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{\frac{v^2}{f_2 g}}{\frac{v^2}{f_1 g}} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{0,1}{0,025} = 4.$$

Odpowiedź:

Maksymalna odległość jaką może przebyć kamień po chropowatym lodzie wynosi ok. 36,7 m. Gdy lód zostanie wypolerowany, odległość ta wzrośnie czterokrotnie.

Komentarz:

W prawdziwej rozgrywce curlingowej kamień nigdy nie porusza się idealnie prostoliniowo. W rzeczywistości, zadaniem zawodników szcztokujących lód jest taka zmiana współczynników tarcia kamienia o lód, by nie tylko dotarł on na zamierzoną odległość, ale także mógł obracać się lub zmieniać kierunek ruchu. To pozwala np. strącać kamienie przeciwników i odsuwać je od *domu*.

Przykład 3 : moc pompy strażackiej

Treść zadania:

Do gaszenia pożarów wykorzystywana jest woda pod wysokim ciśnieniem. Oblicz moc pompy dostarczającej wodę do węża, jeśli w ciągu trzech sekund wąż opuszcza $V = 225$ litrów wody z prędkością $v = 8$ m/s. Gęstość wody wynosi $d = 1000$ kg/m³.

<p>Dane:</p> <p>objętość wody: $V = 225$ litrów = 225 dm³ = $0,225$ m³</p> <p>gęstość wody: $d = 1000$ kg/m³</p> <p>czas: $t = 3$ s</p>	<p>Szukane:</p> <p>moc pompy: $P = ?$</p>
--	---

Analiza zadania:

Wylatująca z węża woda posiada pewną energię kinetyczną. Energia ta jest wynikiem pracy mechanicznej wykonanej przez pompę. Aby wyznaczyć energię kinetyczną wody, należy najpierw ustalić jej masę.

Rozwiązanie:

Masa wody jest równa:

$$m = dV.$$

Energię kinetyczną wody można zatem wyrazić wzorem:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{dVv^2}{2}.$$

Energia kinetyczna jest równa pracy wykonanej przez pompę, a moc pompy można wyznaczyć dzieląc wykonaną pracę przez czas:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{E_k}{t} = \frac{d V v^2}{2t} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,225 \text{ m}^3 \cdot (8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 3 \text{ s}} = 2400 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 2400 \text{ W}.$$

Odpowiedź:

Moc pompy wynosi $P = 2400 \text{ W}$.

Słowniczek

energia kinetyczna

(ang.: *kinetic energy*) energia związana z poruszającym się ciałem. Jej wartość można obliczyć za pomocą wzoru $E_k = \frac{mv^2}{2}$, gdzie m jest masą ciała, a v - jego prędkością.

Określenie „kinetyczna” pochodzi od greckiego kinēma (ruch).

energia potencjalna grawitacyjna

(ang.: *gravitational potential energy*) energia związana z oddziaływaniem grawitacyjnym dwóch ciał, głównie: Ziemi i danego ciała. W tym przypadku, w pobliżu Ziemi, jej wartość można obliczyć za pomocą wzoru $E_p = mgh$, gdzie h jest wysokością ciała nad Ziemią.

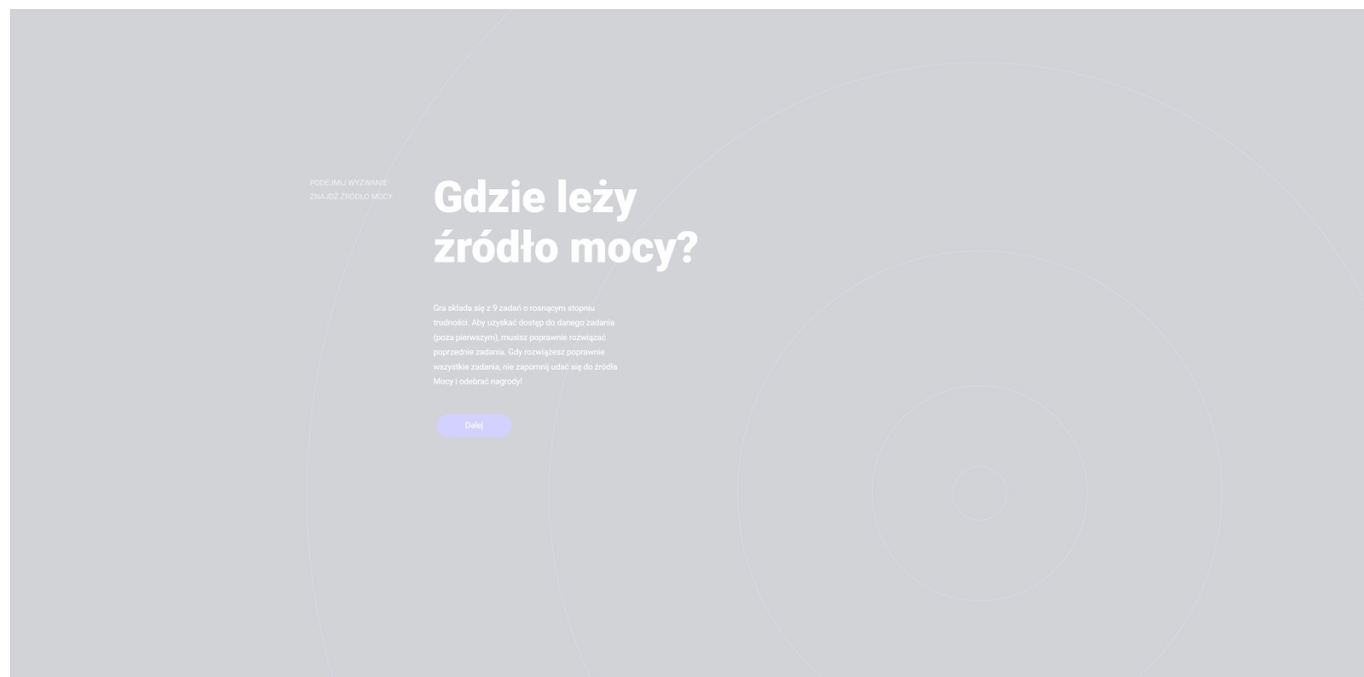
praca sił tarcia

(ang.: *work of friction forces*) praca wykonana przez siły tarcia. Działają one przeciwnie (i równoległe) do kierunku ruchu, w związku z tym wartość bezwzględna pracy wykonanej przez siły tarcia T na drodze s wynosi $W_T = Ts$. Praca ta jest co do wartości równa ilości energii rozproszonej na skutek działania tarcia.

Gra edukacyjna (gamifikacja, grywalizacja)

Praca i moc w zadaniach

Zapoznaj się z poniższą grą edukacyjną i odkryj źródło mocy. Zaleca się korzystanie z trybu pełnoekranowego.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D9xvKdWVZ>

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



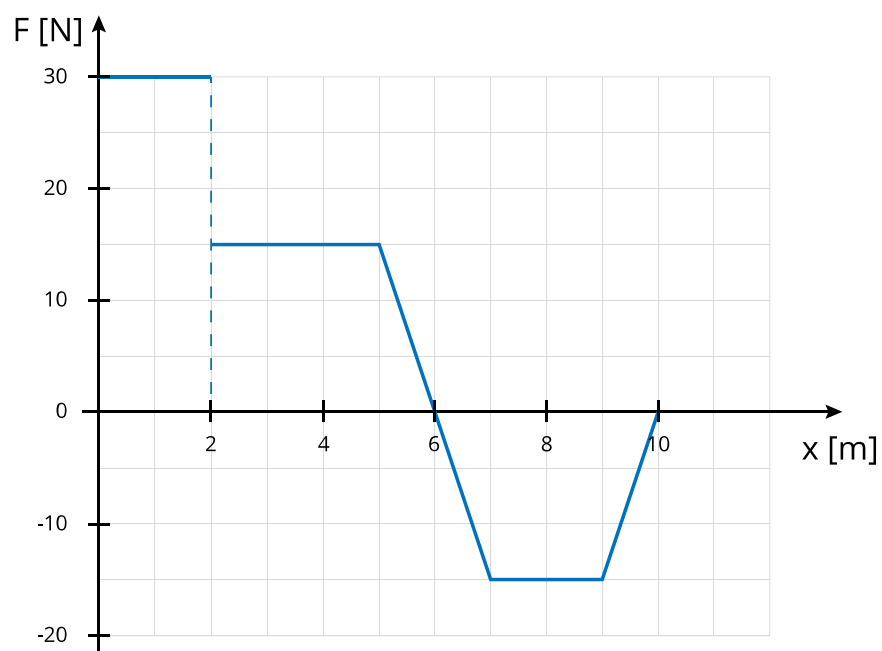
Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Ćwiczenie 9



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Dla nauczyciela

Scenariusz lekcji:

Imię i nazwisko autora:	Przemysław Michalski
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Pędem do fizyki - praca i moc!
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres podstawowy i rozszerzony

**Podstawa
programowa:**

Cele kształcenia – wymagania ogólne

I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Zakres podstawowy

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:

4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem;

7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach;

15) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu.

II. Mechanika. Uczeń:

10) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.

Zakres rozszerzony

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:

4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem;

7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach;

19) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu.

II. Mechanika. Uczeń:

20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.

Kształtowane kompetencje kluczowe:	<p>Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:</p> <ul style="list-style-type: none"> • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
Cele operacyjne:	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. wymienia podstawowe wzory opisujące pracę mechaniczną i moc, 2. podaje interpretację pracy jako wielkości fizycznej i jako procesu, 3. stosuje podstawowe wzory opisujące pracę mechaniczną i moc do rozwiązania problemów i zadań.
Strategie nauczania:	grywalizacja
Metody nauczania:	rozwiązywanie zadań
Formy zajęć:	praca grupowa
Środki dydaktyczne:	- komputer, - projektor.
Materiały pomocnicze:	brak
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
<p>Przed zajęciami nauczyciel przygotowuje pulę niezbyt czasochłonnych zadań dotyczących pracy, mocy i energii (np. na podstawie treści i multimediów dołączonych do tego e-materiału) w postaci numerowanych slajdów oraz przygotowuje karteczki z numerami do losowania.</p>	
Faza realizacyjna:	

Nauczyciel dzieli uczniów na kilka grup (w zależności od wielkości klasy, każda grupa powinna mieć nie więcej niż 5-6 osób) i ogłasza start teleturnieju pt. „Pędem do fizyki”. Nauczyciel ogłasza zasady teleturnieju: uczniowie z każdej grupy po kolei losują pytania i odczytują numer na głos. Nauczyciel wyświetla treść zadania na projektorze. Zespół, który jako pierwszy przedstawi poprawną odpowiedź na postawione pytanie/zadanie wygrywa daną rundę, a pozostałe zespoły muszą wybrać po jednej osobie, która opuszcza grupę i nie bierze udziału w dalszej rozgrywce. Dodatkowo zespół, który poda odpowiedź błędną, również musi pozbyć się jednej osoby (dodatkowe utrudnienie i zachęta do sprawdzania wyników przed ich podaniem). Wygrywa zespół, w którym pod koniec gry pozostanie przynajmniej jedna osoba.

Zabawę można też realizować w „łagodniejszym” wariantcie, np. usuwać graczy tylko przy błędnych odpowiedziach lub wcale, a zwycięską grupę wybierać na podstawie liczby punktów. Można też przyznawać punkty ujemne za błędne odpowiedzi, wprowadzić różne poziomy trudności zadań (kolejne rundy, gdzie np. za dobrą odpowiedź przyznaje się dwa punkty, za złą traci dwie osoby) itp.

Przebieg teleturnieju. Nauczyciel może wykorzystać dodatkowe multimedia, np. dzingle dźwiękowe podczas losowania pytania, dźwięki dobrych i niedobrych odpowiedzi, itp.

Faza podsumowująca:

Wyłonienie zwycięskiej grupy, przyznanie nagrody, np. oceny celującej dla zespołu za I miejsce, bardzo dobrej za II miejsce i dobrej za III miejsce. Wskazanie błędnie rozwiązanych zadań.

Praca domowa:

Ponowne przeanalizowanie i rozwiązanie przez uczniów zadań oznaczonych podczas teleturnieju jako błędnie rozwiązane.

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium:

Multimedium można zalecić uczniom do samodzielnej pracy w domu, można również wykorzystać je jako inspirację przy układaniu zadań do wykorzystania podczas lekcji.