



Ciąg arytmetyczny

Definicja ciągu arytmetycznego. Animacje: ciąg arytmetyczny. Ilustracja interaktywna; ciąg arytmetyczny. Wzór na wyraz ciągu arytmetycznego. Ilustracje interaktywne: wyrazy ciągu arytmetycznego. Wzór ogólny ciągu arytmetycznego. Przykłady obliczania wyrazów ciągu.

Monotoniczność ciągu arytmetycznego. Przykłady ciągów o określonej monotoniczności. Obliczanie wskazanego wyrazu ciągu oraz różnicy ciągu. Ilustracja interaktywna: wzór ogólny. Animacja: ciąg arytmetyczny, stały, rosnący, malejący.

Wskazywanie różnicy ciągu dla danego wzoru ogólnego ciągu. Porządkowanie wyrazów ciągu. Wskazywanie wykresów ciągu arytmetycznego. Obliczanie pierwszego wyrazu ciągu arytmetycznego. Zasób zawiera zadania, w tym część zadań jest interaktywna.

Sprawdzanie, czy ciąg jest arytmetyczny. Obliczanie pierwszego wyrazu ciągu, liczby wyrazów ciągu spełniających podany warunek. Obliczanie wzoru ogólnego ciągu. Zasób zawiera zadania, w tym część zadań jest interaktywna.

Zapisywanie rozwiązania zadania tekstowego w postaci ciągu arytmetycznego. Obliczanie wyrazów ciągu, liczby wyrazów ciągu, miar kątów wielokąta. Zadanie na dowodzenie. Zasób zawiera zadania otwarte z wyjaśnieniami i rozwiązaniami oraz ilustrację interaktywną: wzór ogólny ciągu arytmetycznego.

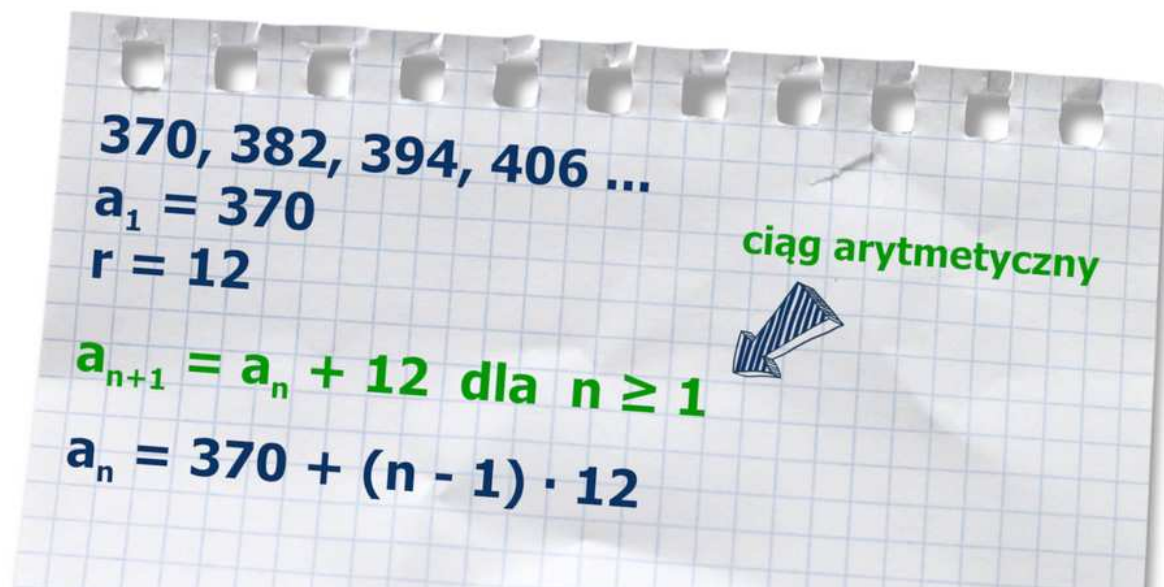
Ciąg arytmetyczny

W tym materiale zawarte są wiadomości na temat ciągów arytmetycznych. Poznasz podstawowe definicje, twierdzenia oraz przykładowe rozwiązania typowych zadań związanych z tym tematem. Swoją wiedzę będziesz mógł sprawdzić rozwiązując zamieszczone tu ćwiczenia.

Przykład 1



Otrzymaliśmy ciąg, w którym pierwszy wyraz jest równy 370, a każdy następny wyraz jest większy od poprzedniego o 12.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1T3KkhLFANTo>

atrapa:opis animacji

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

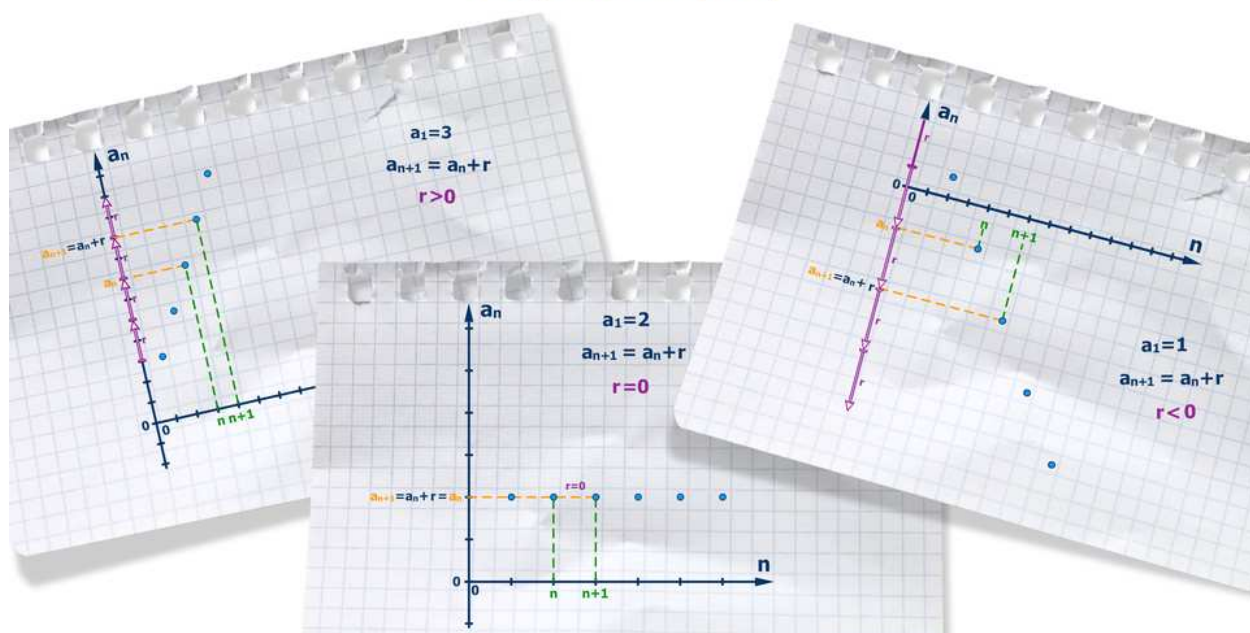
Animacja przedstawia przykładowe rozwiązanie zadania tekstowego przy pomocy ciągu arytmetycznego.

Definicja: Ciąg arytmetyczny

Ciąg (a_n) nazywamy **arytmetycznym**, jeżeli ma co najmniej 3 wyrazy i każdy jego wyraz, począwszy od drugiego, jest sumą wyrazu poprzedniego i pewnej ustalonej liczby. Liczbę tę nazywamy różnicą ciągu i oznaczamy ją r .

Jeśli więc ciąg jest skończony i ma $k \geq 3$ wyrazów, to $a_{n+1} = a_n + r$ dla dowolnej liczby całkowitej $1 \leq n \leq k - 1$. Jeśli natomiast ciąg jest nieskończony, to $a_{n+1} = a_n + r$ dla dowolnej liczby całkowitej $n \geq 1$.

Ciąg arytmetyczny



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RQvAfaAV9pii9>

atrapa:opis animacji

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia różne rodzaje ciągów arytmetycznych.

Zauważmy, że jeżeli znamy a_1 , czyli pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego, oraz różnicę r tego ciągu, to możemy wyznaczyć dowolny wyraz tego ciągu.

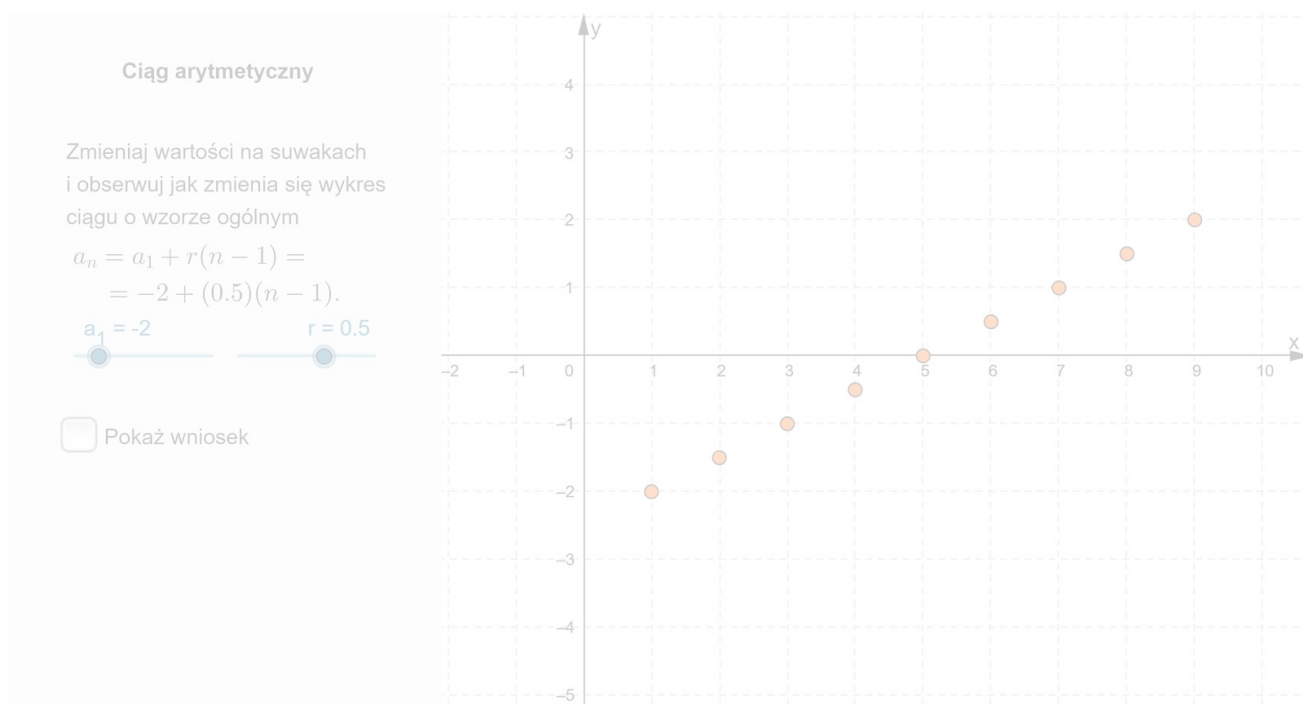
$$a_2 = a_1 + r,$$

$$a_3 = a_2 + r = a_1 + 2r,$$

$$a_4 = a_3 + r = a_1 + 3r,$$

$$a_5 = a_4 + r = a_1 + 4r \dots$$

Wystarczy zatem do pierwszego wyrazu dodać $(n - 1)$ razy różnicę r tego ciągu. Otrzymaliśmy w ten sposób wzór na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PtdYnKhgi>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Twierdzenie: Wzór ogólny ciągu arytmetycznego

Każdy wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) o różnicy r jest równy $a_n = a_1 + (n - 1)r$.

Zależność między dwoma kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego, a więc równość $a_{n+1} = a_n + r$ możemy też zapisać w postaci równoważnej $a_{n+1} - a_n = r$.

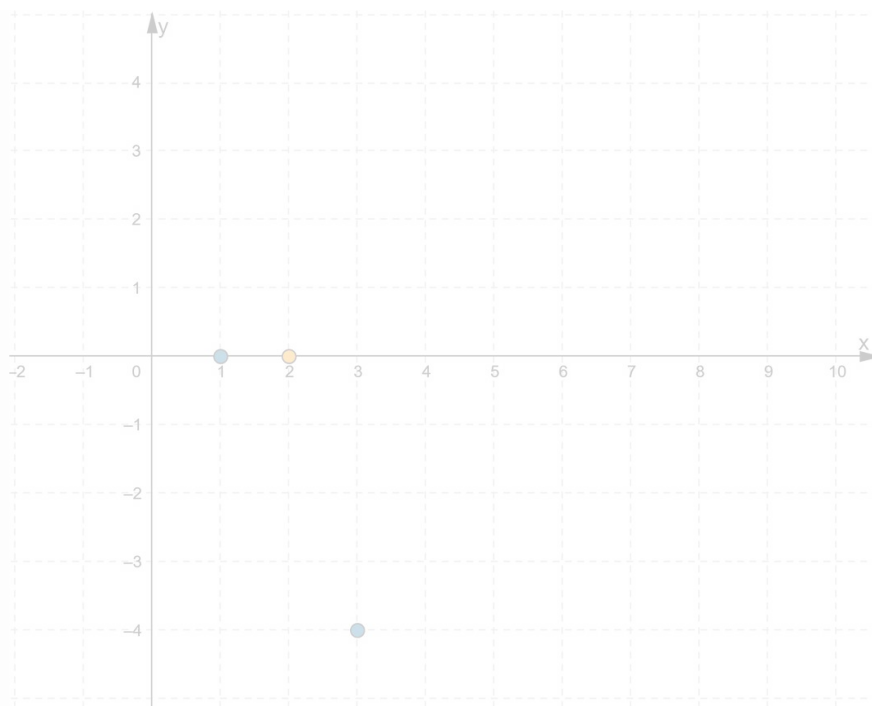
Polecenie 1

Wyrazy ciągu arytmetycznego

przykład 1



Zmień położenie punktów  tak, by powstał wykres ciągu arytmetycznego.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PtdYnKhgi>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

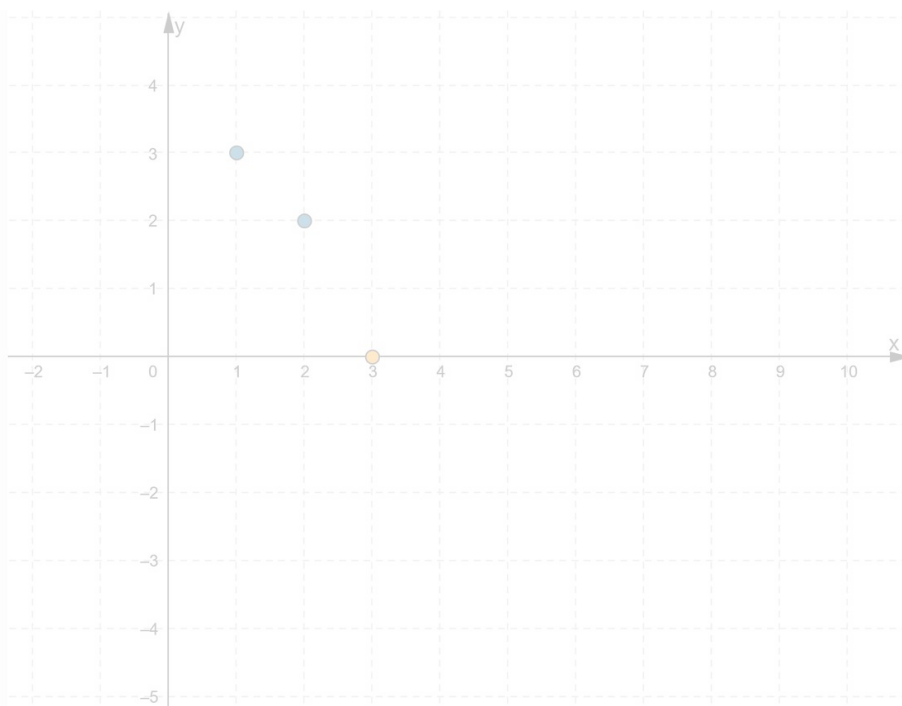
Polecenie 2

Wyrazy ciągu arytmetycznego

przykład 1



Zmień położenie punktu  tak, by stał się trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PtdYnKhgi>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2

Sprawdź, czy nieskończony ciąg określony wzorem ogólnym $a_n = 2 - 3n$ jest ciągiem arytmetycznym. Jeżeli tak, to oblicz jego różnicę.

Zbadamy różnicę $a_{n+1} - a_n$ dwóch kolejnych wyrazów ciągu (a_n) . Wyznamy najpierw

$$a_{n+1} = 2 - 3(n + 1) = 2 - 3n - 3 = -3n - 1.$$

Wtedy

$$a_{n+1} - a_n = -3n - 1 - (2 - 3n) = -3n - 1 - 2 + 3n = -3.$$

Otrzymana różnica jest stała (nie zależy od n), co oznacza, że rozważany ciąg jest arytmetyczny, a otrzymana liczba (-3) to właśnie różnica tego ciągu.

Zauważmy, że

$$a_1 = 2 - 3 \cdot 1 = -1.$$

Wzór na n -ty wyraz to $a_n = -1 + (n - 1)(-3)$, co jest zgodne z tym, że $a_n = 2 - 3n$.

Przykład 3

Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) jest równy 7, a różnica tego ciągu jest równa (-2) . Oblicz dziesiąty oraz trzydziesty drugi wyraz tego ciągu.

Korzystając ze wzoru na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego, mamy

$$a_{10} = 7 + (10 - 1)(-2) = 7 - 18 = -11,$$

$$a_{32} = 7 + (32 - 1)(-2) = 7 - 62 = -55.$$

Przykład 4

Piąty wyraz pewnego ciągu arytmetycznego jest równy $5\frac{2}{3}$, a siódmy wyraz tego ciągu jest równy 7. Podaj wyraz jedenasty tego ciągu.

Obliczymy jedenasty wyraz ciągu dwoma sposobami.

- Sposób I:

Zapiszemy, korzystając ze wzoru na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego, wyrazy a_5 i a_7 :

$$a_5 = a_1 + 4r$$

oraz

$$a_7 = a_1 + 6r.$$

Otrzymujemy układ równań z dwiema niewiadomymi a_1 i r :

$$\begin{cases} a_1 + 4r = 5\frac{2}{3} \\ a_1 + 6r = 7 \end{cases}.$$

Rozwiążmy ten układ:

$$\begin{cases} a_1 + 4r = 5\frac{2}{3} \\ a_1 = 7 - 6r \end{cases},$$

$$\begin{cases} 7 - 6r + 4r = 5\frac{2}{3} \\ a_1 = 7 - 6r \end{cases},$$

$$\begin{cases} -2r = -7 + 5\frac{2}{3} \\ a_1 = 7 - 6r \end{cases},$$

$$\begin{cases} -2r = -\frac{4}{3} \\ a_1 = 7 - 6r \end{cases},$$

$$\begin{cases} r = \frac{2}{3} \\ a_1 = 7 - 6 \cdot \frac{2}{3} = 3 \end{cases}.$$

Możemy teraz, ponownie stosując wzór na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego, obliczyć wyraz jedenasty:

$$a_{11} = a_1 + 10r = 3 + 10 \cdot \frac{2}{3} = 9\frac{2}{3}.$$

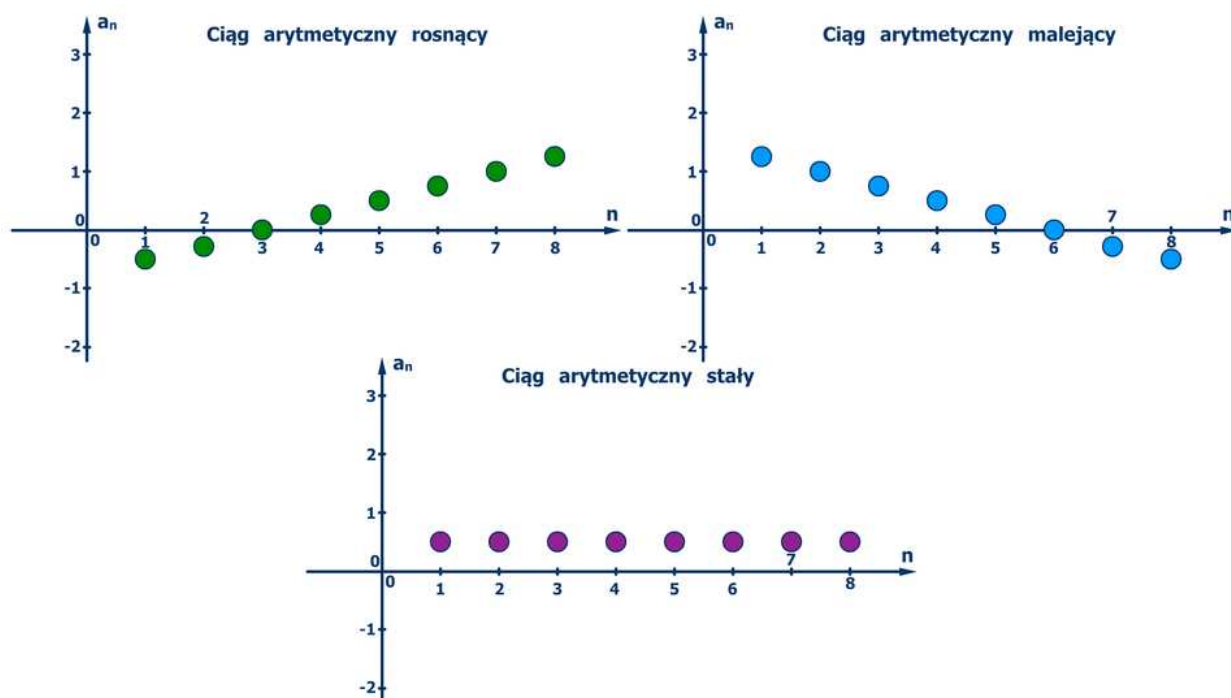
- sposób II:

Zauważmy, że wyraz siódmy różni się od piątego wyrazu o $2r$, gdyż $a_7 - a_6 = r$ oraz $a_6 - a_5 = r$.

Zatem $2r = 7 - 5\frac{2}{3} = \frac{4}{3}$. Szukany wyraz jedenasty różni się od wyrazu siódmego o $4r$. Zatem

$$a_{11} = a_7 + 4r = 7 + 2 \cdot \frac{4}{3} = 9\frac{2}{3}.$$

Zwróćmy uwagę, że każdy ciąg arytmetyczny jest monotoniczny.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1K8mbBnIZ6CJ>

21a_Ciąg arytmetyczny_ciąg arytmetyczny_nutki

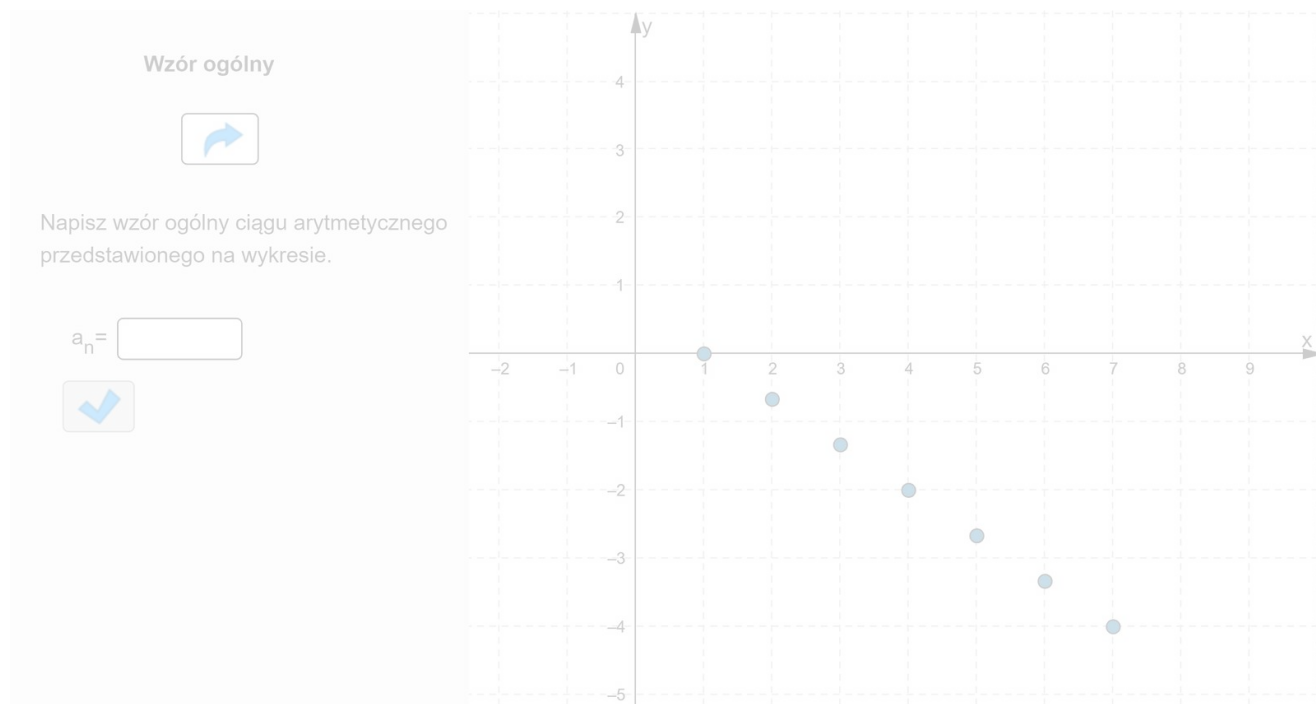
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia arytmetyczny ciąg rosnący, malejący oraz stały i porównuje te ciągi do nut zapisanych na pięciolinii.

Twierdzenie: Monotoniczność ciągu arytmetycznego

Jeżeli różnica ciągu arytmetycznego jest dodatnia, to ciąg ten jest rosnący. Jeżeli różnica ciągu arytmetycznego jest ujemna, to ciąg ten jest malejący. Jeżeli różnica ciągu arytmetycznego jest równa zero, to ciąg jest stały i jego wszystkie wyrazy są równe a_1 .

Polecenie 3



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PtdYnKhgi>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zauważmy, że każdy punkt wykresu ciągu arytmetycznego $a_n = a_1 + (n - 1)r$ leży na prostej o równaniu $y = a_1 + (x - 1)r$, czyli $y = rx + a_1 - r$, gdzie r oraz a_1 (różnica i pierwszy wyraz ciągu) to ustalone dla danego ciągu liczby. Współczynnik kierunkowy tej prostej jest równy różnicy ciągu. Tak więc ciąg (a_n) jest:

- rosnący, gdy rosnąca jest funkcja liniowa, której wykresem jest ta prosta, a więc gdy współczynnik kierunkowy r tej prostej jest dodatni, czyli $r > 0$;
- malejący, gdy malejąca jest funkcja liniowa, której wykresem jest ta prosta, a więc gdy współczynnik kierunkowy r tej prostej jest ujemny, czyli $r < 0$;
- stały, gdy stała jest funkcja liniowa, której wykresem jest ta prosta, a więc gdy współczynnik kierunkowy r tej prostej jest równy zero, czyli $r = 0$.

Przykład 5

Ciąg (a_n) jest arytmetyczny oraz $a_1 + a_5 = 8$ i $a_2 \cdot a_8 = 19$. Oblicz pierwszy wyraz oraz różnicę ciągu (a_n) .

Ze wzoru na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego możemy zapisać wyrazy a_2 , a_5 i a_8 w zależności od a_1 i r .

Możemy wtedy zapisać równanie $a_1 + a_5 = 8$, podane w treści zadania, w postaci $a_1 + (a_1 + 4r) = 8$.

Stąd $a_1 = 4 - 2r$.

Podobnie możemy zapisać równanie $a_2 \cdot a_8 = 19$ w postaci $(a_1 + r)(a_1 + 7r) = 19$.

W ten sposób otrzymujemy równanie z jedną niewiadomą r

$$(4 - 2r + r)(4 - 2r + 7r) = 19.$$

Przekształcamy je w sposób równoważny

$$(4 - r)(4 + 5r) = 19,$$

$$16 + 16r - 5r^2 = 19,$$

$$-5r^2 + 16r - 3 = 0.$$

Obliczamy wyróżnik tego równania $\Delta = 256 - 60 = 196 > 0$.

Zatem równanie to ma dwa rozwiązania $r_1 = 3$ oraz $r_2 = \frac{1}{5}$.

To oznacza, że istnieją dwa ciągi arytmetyczne, których wyrazy spełniają podane w treści zadania warunki.

Gdy $r = 3$, to $a_1 = 4 - 2r = 4 - 2 \cdot 3 = -2$, a gdy $r = \frac{1}{5}$, to $a_1 = 4 - 2r = 4 - 2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{18}{5}$.

Ćwiczenie 1



Poniżej przedstawiono wzór ogólny ciągu arytmetycznego a_n , pierwszy wyraz ciągu a_1 oraz różnicę ciągu r .

Połącz w pary wzór ogólny ciągu z odpowiednimi wartościami a_1 i r .

$$a_n = \frac{1}{2}n - 5\frac{1}{2}$$

$$a_1 = -5, r = -\frac{1}{2}$$

$$a_n = -\frac{1}{2}n + 5\frac{1}{2}$$

$$a_1 = 5, r = \frac{1}{2}$$

$$a_n = -5n + 5\frac{1}{2}$$

$$a_1 = \frac{1}{2}, r = -5$$

$$a_n = \frac{1}{2}n + 4\frac{1}{2}$$

$$a_1 = \frac{1}{2}, r = 5$$

$$a_n = 5n - 4\frac{1}{2}$$

$$a_1 = -5, r = \frac{1}{2}$$

$$a_n = -\frac{1}{2}n - 4\frac{1}{2}$$

$$a_1 = 5, r = -\frac{1}{2}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Uporządkuj liczby tak, aby uzyskać malejący ciąg arytmetyczny. Złap element i przesun go w górę lub w dół.

$$2\frac{1}{10}$$



$$-\frac{2}{5}$$



$$\frac{3}{5}$$



$$1\frac{3}{5}$$



$$\frac{1}{10}$$



$$2\frac{3}{5}$$



$$1\frac{1}{10}$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Wyrazami nieskończonego ciągu (a_n) są kolejne liczby naturalne, które przy dzieleniu przez 6 dają resztę 2, a trzeci wyraz tego ciągu $a_3 = 56$. Oblicz siedemdziesiąty wyraz tego ciągu. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

Siedemdziesiąty wyraz ciągu wynosi $a_{70} =$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz właściwą odpowiedź.

Zdanie	Prawda	Fałsz
Ciąg $a_n = n^2 + 7$ jest ciągiem arytmetycznym.	☐	☐
Ciąg $b_n = \frac{n}{7} + 2$ jest ciągiem arytmetycznym o różnicy 2.	☐	☐
Ciąg $c_n = 2n - 3$ jest ciągiem arytmetycznym rosnącym.	☐	☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Liczby $a, 2, b, c, 3, d$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny. Wyznacz a, b, c i d . Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

• $a =$

• $b =$

• $c =$

• $d =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Pomiędzy liczby 6 i 30 wstawiono siedem liczb, tak aby razem z liczbami 6 i 30 tworzyły ciąg arytmetyczny. Wyznacz te liczby, a następnie uzupełnij luki wpisując właściwe wartości.

Tymi liczbami w kolejności rosnącej są:

	,		,		,		,	

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , w którym $a_{10} = 10\sqrt{2} + 9$ oraz $r = \sqrt{2} + 1$. Wyznacz równanie prostej, w której zawarty jest wykres ciągu (a_n) . Uzupełnij poniższe zdanie tak, aby było zdaniem prawdziwym. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz poprawną odpowiedź.

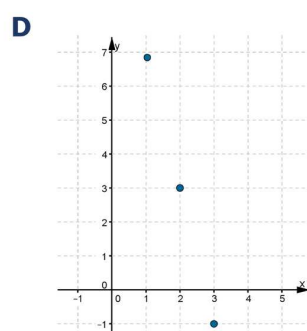
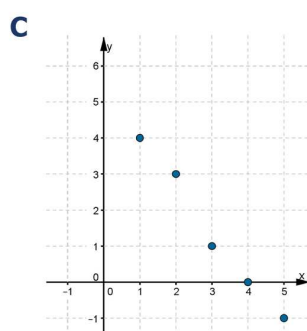
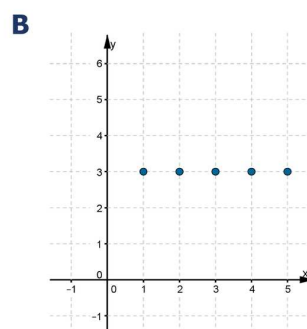
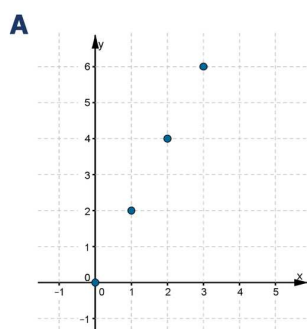
Równaniem prostej, w której zawarty jest wykres ciągu (a_n) jest .

$y = (\sqrt{2} + 3)x - 1$	$y = (\sqrt{2} + 1)x - 1$	$y = (\sqrt{5} + 1)x - 2$
$y = (\sqrt{2} + 1)x - 2$		

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Które z poniższych wykresów przedstawiają wykres ciągu arytmetycznego?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ *D*

☐ *B*

☐ *A*

☐ *C*

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Które z własności spełniają wyrazy nieskończonego ciągu arytmetycznego (a_n) ? Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $a_4 + a_5 = a_2 + a_7$

☐ $2a_4 = a_9 - a_1$

☐ $a_3 + a_7 = a_{10}$

☐ $a_6 + a_8 = 2a_7$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Liczby 5, -2 , -9 są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego określonego dla $n \geq 1$. Jaki jest wzór ogólny tego ciągu? Wybierz prawidłową odpowiedź.

☐ $-7n - 12$

☐ $7n - 12$

☐ $7n + 12$

☐ $-7n + 12$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , w którym $r = 6$ i $a_{10} = 55$. Ile wynosi pierwszy wyraz ciągu? Wybierz prawidłową odpowiedź.

☐ 5

☐ 1

☐ -5

☐ -1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2n + 6$. Która z poniższych równości jest prawdziwa? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $a_6 + a_{12} = 48$

☐ $a_6 + a_{12} = 18$

☐ $a_6 + a_{12} = 28$

☐ $a_6 + a_{12} = 38$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Ciąg arytmetyczny jest określony wzorem $a_n = 4n - 21$. Który wyraz będzie najmniejszym wyrazem dodatnim tego ciągu? Wybierz prawidłową odpowiedź.

☐ a_7

☐ a_8

☐ a_6

☐ a_5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Sprawdź, czy podany ciąg jest arytmetyczny. Jeżeli tak, to podaj jego różnicę. Uzupełnij poniższe zdania tak, aby były zdaniami prawdziwymi. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz poprawną odpowiedź.

• $a_n = \frac{2n}{n+1}$

Ciąg (a_n) .

• $b_n = 3 - \frac{n+2}{5}$

Ciąg (b_n) .

• $c_n = n^2 + 5n$

Ciąg (c_n) .

nie jest ciągiem arytmetycznym

jest ciągiem arytmetycznym i jego różnica wynosi $\frac{2}{5}$

nie jest ciągiem arytmetycznym

jest ciągiem arytmetycznym i jego różnica wynosi $-\frac{1}{5}$

nie jest ciągiem arytmetycznym

jest ciągiem arytmetycznym i jego różnica wynosi $-\frac{1}{3}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Poniżej przedstawiono ciągi arytmetyczne oraz ich różnice. Połącz w pary właściwy ciąg wraz z odpowiadającą mu różnicą.

$$-\frac{1}{3}$$

$$(2\frac{1}{3}, 4\frac{1}{3}, 6\frac{1}{3}, 8\frac{1}{3}, \dots)$$

$$\frac{1}{2}$$

$$(4\frac{1}{2}, 4\frac{5}{6}, 5\frac{1}{6}, 5\frac{1}{2}, \dots)$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$(3\frac{1}{3}, 3\frac{5}{6}, 4\frac{1}{3}, 4\frac{5}{6}, \dots)$$

$$-2$$

$$(3\frac{1}{2}, 3, 2\frac{1}{2}, 2, \dots)$$

$$2$$

$$(5\frac{1}{6}, 4\frac{5}{6}, 4\frac{1}{2}, 4\frac{1}{6}, \dots)$$

$$\frac{1}{3}$$

$$(5\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \dots)$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Wyznacz wzór ogólny ciągu arytmetycznego, wiedząc, że $a_3 = \frac{4}{5}$ oraz $a_{10} = 5$. Uzupełnij poniższe zdanie tak, aby było zdaniem prawdziwym. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz poprawną odpowiedź.

Wzorem ogólnym tego ciągu jest $a_n =$.

$$\frac{2}{5}n - 3$$

$$\frac{1}{5}n - 1$$

$$\frac{3}{5}n - 1$$

$$\frac{3}{4}n - 2$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Oblicz pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) , którego różnica jest równa $r = -7$ oraz ósmy wyraz jest równy $a_8 = 23$. Uzupełnij lukę wpisując odpowiednią wartość.

Pierwszy wyraz ciągu wynosi $a_1 =$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Wyznacz takie liczby a , b , c i d , żeby ciąg $(3, a, b, c, 8, d)$ był arytmetyczny. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz poprawne odpowiedzi.

• $a =$

• $b =$

• $c =$

• $d =$

- $5\frac{3}{4}$
- $6\frac{1}{4}$
- $9\frac{1}{4}$
- $4\frac{1}{4}$
- $5\frac{1}{2}$
- $6\frac{3}{4}$
- $4\frac{2}{4}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Oblicz pierwszy wyraz i różnicę malejącego ciągu arytmetycznego (a_n) , w którym $a_2 + a_7 = -17$ oraz $a_3 \cdot a_5 = 11$. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

Pierwszy wyraz tego ciągu wynosi , a różnica wynosi .

- -5
- -3
- 6
- 9
- -7
- 12

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20



Ciąg arytmetyczny składa się z trzech wyrazów. Ich suma jest równa 12, a suma ich kwadratów jest równa 66. Znajdź wyrazy tego ciągu. Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ (2, 5, 7) lub (7, 5, 2)

☐ (1, 3, 6) lub (6, 3, 1)

☐ (1, 2, 4) lub (4, 2, 1)

☐ (1, 4, 7) lub (7, 4, 1)

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 21



Miary kątów w pewnym czworokącie tworzą ciąg arytmetyczny. Największy z kątów ma miarę 105° . Oblicz miary pozostałych kątów tego czworokąta. Uzupełnij luki wpisując właściwe liczby.

Miary pozostałych kątów w kolejności malejącej wynoszą $^\circ$,
 $^\circ$ oraz $^\circ$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 22



Rozważmy ciąg trójkątów równobocznych, których długości boków tworzą ciąg arytmetyczny. Odpowiedz na poniższe pytania.

- Czy obwody tych trójkątów tworzą ciąg arytmetyczny?
- Czy pola tych trójkątów tworzą ciąg arytmetyczny?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 23



Wykaż, że jeżeli cyfry liczby trzycyfrowej tworzą ciąg arytmetyczny, to liczba ta jest podzielna przez 3.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 24



Oblicz, ile wyrazów ma ciąg arytmetyczny, w którym suma dwóch pierwszych wyrazów jest równa 23, suma dwóch ostatnich wyrazów jest równa 119, a wyraz jedenasty jest równy 40. Uzupełnij lukę odpowiednią liczbą.

Ten ciąg arytmetyczny ma wyrazów.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 25

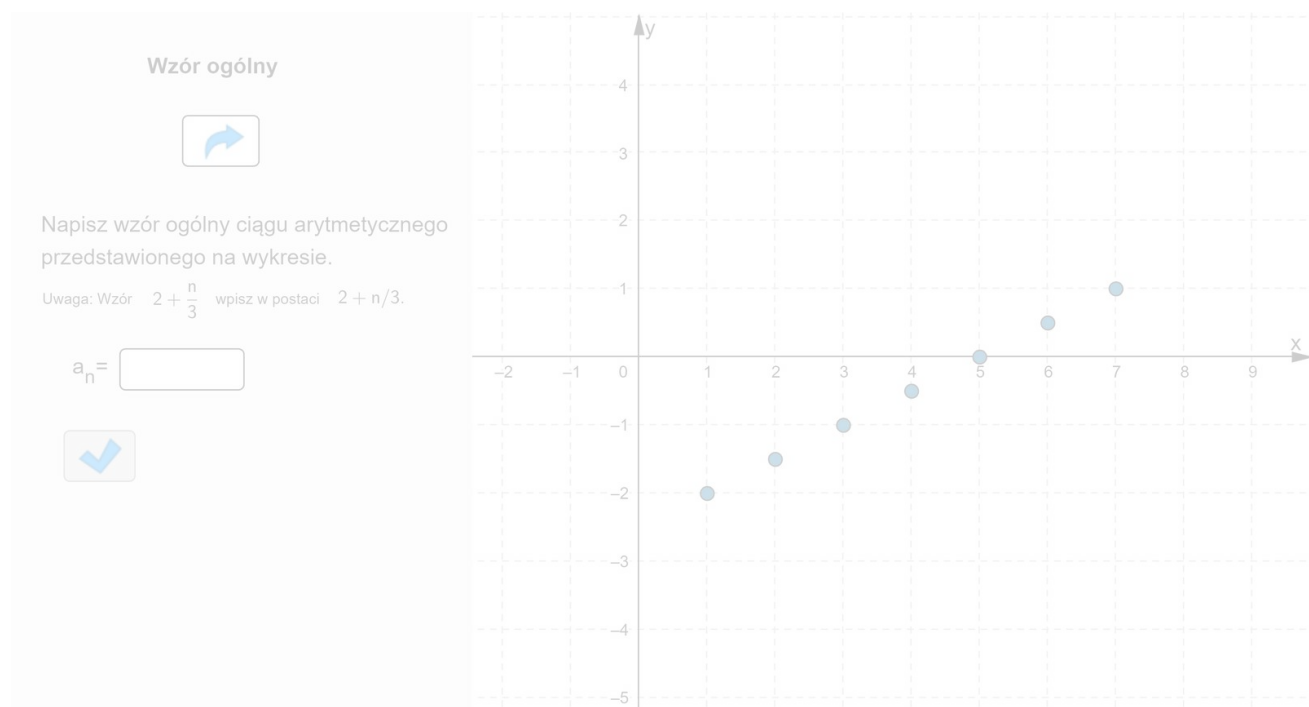


Wykaż, że jeżeli w ciągu arytmetycznym prawdziwe są zależności $a_n = m$ oraz $a_m = n$ dla $n \neq m$, to różnica tego ciągu jest równa (-1) .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 26

Zapoznaj się z poniższym apletem i wykonaj polecenia.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PtdYnKhgi>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.