



Rozwinięcia dziesiętne ułamka zwykłego

Materiał zawiera film, ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Film - zamiana ułamków zwykłych na dziesiętne nieskończone.

Przykłady i ćwiczenia - zamiana ułamków zwykłych na ułamki dziesiętne skończone i nieskończone okresowe.

Ćwiczenie - zamiana ułamków okresowych na ułamki zwykłe.

Rozwinięcia dziesiętne ułamka zwykłego

Rozwinięcia dziesiętne ułamka zwykłego można wyznaczać dwoma sposobami.

Przykład 1

Znajdź rozwinięcia dziesiętne ułamków $\frac{1}{2}$ i $\frac{8}{400}$.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} = 0,5,$$

$$\frac{8}{400} = \frac{8 : 4}{400 : 4} = \frac{2}{100} = 0,02.$$

Przykład 2

Wykonaj wskazane dzielenia, używając kalkulatora.

8 : 5,

23 : 4,

8 : 20,

9 : 300,

6 : 125.

Odpowiedź:

1,6; 5,75; 0,4; 0,03; 0,048.

$$\frac{8}{5} = 1,6.$$

- Jedynym dzielnikiem mianownika, będącym liczbą pierwszą w ułamku $\frac{8}{5}$, jest liczba 5.

$$\frac{23}{4} = 5,75.$$

- Jedynym dzielnikiem mianownika, będącym liczbą pierwszą w ułamku $\frac{23}{4}$, jest liczba 2.

$$\frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

- Jedynym dzielnikiem mianownika, będącym liczbą pierwszą w ułamku $\frac{2}{5}$, jest liczba 5.

$$\frac{9}{300} = \frac{3}{100} = \frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = 0,03.$$

- Jedynymi dzielnikami mianownika, będącymi liczbami pierwszymi w ułamku $\frac{3}{100}$, są liczby 2 i 5.

$$\frac{6}{125} = \frac{6}{5 \cdot 5 \cdot 5} = 0,048.$$

- Jedynym dzielnikiem mianownika, będącym liczbą pierwszą w ułamku $\frac{6}{125}$, jest liczba 5.

Zapamiętaj!

Jeżeli jedynymi dzielnikami mianownika ułamka nieskracalnego są liczby 2 lub 5, to ten ułamek ma rozwinięcie dziesiętne skończone.

Rozważmy teraz takie ułamki, w których w rozkładzie na czynniki pierwsze mianownika występują jeszcze inne liczby niż 2 i 5.

Przykład 3

Przykład 

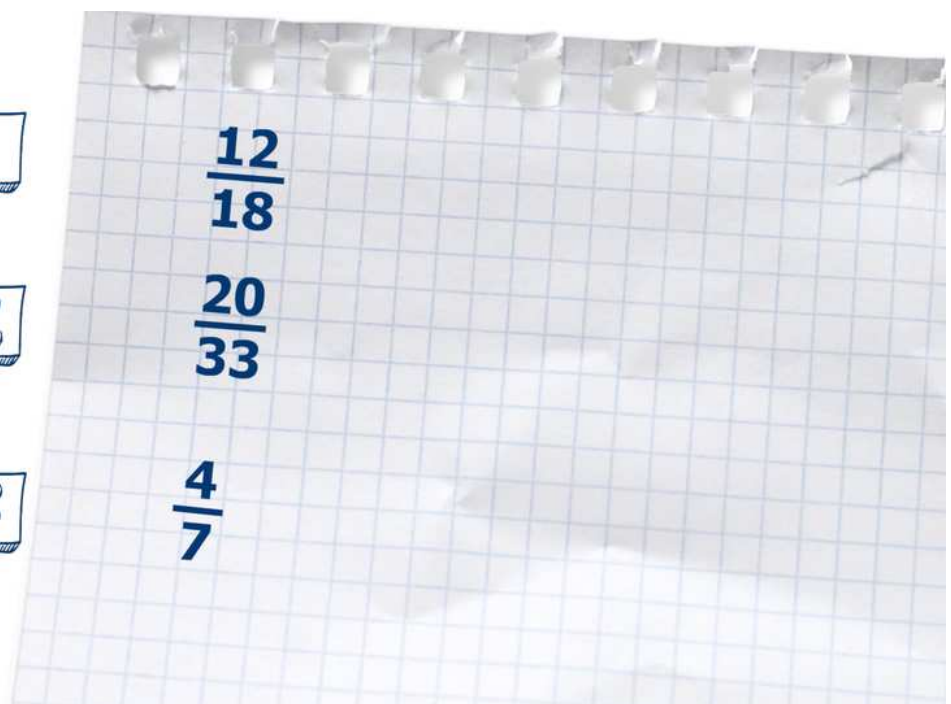
$$\frac{12}{18}$$

Przykład 

$$\frac{20}{33}$$

Przykład 

$$\frac{4}{7}$$



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RTs974qLBukzI>

Atrapa_animacji

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia, w jaki sposób dokonywać rozwinięcia dziesiętnego ułamka zwykłego.

Zapamiętaj!

- Jeżeli mianownik ułamka zwykłego nieskracalnego jest podzielny przez liczbę pierwszą różną od 2 i 5 to ten ułamek zwykły ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone.
- Powtarzający się układ cyfr w rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym ułamka nazywamy jego okresem. Aby uprościć zapis takiego rozwinięcia, okres zapisujemy w nawiasie.

Własność: Rozwinięcie ułamka zwykłego

Każdy ułamek zwykły ma rozwinięcie dziesiętne skończone lub nieskończone okresowe.

Ciekawostka

Istnieją liczby, które mają rozwinięcia dziesiętne nieskończone nieokresowe.

Na przykład:

- $2,30300300030000300000\dots$,
- $0,123456789101112131415\dots$

Powyższych liczb nie można zapisać w postaci ułamków zwykłych.

Ćwiczenie 1



Liczby $0,123456789101112131415\dots$ nie można zapisać w postaci ułamka zwykłego. Podaj inny przykład liczby, której nie można zapisać w postaci ułamka zwykłego.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Połącz ułamki z ich rozwinięciem dziesiętnym.

a)

$$\frac{27}{45}$$

$$0,75$$

$$\frac{3}{4}$$

$$3,15$$

$$3\frac{3}{20}$$

$$1,9375$$

$$4\frac{4}{5}$$

$$4,8$$

$$\frac{31}{16}$$

$$1,875$$

$$\frac{15}{8}$$

$$0,6$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

b)

$$1\frac{5}{6}$$

$$0,(285714)$$

$$\frac{4}{9}$$

$$1,8(3)$$

$$3\frac{7}{12}$$

$$3,58(3)$$

$$\frac{2}{7}$$

$$0,(3)$$

$$2\frac{6}{11}$$

$$0,(4)$$

$$\frac{1}{3}$$

$$2,(54)$$

$$5\frac{5}{9}$$

$$5,(5)$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Uzupełnij nierówności, przeciągając w luki odpowiednie znaki lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $1, (36)$ $1, 36$
- $2, (45)$ $2, 4(5)$
- $3, (151)$ $3, (15)$
- $0, 87$ $0, (86)$
- $\frac{1}{3}$ $0, 333$
- $0,5555$ $\frac{5}{9}$
- $6,55555$ $6\frac{2}{3}$

>

<

<

>

>

>

<

<

<

<

>

>

<

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Uporządkuj podane liczby rosnąco. Przeciągnij odpowiednie pola we właściwe miejsca.

0, (606)



0, 00(60)



0, 00(6)



0, (60)



0, 06



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Uporządkuj podane liczby malejąco. Przeciągnij odpowiednie pola we właściwe miejsca.

0,4166



0,4(16)



0,416



$\frac{5}{12}$



$\frac{2}{5}$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Ułamek $\frac{323}{200}$ ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone.

☐ Ułamek $\frac{121}{22}$ ma rozwinięcie dziesiętne skończone.

☐ Ułamek $\frac{69}{50}$ ma rozwinięcie dziesiętne skończone.

☐ Ułamek $\frac{8}{12}$ ma rozwinięcie dziesiętne skończone.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Ułamek $\frac{16}{38}$ ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone okresowe.

☐ Ułamek $\frac{22}{34}$ ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone.

☐ Ułamek $\frac{7}{16}$ ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone okresowe.

☐ Ułamek $\frac{8}{13}$ ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone okresowe.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Ile jest równa dwudziesta cyfra po przecinku liczby $4,32(7451)$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 1

☐ 7

☐ 4

☐ 5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Która z podanych liczb jest największa? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 4,01(23)

☐ 4,012(30)

☐ 4,0(123)

☐ 4,(0123)

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Ile jest równe rozwinięcie dziesiętne ułamka $\frac{41}{25}$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 1,64

☐ 0,82

☐ 16,4

☐ 1,61

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



W miejsce kropek wstaw liczbę, która spełnia podany warunek

1. $0,3 < \dots < \frac{1}{3},$

2. $0,33 < \dots < \frac{1}{3},$

3. $0,(2) < \dots < \frac{1}{3},$

4. $3,(7) < \dots < 3,(8),$

5. $8,03(1) < \dots < 8,0(31),$

6. $1,(53) < \dots < 1,53(54).$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Wstaw w miejsce kropek taką liczbę naturalną, aby spełniony był podany warunek:

1. $3, (34) < 3, \dots$,

2. $\frac{\dots}{6} > 0, (3)$,

3. $\frac{8}{\dots} < 0,73$,

4. $2, (97) < 2,9 \dots$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Korzystając z kalkulatora, wyznacz rozwinięcia dziesiętne podanych ułamków zwykłych.

1. $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{8}{9}$.

2. $\frac{1}{99}, \frac{5}{99}, \frac{17}{99}, \frac{20}{99}, \frac{32}{99}, \frac{40}{99}, \frac{55}{99}, \frac{61}{99}, \frac{84}{99}, \frac{97}{99}$.

3. $\frac{1}{999}, \frac{11}{999}, \frac{111}{999}, \frac{243}{999}, \frac{454}{999}, \frac{541}{999}, \frac{602}{999}, \frac{700}{999}, \frac{777}{999}, \frac{997}{999}$.

4. Czy zauważasz zależność? Jak sądzisz, jakie rozwinięcia dziesiętne będą miały następujące liczby $\frac{111}{9999}, \frac{5454}{9999}, \frac{67676}{99999}$?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Korzystając z powyższej zależności, połącz ułamki dziesiętne z odpowiadającymi im ułamkami zwykłymi.

0, (500)

$\frac{25}{99}$

0, (243)

$\frac{2034}{9999}$

0, (2034)

$\frac{500}{999}$

0, (08)

$\frac{67}{99}$

0, (2)

$\frac{7}{9}$

0, (687)

$\frac{687}{999}$

0, (787890)

$\frac{2}{9}$

0, (25)

$\frac{787890}{999999}$

0, (7)

$\frac{8}{99}$

0, (67)

$\frac{243}{999}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.