

Prędkości kosmiczne

Wstęp do tematu: Prędkości kosmiczne. Zasób zawiera: ogólny wstęp do tematu, fotografię rakiety nośnej, odwołanie do wcześniejszej wiedzy ucznia oraz cele lekcji sformułowane w języku ucznia.

Zasób zawiera: wprowadzenie związane z przyczyną ruchu ciała po okręgu; rysunek przedstawiający Ziemię i ruch ciała po orbicie okołozemskiej z zaznaczonym wektorem prędkości i siły grawitacji; wyprowadzenie wzoru na I prędkość kosmiczną; polecenia dla ucznia; ciekawostkę związaną z pierwszym sztucznym satelitą Ziemi – Sputnikiem 1 (wraz ze zdjęciem sputnika); ciekawostkę związaną z pojęciami: sputnik i satelita; wyprowadzenie wzoru-zależności okresu ruchu obiegowego satelity od promienia jego orbity; wyjaśnienie pojęć: satelita geostacjonarny, satelita telekomunikacyjny.

Zasób zawiera: przypomnienie wzoru na I prędkość kosmiczną; zdjęcie Fobosa, księżycy Marsa; polecenie dla ucznia związane z obliczeniem prędkości Fobosa na orbicie okołomarsjańskiej i masy Marsa.

Zasób zawiera: sformułowania podsumowujące dotyczące prędkości kosmicznych; polecenia dla ucznia polegające na szukaniu informacji, rozwiązywaniu pytań problemowych i obliczeniach.

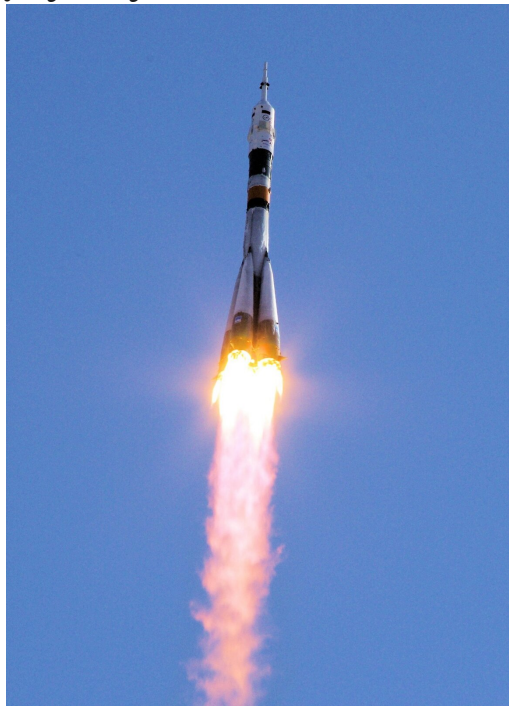
Zasób zawiera wyjaśnienie pojęć: I prędkość kosmiczna, prędkość orbitalna.

Zasób zawiera biogram: Konstanty Ciołkowski

Zasób zawiera ćwiczenie interaktywne typu prawda/ fałsz zawierające sześć sformułowań.

Prędkości kosmiczne

Ludzkość od wieków marzyła o podróży w kosmos, czego przykładem są powieści Juliusza Verne'a czy Jerzego Żuławskiego. Mniej znane są prace Rosjanina (potomka polskiego zesłańca) **Konstantego Ciołkowskiego**. W swojej książce „Poza Ziemią” formułuje on teorie budowy rakiet (m.in. rakiety wielostopniowej) i stacji orbitalnych, a nawet założenia wypraw na Księżyc i inne planety. Konstantego Ciołkowskiego można bez wahania nazwać ojcem astronautyki. Potem prowadzone były prace przez duże zespoły, które powstały w ZSRR (z udziałem Sergiusza Korolewa – późniejszego kierownika programu kosmicznego ZSRR), Stanach Zjednoczonych (pracom przewodniczył Goddard) i Niemczech (Herman Oberth i Werner von Braun). Jakie warunki muszą być spełnione, aby umieścić obiekt na orbicie? Jeśli chcesz poznać odpowiedź na to pytanie, czytaj dalej.



Rakieta Sojuz wynosząca na orbitę ładunek w początkowej fazie lotu

Źródło: Ken and Nyetta, dostępny w internecie: www.flickr.com, licencja: CC BY 3.0.

Przed przystąpieniem do zapoznania się z tematem, należy znać poniższe zagadnienia

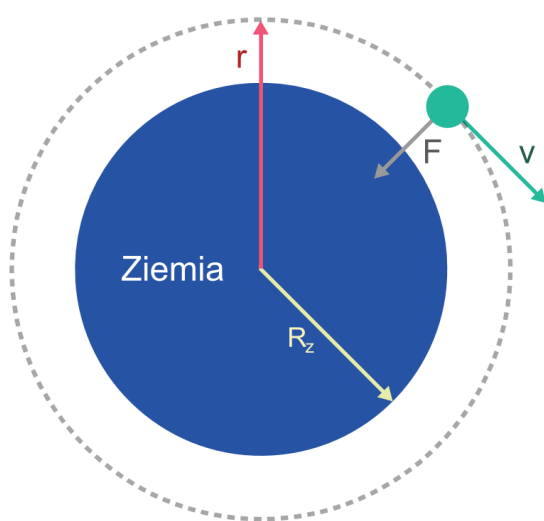
- siła dośrodkowa jako czynnik powodujący ruch po okręgu;
- obliczanie wartości siły dośrodkowej;
- źródła siły dośrodkowej;
- treść prawa powszechnego ciążenia oraz wielkości fizyczne, od których zależy siła grawitacji;
- zależność siły grawitacji od masy obu przyciągających się ciał i kwadratu odległości między nimi.

Nauczysz się

- wykorzystywać siłę grawitacji do opisu i wyjaśniania ruchu ciał niebieskich oraz sztucznych satelitów Ziemi;
- obliczać wartości prędkości satelitów i okresy ich obiegu w zależności od odległości od Ziemi;
- wyznaczać masę ciał niebieskich, wokół których krążą satelity.

Prędkość orbitalna

Z jaką prędkością musi się poruszać obiekt, aby móc krążyć wokół planety, np. Ziemi, w danej odległości od jej środka? Obecnie na to pytanie możemy odpowiedzieć bez trudu. Wiemy przecież, że podczas ruchu po okręgu na ciało musi działać siła dośrodkowa, którą jest siła grawitacji.



F – siła grawitacji, która jest siłą dośrodkową
 r – promień orbity satelity o masie m
 R_z – promień Ziemi, której masa wynosi M_z
 v – prędkość

Schemat ruchu ciała po orbicie okołoziemskiej

Źródło: Anita Mowczan, licencja: CC BY 3.0.

Siła grawitacji jest siłą dośrodkową:

$$\frac{GM_z m}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

Po prostych przekształceniach (wykonaj je!) otrzymamy $v = \sqrt{\frac{GM_z}{r}}$, co oznacza, że im dalej od powierzchni Ziemi krąży satelita, tym wartość jego **prędkości orbitalnej** jest mniejsza.

Do wyprowadzenia powyższych zależności skorzystaliśmy jedynie z takiej cechy wektora siły, jaką jest wartość. Oczywiście, ten wektor ma również kierunek – przechodzi on przez środek Ziemi. Wynika z tego bardzo ważny wniosek – płaszczyzna orbity każdego satelity planety przechodzi przez jej środek.

Zapewne spotykacie się czasem z pojęciem **I prędkości kosmicznej**. Jest to wartość

prędkości, którą należy nadać ciału (stycznie do powierzchni Ziemi), aby mogło ono krążyć po orbicie kołowej o promieniu równym promieniowi Ziemi.

Ćwiczenie 1

Średni promień Ziemi ma wartość 6371 km. Masa Ziemi wynosi około $6 \cdot 10^{24}$ kg. Oblicz wartość I prędkości kosmicznej. Zaznacz poprawną odpowiedź,

☐ $v_I = 7,75 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

☐ $v_I = 8,11 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

☐ $v_I = 7,91 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

☐ $v_I = 6,98 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

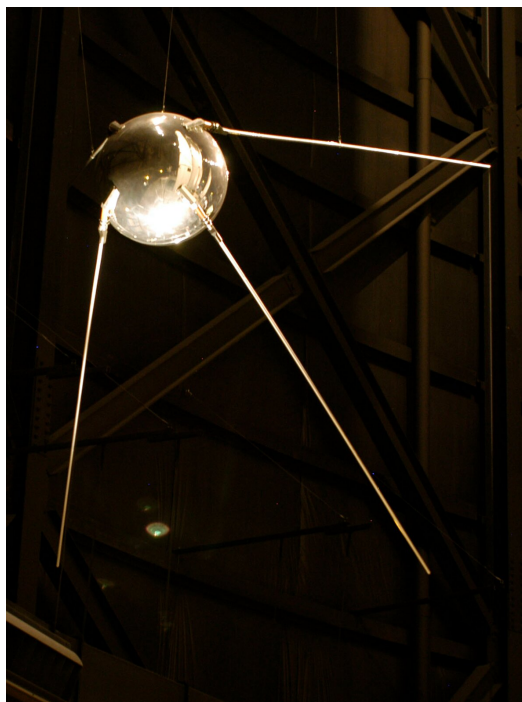
Źródło: ZPE, licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 1

Wymień co najmniej dwa powody, dla których niemożliwe jest, aby satelita poruszał się wokół Ziemi z I prędkością kosmiczną.

Źródło: ZPE, licencja: CC BY 3.0.

Marzenia mają to do siebie, że się spełniają: 4 października 1957 r. świat dowiedział się o tym, że pierwszy sztuczny **satelita** Ziemi – **SPUTNIK 1** – został wystrzelony przez ZSRR i krążył wokół Ziemi po orbicie eliptycznej; perygeum orbity znajdowało się na wysokości 214 km, a apogeum – 938 km nad powierzchnią Ziemi. Czas jednego okrążenia satelity wokół naszej planety wynosił ok. 96 minut.



Pierwszy sztuczny satelita Ziemi - SPUTNIK 1

Źródło: U.S. Air Force photo, dostępny w internecie: <http://commons.wikimedia.org>, domena publiczna.

Średnica kuli widocznej na zdjęciu wynosi około 59 cm, a masa – nieco ponad 80 kg. Satelita ten nadawał sygnały i przysyłał informacje o ciśnieniu i temperaturze, jakie panowały w jego wnętrzu i na zewnątrz urządzenia.

Polecenie 2

Oblicz maksymalną i minimalną odległość Sputnika I od środka Ziemi. Przyjmij, że średni promień Ziemi jest równy 6371 km. Wskazówka: odległość od środka Ziemi to odległość od powierzchni Ziemi plus długość jej promienia.

Źródło: ZPE, licencja: CC BY 3.0.

Ciekawostka

Kilka zdań warto poświęcić nazwom obiektów krążących wokół Ziemi. Używa się dwóch określeń – „sputnik” i „satelita” – które właściwie znaczą to samo. Słowo „**sputnik**” oznacza współtowarzysza podróży (w języku rosyjskim) – obiekt ten wędruje razem z Ziemią dookoła Słońca. Słowo „**satelita**” oznacza obiekt znajdujący się w pobliżu innego obiektu, który jest większy lub ważniejszy. Satelity obiektów astronomicznych (np. Jowisza) wędrują razem z nimi dookoła Słońca. Autorzy i redaktorzy tego podręcznika pragną przypomnieć, że słowo „satelita” jest rodzaju męskiego. Nie należy również

używać tego wyrazu w odniesieniu do anteny satelitarnej służącej do odbioru sygnału z satelity telekomunikacyjnego.

Od czego zależy okres obiegu satelity wokół Ziemi? Możemy to łatwo pokazać – wystarczy wiedzieć, że wartość prędkości, z jaką porusza się satelita (przyjmijmy orbitę kołową), jest równa $v = \frac{2\pi r}{T}$ i $v = \sqrt{\frac{GM_Z}{r}}$. Jeśli połączymy obie zależności (wykonaj takie przekształcenia samodzielnie), otrzymamy zależność:

$$\frac{GM_Z}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2}.$$

Większość z was zauważyła, że ten wzór jest podobny do III prawa Keplera. Jeżeli zamiast Ziemi (i masy Ziemi M_Z) wstawimy Słońce, wokół którego krążą planety, i jego masę M_S , to otrzymamy:

$$\frac{GM_S}{4\pi^2} = \frac{a^3}{T^2},$$

gdzie:

a – średnia odległość planety od Słońca (połowa wielkiej osi elipsy).

Jeśli zapiszemy tę zależność dla dwóch planet krążących dookoła Słońca, zauważymy, że prawdziwe jest równanie:

$$\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2}.$$

Przypomnijmy, że wskaźnik 1 dotyczy połowy wielkiej osi (średniej odległości) i okresu obiegu jednej planety po swojej orbicie, a wskaźnik 2 – drugiej planety. Nie powinno to dziwić – przecież prawa Keplera wynikają z właściwości sił grawitacji.

Możemy teraz wyznaczyć okres obiegu satelity wokół np. Ziemi. Wyżej pokazaliśmy już, że:

$$\frac{GM_Z}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2}.$$

Przekształcenia powyższego wzoru prowadzą do wykazania zależności okresu ruchu obiegowego satelity od promienia jego orbity:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} \cdot r^3.$$

Jest to nieco inna postać III prawa Keplera. Jeśli poobserwujemy krążące satelity, możemy zacząć się zastanawiać, czy możliwe byłoby, aby taki satelita „wisiał” stale nad jednym punktem na powierzchni Ziemi. Gdyby satelita był nieruchomy, to oczywiście musiałby spaść. Ale gdyby krążył dookoła Ziemi, wykonując jeden obieg w czasie 24 godzin (dokładnie 23 godzin, 56 minut i 4 sekund – bo tyle trwa jeden obrót Ziemi dookoła własnej osi), to wcale nie musiałby spadać.

Tak właśnie funkcjonują satelity geostacjonarne. Mają one okres obiegu taki jak ten podany wyżej i krążą wraz z obracającą się Ziemią.

Ćwiczenie 2

Oblicz promień orbity satelity stacjonarnego. Przyjmij następujące wartości: masa Ziemi $m = 6 \cdot 10^{24}$ kg, stała grawitacji $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$. Oblicz również, jak wysoko nad powierzchnią Ziemi znajduje się taki satelita.

Uzupełnij luki w zdaniach, wpisując poprawne liczby.

Promień orbity geostacjonarnej wynosi km. Po odjęciu promienia Ziemi (wynoszącego średnio 6371 km) otrzymujemy wysokość satelity nad powierzchnią Ziemi, która wynosi km.

Źródło: ZPE, licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 3

Wykaż, że wartość prędkości satelity stacjonarnego na orbicie wynosi około $3080 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Źródło: ZPE, licencja: CC BY 3.0.

Dlaczego satelity tego typu są ważne? Większość z nich to **satelity telekomunikacyjne**, czyli takie, z których są nadawane programy telewizyjne bądź transmitowane rozmowy telefoniczne. Wystarczy raz dokładnie ustawić antenę odbiorczą i przekazanie sygnału jest zawsze zapewnione.

Jak wyznaczyć masę Marsa?

Prędkość, z jaką ciało porusza się po orbicie wokół jakiegoś innego większego ciała, może być obliczona z zależności $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$. Wyobraź sobie jednak, że znamy okres obiegu naturalnego satelity, np. Fobosa, wokół macierzystej planety – Marsa. Znamy także odległość tego księżycyca od środka planety. Możemy zatem obliczyć wartość prędkości, a następnie masę planety.



Zdjęcie jednego z dwóch księżyców Marsa - Fobosa

Źródło: NASA/JPL-Caltech/University of Arizona (<http://commons.wikimedia.org>), domena publiczna.

Polecenie 4

1. Odległość od Fobosa do środka Marsa wynosi 9375 km. Czas obiegu tego księżycyca wokół planety to około 7,65 godziny. Wykaż, że prędkość Fobosa na orbicie okołomarsjańskiej wynosi około $2138 \frac{\text{m}}{\text{s}}$;
2. Oblicz masę Marsa.

Źródło: ZPE, licencja: CC BY 3.0.

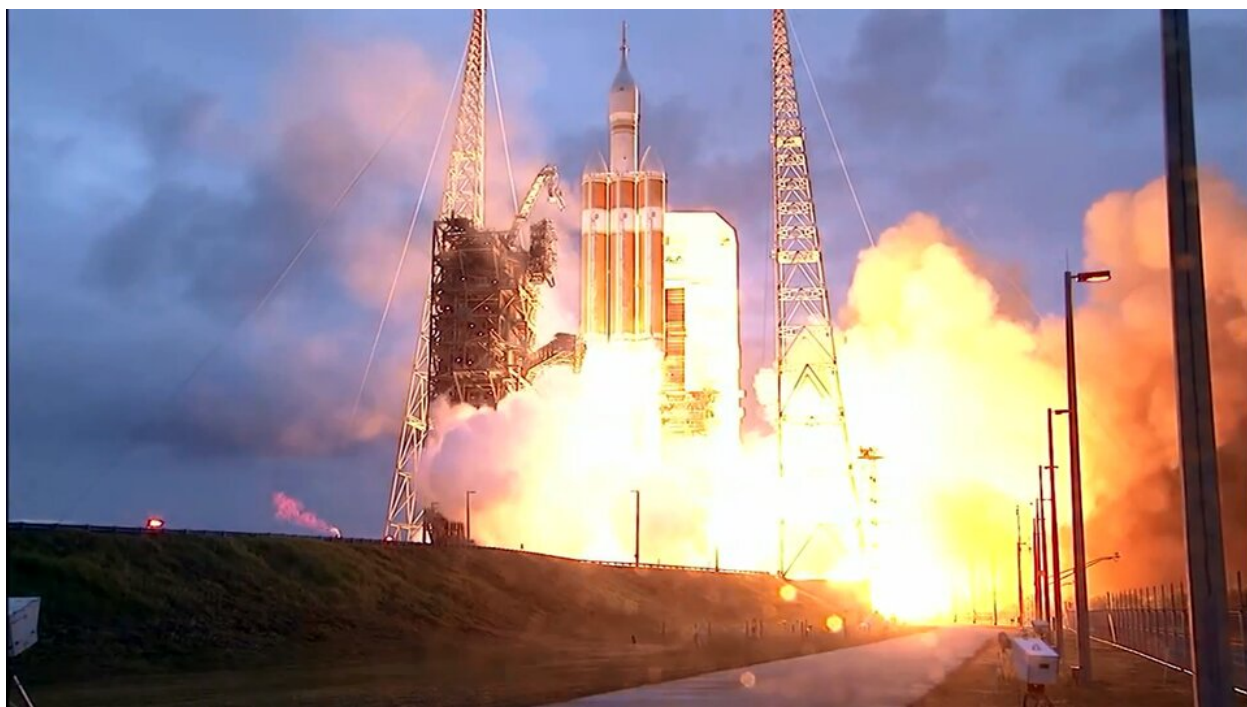
Ta metoda stosowana jest wszędzie tam, gdzie znamy parametry orbity małego księżycyca krążącego wokół planety. W ten sam sposób można wyznaczyć masę Słońca lub innej gwiazdy, jeśli tylko poznamy parametry ruchu planety krążącej wokół tej gwiazdy.

Start rakiety kosmicznej

Powyższe wartości prędkości orbitalnej zależą od promienia orbity, po jakiej ma krążyć satelita. Satelita niskopułapowy, czyli krążący na niskich orbitach, tj. bliskich powierzchni Ziemi, ma prędkość około $7 \frac{\text{km}}{\text{s}}$. W jaki sposób uzyskać takie prędkości?

Podczas startu rakiety odpowiednią siłę ciągu mogą w tej chwili zapewnić tylko silniki na paliwo chemiczne. Produkty spalania tego paliwa uzyskują duże prędkości i w efekcie (na zasadzie odrzutu) zwiększa się prędkość rakiety. Takie paliwo jednak nie może rozpędzić rakiety do większych prędkości niż około $3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$.

Druga kwestia to stosunek masy użytecznej ładunku (np. satelity telekomunikacyjnego) do masy całej rakiety, czyli silników, zbiorników z paliwem i obudowy. Chodzi o to, aby silniki nie rozpędzały bezustannie całej ogromnej rakiety. To właśnie Ciołkowski był autorem pomysłu budowy rakiety wielostopniowej. Taka raketa składa się zazwyczaj z trzech członów. Pierwszy człon rozpędza raketę do $3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ i po wyczerpaniu paliwa zostaje odczepiony. Włącza się wtedy drugi człon, który zwiększa prędkość o dalsze $3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ – staje się to łatwiejsze, ponieważ masa rakiety jest mniejsza. Na końcu włączany jest trzeci człon.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/Rpf6ghcKLQQ8L>

Start rakiety Orion

Źródło: NASA (<http://nasa.gov>), domena publiczna.

Film przedstawia start rakiety Orion.

Kiedy obserwujemy start rakiety z kosmodromu, to wydaje nam się, że podnosi się ona bardzo powoli, z niewielkim przyspieszeniem. W ciągu następnych minut jej

przyspieszenie jednak wzrasta, mimo że ilość spalanego paliwa się nie zmienia i siła ciągu jest stała. Pod koniec filmu pokazane jest odłączenie członów startowych rakiety.

Pytanie: dlaczego przyspieszenie rośnie, chociaż cały czas działa pierwszy człon?

Startująca rakietą na początku porusza się pionowo w górę. Chodzi o to, żeby jak najszybciej opuścić obszar gęstej atmosfery i zmniejszyć siłę oporu. W końcowej fazie lotu następuje zmiana kierunku ruchu, tak aby uzyskać kierunek styczny do przyszłej orbity docelowej.

Podsumowanie

- Na planetę krążącą wokół Słońca lub innej gwiazdy działa siła grawitacji, która jest siłą dośrodkową.
- Prędkość, z jaką planeta, księżyc planety lub sztuczny satelita Ziemi się porusza po orbicie o promieniu r wokół ciała centralnego, wyraża się wzorem:
$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$
- Masa M to masa ciała centralnego, wokół którego krąży drugie ciało, które jest mniejsze od ciała centralnego.
- Znajomość okresu obiegu satelity wokół ciała centralnego i odległości satelity tego ciała pozwala wyznaczyć masę ciała centralnego: Słońca, planety czy nawet planetoidy (wiele z nich ma księżyce mniejsze od siebie).
- Obecnie tylko rakiet wielostopniowa osiąga odpowiednie prędkości, które pozwalają umieścić statek kosmiczny na orbicie lub polecieć na Księżyc.
- Ciekawostka: oprócz pierwszej prędkości kosmicznej zdefiniowane są również dalsze: druga (pozwalająca na stałe opuścić dane ciało, dla Ziemi jest ona równa $11,19 \frac{\text{km}}{\text{s}}$), trzecia (prędkość potrzebna do opuszczenia Układu Słonecznego, $42 \frac{\text{km}}{\text{s}}$, ale gdy wykorzystamy ruch Ziemi wokół Słońca, to wystarczy $16,7 \frac{\text{km}}{\text{s}}$) i czwarta (prędkość potrzebna do opuszczenia Drogi Mlecznej, $550 \frac{\text{km}}{\text{s}}$, ale gdy wykorzystamy ruch Słońca wokół środka Galaktyki, to wystarczy $330 \frac{\text{km}}{\text{s}}$).

Polecenie 5

Miłośnikom historii proponujemy zapoznanie się z pracami dotyczącymi konstrukcji rakiet w latach 30 XX wieku – zajmowała się tym grupa naukowców i techników GIRD w Związku Radzieckim i w innych krajach. Warto również zapoznać się z postaciami takimi jak Robert Goddard, Herman Oberth czy Werner von Braun.

Polecenie 6

Jowisz jest największą planetą Układu Słonecznego. Promień tej planety jest ponad 11 razy większy od promienia Ziemi, a jego masa – niemal 318 razy większa od masy Ziemi. Wokół Jowisza krąży 80 księżyców o określonych orbitach (stan na sierpień 2021 r., ostatni został odkryty w lipcu 2021 r.), z których pewna część nie ma jeszcze swoich nazw, a parametry ich orbit zostały obliczone dopiero wstępnie.

1. Na podstawie powyższych informacji wyznacz wartość I prędkości kosmicznej dla Jowisza.
2. Przyjmuje się, że w roku 1610 Galileusz zbudował teleskop. Dzięki niemu zaobserwował cztery księżyce Jowisza. Odszukaj ich nazwy i je zapisz.
3. Wybierz dwa z tych księżyców, wyszukaj informacje dotyczące ich odległości od Jowisza i okresu obiegu wokół tej planety, a następnie wyznacz wartość prędkości orbitalnych dla każdego z nich.
4. Sprawdź, czy odległości tych księżyców od Jowisza i czasy ich obiegu wokół macierzystej planety spełniają III prawo Keplera.
5. Wyznacz masę Jowisza.

Źródło: ZPE, licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 7

Prędkość orbitalna nie zależy od masy satelity. Co by było, gdyby jednak istniała taka zależność?

Źródło: ZPE, licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 8

Przypomnij sobie treść zasad dynamiki Newtona.

Źródło: ZPE, licencja: CC BY 3.0.

Zadanie podsumowujące moduł

Ćwiczenie 3



Oceń prawdziwość poniższych zdań. Przy każdym zdaniu w tabeli zaznacz „Prawda” albo „Fałsz”.

Zdanie	Prawda	Fałsz
Aby ciało było satelitą Ziemi, to jego masa powinna być zbliżona do masy Ziemi.	☐	☐
Satelita geostacjonarny nie zmienia swego położenia względem Ziemi.	☐	☐
Prędkość orbitalna zależy od masy ciała centralnego i promienia orbity, po której porusza się satelita.	☐	☐
Prędkość orbitalna księżyca planety zależy od masy planety.	☐	☐
Okres obiegu satelity wokół Ziemi nie zależy od wysokości nad powierzchnią Ziemi.	☐	☐
Aby się poruszać dookoła Ziemi, satelita musi mieć prędkość o wartości co najmniej $10 \frac{\text{km}}{\text{s}}$.	☐	☐

Źródło: ZPE, licencja: CC BY 3.0.

Słownik

I prędkość kosmiczna

prędkość, jaką trzeba nadać ciału poruszającemu się stycznie do powierzchni planety, aby mogło ono krążyć po orbicie, której promień jest równy promieniowi tej planety; pierwsza prędkość kosmiczna Ziemi to $7,91 \frac{\text{km}}{\text{s}}$.

prędkość orbitalna

prędkość, z jaką porusza się ciało na orbicie wokół ciała centralnego; zależy od masy ciała centralnego i promienia orbity:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}.$$

Biogram



Konstanty Ciolkowski - pionier lotów kosmicznych

Źródło: dostępny w internecie: commons.wikimedia.org, domena publiczna.

Konstanty Ciolkowski

1857.09.17 Iżewskoje, Rosja – 1935.09.19 Kaługa, Rosja

Syn polskiego zesłańca, uważany na pioniera astronautyki. Przewidział podbój przestrzeni kosmicznej przez człowieka – stacje załogowe, pojazdy kosmiczne (rakiety) – i jej kolonizację w przyszłości. Jako pierwszy opracował naukowe podstawy lotu rakiet (teorię ruchu rakiet wielostopniowych) o zmiennej masie. Zbudował pierwszy na świecie tunel aerodynamiczny, w którym przeprowadzał badania oporu aerodynamicznego ciał. Podał naukowe podstawy pracy silnika na paliwo ciekłe. Jest autorem powiedzenia: „Ziemia jest kolebką ludzkości, ale nie można ciągle żyć w kolebce”.