

Równanie zwierciadła

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Film samouczek
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



0795 Równanie zwierciadła

Zwierciadła spotykamy niemalże na każdym kroku, czasem są one płaskie, czasem zaś kuliste wklęsłe lub wypukłe. Od antycznych czasów stanowią nieodzowny element życia codziennego, a także potężną broń ludzkości. Najśłynniejsze, starożytne zwierciadło zaprojektowane zostało w Syrakuzach przez Archimedesesa. To właśnie ono pozwoliło pokonać rzymską flotę atakującą miasto. Sześciokątne lustro otoczone mniejszymi, parabolicznymi zwierciadłami skupiło promienie słoneczne na kadłubach statków oblężniczych i doprowadziło do ich spalenia.



Rys. a. *Archimedes spala statki rzymskie konsula Marcello ogniem powstałym przy użyciu zwierciadeł*, Cherubino Cornienti, 1855

Pierwsze zwierciadła były po prostu metalowymi powierzchniami. Dopiero w kolejnych wiekach metal zastąpiono szkłem pokrytym odbijającą warstwą. Jednak, niezależnie od budulca, od samego początku uważano je za niezwykle ważne i potrzebne. Bogato zdobione egzemplarze stanowiły kunsztowne prezenty, a także istotne elementy skarbców i inwentarzy. Zwierciadła po dziś dzień stanowią podstawę codziennego funkcjonowania, z tego względu warto wiedzieć, jak działają. Czy zastanawiałeś się jednak, w jaki sposób obraz powstający w zwierciadle jest powiązany z przedmiotem i od czego zależy ich położenie względem zwierciadła? O tym w niniejszym materiale.

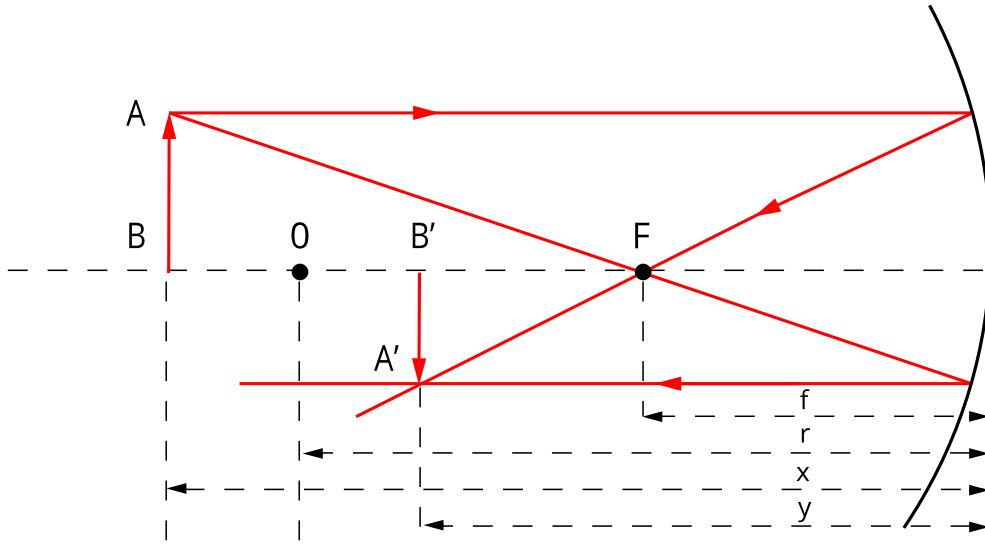
Twoje cele

Przeczytanie niniejszego materiału sprawi, że:

- poznasz budowę zwierciadła kulistego i wielkości, które je opisują,
- poznasz konwencję stosowania znaków przy opisie obrazów powstających w zwierciadłach,
- zrozumiesz równanie zwierciadła i jego wyprowadzenie,
- zastosujesz równanie zwierciadła do rozwiązywania zadań rachunkowych.

Przeczytaj

Warto przeczytać



Rys. 1. Wielkości charakteryzujące zwierciadło kuliste.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>

Na Rys. 1. przedstawiono schemat zwierciadła kulistego wklęsłego oraz charakteryzujących go wielkości. Każde zwierciadło charakteryzuje promień krzywizny r . Dokładnie w jego połowie znajduje się **ognisko zwierciadła** (stanowiące geometryczny punkt przecięcia się wszystkich promieni przyosiowych odbitych od jego powierzchni, które padały równoległe do osi optycznej). Odległość **ogniska** od powierzchni zwierciadła nazywa się odległością ogniskową i oznacza literą f :

$$f = \frac{r}{2},$$

gdzie

f – odległość **ogniskowa** [m],

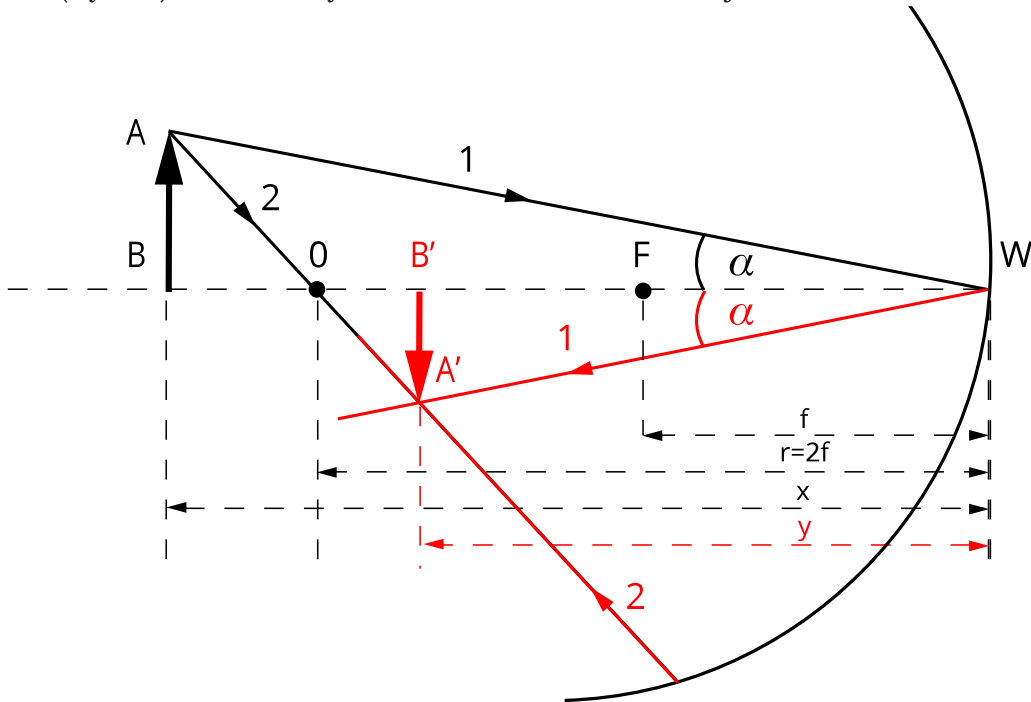
r – promień krzywizny zwierciadła [m].

Ważnymi przy omawianiu niniejszego tematu wielkościami będą także:

– odległość przedmiotu od zwierciadła oznaczana zwyczajowo literą x ,

- odległość obrazu od zwierciadła oznaczana jako y .

Spróbujmy znaleźć zależność pomiędzy f , x i y . Przyjrzyjmy się konstrukcji obrazu dla położenia $x > 2f$ (Rys. 2.). Oznaczmy wierzchołek zwierciadła jako W .



Rys. 2. Obraz powstający w zwierciadle wklęsłym dla $x > 2f$.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Możemy zauważyć dwie pary trójkątów podobnych:

$$\triangle AWB \sim \triangle A'WB', \quad \triangle AOB \sim \triangle A'OB'$$

Z podobieństwa $\triangle AWB \sim \triangle A'WB'$ wynika, że:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'W}{BW} = \frac{y}{x}.$$

Z podobieństwa $\triangle AOB \sim \triangle A'OB'$ można zapisać:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'O}{BO} = \frac{2f - y}{x - 2f}.$$

Porównując oba powyższe wyrażenia otrzymujemy zależność:

$$\frac{y}{x} = \frac{2f - y}{x - 2f}.$$

Po wykonaniu przekształceń matematycznych mamy:

$$y(x - 2f) = x(2f - y),$$

$$xy - 2fy = 2fx - xy,$$

$$2xy = 2fx + 2fy.$$

Dzieląc ostatnie wyrażenie przez $2fxy$ uzyskujemy wyrażenie:

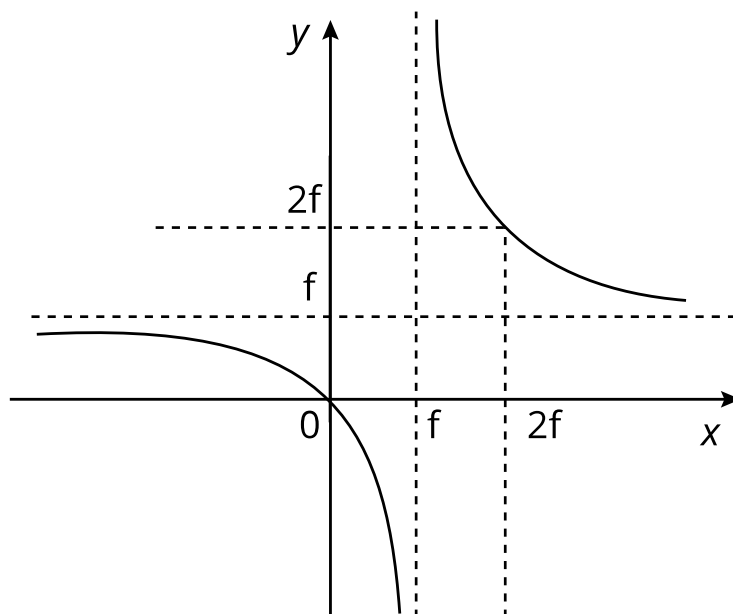
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}.$$

Otrzymana zależność wiąże trzy ważne wielkości: **ogniskową zwierciadła**, odległość przedmiotu x i odległość obrazu y . Zastanówmy się, w jaki sposób opisać zależność y od x . Przekształcając ostatnie równanie mamy:

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{f} - \frac{1}{x} = \frac{x - f}{fx},$$

czyli:

$$y = \frac{fx}{x - f}.$$



Rys. 3. Wykres zależności $y(x)$ dla $f > 0$ (dla zwierciadła kulistego wklęsłego).

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Na Rys. 3. przedstawiona została zależność $y(x)$. Przyjrzyjmy się tutaj sytuacjom skrajnym. W przypadku:

- obszaru $x < 0$, nie odpowiada on usytuowaniu żadnego rzeczywistego źródła światła – mamy wówczas do czynienia z tak zwanym przedmiotem pozornym (wypada za zwierciadłem), co jest bardzo rzadką sytuacją,
- punktu $x = 0$, warto zauważyć, że trudno jest ustawić przedmiot dokładnie „na powierzchni zwierciadła”,
- punktu $x = f$ – usytuowanie przedmiotu jest możliwe, jednak obraz nie powstaje.

Z wykresu można również wywnioskować, że dla:

- $x \in (0, f) \rightarrow y \in (-\infty, 0)$ – powstaje obraz pozorny i powiększony,
- $x \in (f, +\infty) \rightarrow y \in (f, +\infty)$ – powstaje obraz rzeczywisty.

Ten rzeczywisty obraz może być

- powiększony, gdy $x \in (f, 2f)$. Zwróćmy uwagę, że wtedy wyrażenie opisujące położenie obrazu y przyjmuje zawsze wartość większą od $2f$. Na przykład dla $x = 1,5 \cdot f$ otrzymujemy:

$$y = \frac{f}{1 - \frac{f}{1,5f}} = 3f,$$

- dla $x > 2f$ – obraz jest zmniejszony.

Stosunek $\frac{A'B'}{AB}$ liniowych rozmiarów obrazu ($A'B' = h_o$) i przedmiotu ($AB = h_p$) oznaczmy literą p i nazwijmy powiększeniem liniowym:

$$p = \frac{h_o}{h_p}.$$

Korzystając z Rys. 2. możemy zauważyć, że z podobieństwa trójkątów, o którym była mowa wcześniej, wynika, że stosunek wysokości obrazu do wysokości przedmiotu jest równy stosunkowi odległości obrazu do odległości przedmiotu od zwierciadła:

$$p = \left| \frac{y}{x} \right|.$$

We wzorze tym zapisujemy powiększenie jako wartość bezwzględną ilorazu y i x , gdyż wielkości te mogą przyjmować wartości ujemne. Stosunek dwóch wysokości h_o i h_p nie może być zaś mniejszy od zera.

ognisko zwierciadła

(*ang. focus*) geometryczny punkt przecięcia się wszystkich promieni przyosiowych padających na zwierciadło równoległe do osi optycznej po odbiciu od powierzchni tego zwierciadła

ogniskowa

(*ang. focal length*) odległość ogniska od wierzchołka zwierciadła.

Film samouczek

Równanie zwierciadła

Film wyjaśnia, w jaki sposób, korzystając z równania zwierciadła, można wznaczyć położenie i wielkość obrazu w zależności od położenia przedmiotu i ogniskowej zwierciadła.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DaT6FZtwT>

Zapoznaj się z audiodeskrypcją samouczka.

Polecenie 1

Czy pamiętasz, gdzie należy umieścić przedmiot, by uzyskać obraz rzeczywisty i powiększony?

Polecenie 2

Na pewno wiesz, że butelki pozostawione w lesie mogą doprowadzić do pożaru. By tak się stało, promienie Słońca muszą być skupione na niewielkim obszarze podnosząc temperaturę w stopniu wystarczającym do zapłonu poszycia leśnego. Jeśli założymy, że Słońce znajduje się bardzo daleko ($x \rightarrow \infty$), a kształt butelki jest zbliżony do zwierciadła o ogniskowej f , to w jakiej odległości od ściany butelki nastąpi zapłon?

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Ewelina Kędzierska
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Równanie zwierciadła.
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres podstawowy
Podstawa programowa:	<p>Cele kształcenia - wymagania ogólne</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p>Zakres podstawowy</p> <p>Treści nauczania - wymagania szczegółowe</p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem;</p> <p>IX. Fale i optyka. Uczeń:</p> <p>5) opisuje zjawiska jednoczesnego odbicia i załamania światła na granicy dwóch ośrodków różniących się prędkością rozchodzenia się światła; opisuje działanie światłowodu jako przykład wykorzystania zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia.</p>
Kształtowane kompetencje kluczowe:	<p>Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:</p> <ul style="list-style-type: none">• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,• kompetencje cyfrowe,• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
Cele operacyjne:	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none">1. wyjaśni, jak wygląda zwierciadło kuliste i wymieni wielkości, które je opisują.2. zastosuje odpowiednie znaki przy opisie obrazów powstających w zwierciadłach.3. wyprowadzi równanie zwierciadła.4. zastosuje równanie zwierciadła do rozwiązywania zadań rachunkowych.

Strategie i metody nauczania:	- strategia nauczania: IBSE, - metody nauczania: merytoryczna dyskusja wprowadzająca, podsumowująca rozmowa kierowana.
Formy zajęć:	- praca indywidualna, - praca w parach.
Środki dydaktyczne:	-
Materiały pomocnicze:	-

PRZEBIEG LEKCJI

Faza wprowadzająca:

Nauczyciel rozpoczyna lekcję poprzez zaciekawienie uczniów tematem - efekt ten może uzyskać poprzez odniesienie do życia codziennego, przywołanie zastosowań zwierciadeł kulistych wklęsłych. Może również opowiedzieć uczniom historię obrony Syrakuz zaprezentowaną w tym e-materiale.

Drugim, jednakże równie ważnym, zadaniem nauczyciela jest rozpoznanie wiedzy wyjściowej uczniów w kontekście realizowanego tematu oraz nawiązanie do tej wiedzy w merytorycznej dyskusji wprowadzającej. W tej części powinien sprowokować uczniów do samodzielnego przypomnienia informacji na temat rozchodzenia się fali świetlnej i prawa odbicia, a przede wszystkim zwierciadeł kulistych wklęsłych - sposobów ich powstawania oraz wielkości charakteryzujących te zwierciadła.

Faza realizacyjna:

- Konstruowanie wiedzy z zakresu nowego tematu:
 - nauczyciel przedstawia uczniom równanie zwierciadła, wyjaśnia oznaczenia w nim zawarte oraz mówi o konwencji znaków,
 - uczniowie słuchają nauczyciela i zadają pytania dotyczące kwestii problemowych lub niezrozumiałych,
 - nauczyciel wprowadza uczniom zależność pozwalającą na wyznaczenie powiększenia,
 - uczniowie wykonują na tablicy wspólnie z nauczycielem zadanie wykorzystujące równanie zwierciadła oraz wzór na powiększenie.
- Kolejny etap lekcji obejmuje rekonstruowanie wiedzy uczniów:
 - uczniowie na podstawie informacji uzyskanych od nauczyciela rozwiązują samodzielnie zadania rachunkowe (mogą być to zadania 1-4 zawarte w zestawie ćwiczeń),
 - uczniowie dobierają się w pary i sprawdzają sobie nawzajem rozwiązania zadań próbując omówić ewentualne problemy,
 - nauczyciel podchodzi do każdej z par i sprawdza wyniki pracy.

Faza podsumowująca:

Nauczyciel przeprowadza z uczniami rozmowę, podczas której omawiają rozwiązania zadań przeliczanych w trakcie lekcji. Dodatkowo powinien sprowokować uczniów do wskazania problemów napotkanych w czasie samodzielnej pracy.

Praca domowa:

Zadaniem uczniów jest zapoznanie się z filmem dołączonym do e-materiału w celu utrwalenia omawianych zagadnień oraz wykonanie trzech wybranych zadań rachunkowych z zestawu ćwiczeń.

**Wskazówki
metodyczne
opisujące różne
zastosowania
danego
multimedium:**

Film samouczek może być wykorzystany w pracy samodzielnej ucznia przed lekcją lub po niej.