Obliczanie miejsc zerowych oraz wartości funkcji dla danego argumentu - ćwiczenia

Obliczanie miejsca zerowego funkcji, wartości funkcji dla zadanego argumentu. Zasób zawiera interaktywne zadania generatorowe.

Obliczanie miejsc zerowych oraz wartości funkcji dla danego argumentu - ćwiczenia

Pokaż ćwiczenia:

Ten materiał poświęcony jest zadaniom związanym z obliczaniem miejsc zerowych oraz wartości funkcji dla danego argumentu. Jeżeli chcesz zobaczyć przykłady rozwiązywania tego typu zadań, zajrzyj do materiałów:

- Miejsca zerowe funkcji,
- Wartość funkcji dla danego argumentu.

Przykład 1

Sprawdzimy, czy miejscem zerowym funkcji $f(x) = 2x - 6$ jest liczba 2.

Zgodnie z definicją, wartość funkcji w miejscu zerowym zawsze wynosi 0.

Sprawdźmy więc, czy wartość funkcji $f(x)$ w punkcie $x = 2$ wynosi 0.

$$f(2) = 2 \cdot 2 - 6 = -2 \neq 0$$

Oznacza to, że liczba 2 nie jest miejscem zerowym tej funkcji.

Ćwiczenie 1

a. Zaznacz funkcję, której miejscem zerowym jest liczba 4.

- $f(x) = 16 - 4x$
- $f(x) = 4x - 4$
- $f(x) = \frac{1}{4}x + 1$
- $f(x) = 4x$

b. Zaznacz funkcję, której miejscem zerowym jest liczba 7.

- $f(x) = \frac{1}{7}x + 1$
- $f(x) = 7x - 7$
- $f(x) = 7x$
- $f(x) = 7x - 49$

c. Zaznacz funkcję, której miejscem zerowym jest liczba 3.

- $f(x) = 3x$
- $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$
- $f(x) = 3x - 9$
- $f(x) = 3x - 3$

d. Zaznacz funkcję, której miejscem zerowym jest liczba 5.

- $f(x) = \frac{1}{5}x + 1$
- $f(x) = 5x - 5$
- $f(x) = 5x - 25$
- $f(x) = 5x$

Przykład 2

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{2x+1}{3}$. Wyznaczymy x, dla którego $f(x) = 3$.

Podstawiamy wartość funkcji dla szukanego argumentu do jej wzoru, a następnie wyznaczamy zmienną x.

$$3 = \frac{2x+1}{3} \,\Big|\, \cdot 3$$

$$9 = 2x + 1 \mid -1$$

$$8 = 2x \mid : 2$$

$$x = 4$$

Zatem $f(x) = 3$ dla $x = 4$.

Ćwiczenie 2

a. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.
Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{x-6}{5}$. Wynika z tego, że $f(x) = -4$ dla

- $x = -26$
- $x = -16$
- $x = -14$
- $x = -15$

b. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.
Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{x-5}{7}$. Wynika z tego, że $f(x) = -4$ dla

- $x = -33$
- $x = -23$
- $x = -24$
- $x = -25$

c. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.
Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{x-8}{6}$. Wynika z tego, że $f(x) = -2$ dla

- $x = -6$
- $x = -4$
- $x = -5$

- $x = -20$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

d. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.
Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{x-7}{7}$. Wynika z tego, że $f(x) = -6$ dla

- $x = -36$
- $x = -49$
- $x = -35$
- $x = -37$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 3

Obliczmy wartość funkcji $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{dla} \quad x \le 4 \\ 2x-1 & \text{dla} \quad x > 4 \end{cases}$ dla argumentu $x = 4$.

Funkcja jest określona różnymi wzorami na różnych przedziałach, więc zacznijmy od ustalenia, z którego z nich musimy skorzystać, aby obliczyć szukaną wartość. Funkcja dla argumentu $x = 4$ określona jest wzorem $x + 3$ (ponieważ $4 \le 4$), zatem z tego wzoru musimy skorzystać.

Obliczamy wartość funkcji:

$$f(4) = 4 + 3 = 7$$

Oznacza to, że $f(4) = 7$.

Ćwiczenie 3

a. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.

Dana jest funkcja $f(x) = \begin{cases} 4x - 1 & \text{dla} \quad x \leq -7 \\ x + 6 & \text{dla} \quad x > -7 \end{cases}$. Wynika z tego, że $f(-7)$ jest równe

- -1
- -28
- -2
- -29

b. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.

Dana jest funkcja $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{dla} \quad x \leq -6 \\ x + 4 & \text{dla} \quad x > -6 \end{cases}$. Wynika z tego, że $f(-6)$ jest równe

- -12
- -13
- -2
- -11

c. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.

Dana jest funkcja $f(x) = \begin{cases} 5x - 1 & \text{dla} \quad x \leq -3 \\ x + 7 & \text{dla} \quad x > -3 \end{cases}$. Wynika z tego, że $f(-3)$ jest równe

- -15
- 4

- -14
- -16

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

d. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.
Dana jest funkcja $f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{dla} \quad x \le -5 \\ x + 5 & \text{dla} \quad x > -5 \end{cases}$. Wynika z tego, że $f(-5)$ jest równe

- -16
- -14
- 0
- -15

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 4

Wyznaczymy parametr m funkcji $f(x) = (m+1)x - m + 17$ wiedząc, że miejsce zerowe tej funkcji to -5.

Zgodnie z definicją, wartość funkcji w miejscu zerowym zawsze wynosi 0. Oznacza to, że $f(-5) = 0$. Do wzoru funkcji wstawiamy zatem $x = -5$ oraz $f(x) = 0$, a następnie wyznaczamy z niego parametr m.

$$0 = (m+1) \cdot (-5) - m + 17$$

$$0 = -5m - 5 - m + 17$$

$$0 = -6m + 12$$

$$6m = 12 \mid : 6$$

$$m = 2$$

Ćwiczenie 4

a. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.
Miejscem zerowym funkcji $f(x) = (m+9)x - m + 37$ jest -4. Wynika z tego, że m jest równe

- $\frac{1}{5}$
- $\frac{1}{10}$
- $\frac{1}{37}$
- $\frac{1}{9}$

b. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.
Miejscem zerowym funkcji $f(x) = (m+3)x - m + 16$ jest -5. Wynika z tego, że m jest równe

- $\frac{1}{11}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{16}$

c. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.
Miejscem zerowym funkcji $f(x) = (m+5)x - m + 16$ jest -3. Wynika z tego, że m jest równe

- $\frac{1}{7}$
- $\frac{1}{6}$

- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{16}$

d. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.
Miejscem zerowym funkcji $f(x) = (m+4)x - m + 29$ jest -7. Wynika z tego, że m jest równe

- $\frac{1}{5}$
- $\frac{1}{8}$
- $\frac{1}{15}$
- $\frac{1}{29}$

Przykład 5

Sprawdzimy czy punkt $(2,\ 5)$ leży na wykresie funkcji $f(x) = x^2 + 1$.

Wystarczy, że obliczymy wartość funkcji f dla pierwszej współrzędnej tego punktu. Jeżeli wartość dla tego argumentu będzie taka sama jak druga współrzędna tego punktu, to punkt leży na wykresie funkcji f.

$$f(2) = 2^2 + 1 = 5$$

Zatem punkt $(2,\ 5)$ leży na wykresie funkcji $f(x) = x^2 + 1$.

Ćwiczenie 5

a. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Na wykresie funkcji $f(x) = 6x^2 - 7x$ leży punkt

- $(-1,\ 1)$
- $(-1, -1)$
- $(-1,\ 13)$
- $(-1, -13)$

b. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Na wykresie funkcji $f(x) = 5x^2 - 8x$ leży punkt

- $(-1,\ 3)$
- $(-1, -13)$
- $(-1, -3)$
- $(-1,\ 13)$

c. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Na wykresie funkcji $f(x) = 6x^2 - 5x$ leży punkt

- $(-1, -11)$
- $(-1, -1)$
- $(-1,\ 1)$

- $(-1,\ 11)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

d. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Na wykresie funkcji $f(x) = 2x^2 - 5x$ leży punkt

- $(-1, -7)$
- $(-1, -3)$
- $(-1,\ 3)$
- $(-1,\ 7)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 6

Wyznaczymy miejsca zerowe funkcji $f(x) = (x-2)(7-x)$.

Szukamy takich argumentów x, dla których wartość funkcji f wynosi 0. Zauważmy, że wzór funkcji przedstawiony jest w postaci iloczynu sum algebraicznych. Iloczyn ten będzie równy 0, gdy co najmniej jedna z sum przyjmie wartość 0.

Mamy więc, że

$$(x-2)(7-x) = 0$$

wtedy i tylko wtedy, gdy

$$x - 2 = 0 \text{ lub } 7 - x = 0.$$

Oznacza to, że miejscami zerowymi tej funkcji są $x = 2$ oraz $x = 7$.

Ćwiczenie 6

a. Zaznacz poprawne zakończenie zdania. Miejscami zerowymi funkcji $f(x) = (x-3)(-8-x)$ są liczby

- $x = -3$ oraz $x = -8$
- $x = -3$ oraz $x = 8$
- $x = 3$ oraz $x = 8$
- $x = 3$ oraz $x = -8$

b. Zaznacz poprawne zakończenie zdania. Miejscami zerowymi funkcji $f(x) = (x-6)(-8-x)$ są liczby

- $x = -6$ oraz $x = -8$
- $x = 6$ oraz $x = -8$
- $x = -6$ oraz $x = 8$
- $x = 6$ oraz $x = 8$

c. Zaznacz poprawne zakończenie zdania. Miejscami zerowymi funkcji $f(x) = (x-7)(-5-x)$ są liczby

- $x = -7$ oraz $x = 5$
- $x = 7$ oraz $x = -5$
- $x = 7$ oraz $x = 5$

- $x = -7$ oraz $x = -5$

d. Zaznacz poprawne zakończenie zdania. Miejscami zerowymi funkcji $f(x) = (x - 5)(-6 - x)$ są liczby

- $x = 5$ oraz $x = 6$
- $x = -5$ oraz $x = -6$
- $x = -5$ oraz $x = 6$
- $x = 5$ oraz $x = -6$

Ćwiczenie 7

a. Wyznacz miejsca zerowe funkcji $f(x) = x(x-5)$, a następnie uzupełnij poniższe zdanie, wpisując w luki odpowiednie liczby w kolejności rosnącej.

Miejsca zerowe tej funkcji to $x =$ ______ oraz $x =$ ______.

b. Wyznacz miejsca zerowe funkcji $f(x) = x(x+2)$, a następnie uzupełnij poniższe zdanie, wpisując w luki odpowiednie liczby w kolejności rosnącej.

Miejsca zerowe tej funkcji to $x =$ ______ oraz $x =$ ______.

c. Wyznacz miejsca zerowe funkcji $f(x) = x(x+4)$, a następnie uzupełnij poniższe zdanie, wpisując w luki odpowiednie liczby w kolejności rosnącej.

Miejsca zerowe tej funkcji to $x =$ ______ oraz $x =$ ______.

d. Wyznacz miejsca zerowe funkcji $f(x) = x(x-1)$, a następnie uzupełnij poniższe zdanie, wpisując w luki odpowiednie liczby w kolejności rosnącej.

Miejsca zerowe tej funkcji to $x =$ ______ oraz $x =$ ______.

Przykład 7

Sprawdzimy, czy liczba 33 należy do zbioru wartości funkcji a danej wzorem $a(n) = 6n + 5$, której dziedziną jest zbiór liczb naturalnych.

Spróbujmy wyznaczyć argument n, dla którego funkcja a przyjmuje wartość 33.

$$33 = 6n + 5 \mid -5$$

$$28 = 6n \mid : 6$$

$$n = \frac{28}{6} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$$

Zauważmy, że $4\frac{2}{3}$ nie jest liczbą naturalną, zatem obliczone przez nas n nie może być argumentem funkcji a. Oznacza to, że liczba 33 nie należy do zbioru wartości funkcji a.

Ćwiczenie 8

a. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.
Dziedziną funkcji $a(n) = 7n - 5$ jest zbiór liczb naturalnych. Do zbioru wartości funkcji a należy liczba

- 45
- 58
- 67
- 50

b. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.
Dziedziną funkcji $a(n) = 6n - 7$ jest zbiór liczb naturalnych. Do zbioru wartości funkcji a należy liczba

- 55
- 47
- 36
- 40

c. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.
Dziedziną funkcji $a(n) = 3n - 4$ jest zbiór liczb naturalnych. Do zbioru wartości funkcji a należy liczba

- 23
- 28

- 19
- 18

d. Zaznacz poprawne dokończenie zdania.
Dziedziną funkcji $a(n) = 4n - 5$ jest zbiór liczb naturalnych. Do zbioru wartości funkcji a należy liczba

- 31
- 37
- 26
- 24

Przykład 8

Funkcja g określona jest dla każdej dodatniej liczby całkowitej n wzorem $g(n) = \frac{n^2-20}{4}$. Znajdziemy wszystkie argumenty tej funkcji, dla której osiąga ona wartość 31.

Podstawiamy wartość funkcji dla szukanych argumentów do wzoru, a następnie rozwiązujemy otrzymane równanie.

$$31 = \frac{n^2 - 20}{4} \quad \Big| \cdot 4$$

$$124 = n^2 - 20 \quad \Big| + 20$$

$$n^2 = 144$$

$$n = 12 \text{ lub } n = -12$$

Funkcja g jest określona tylko dla dodatnich liczb całkowitych, zatem jedynym argumentem tej funkcji, dla którego funkcja przyjmuje ona wartość 31 jest $n = 12$.

Ćwiczenie 9

a. Funkcja g jest określona dla każdej dodatniej liczby całkowitej n wzorem $g(n) = \frac{n^2-100}{7}$. Znajdź wszystkie argumenty, dla których funkcja g osiąga wartość równą 27. Uzupełnij odpowiedź, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

Odpowiedź: $n =$ ______.

b. Funkcja g jest określona dla każdej dodatniej liczby całkowitej n wzorem $g(n) = \frac{n^2-81}{4}$. Znajdź wszystkie argumenty, dla których funkcja g osiąga wartość równą 22. Uzupełnij odpowiedź, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

Odpowiedź: $n =$ ______.

c. Funkcja g jest określona dla każdej dodatniej liczby całkowitej n wzorem $g(n) = \frac{n^2-121}{9}$. Znajdź wszystkie argumenty, dla których funkcja g osiąga wartość równą 31. Uzupełnij odpowiedź, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

Odpowiedź: $n =$ ______.

d. Funkcja g jest określona dla każdej dodatniej liczby całkowitej n wzorem $g(n) = \frac{n^2-36}{2}$. Znajdź wszystkie argumenty, dla których funkcja g osiąga wartość równą 14. Uzupełnij odpowiedź, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

Odpowiedź: $n =$ ______.