



Na czym polega bilans cieplny?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



## Na czym polega bilans cieplny?

### Czy to nie ciekawe?

Jeśli zetkniemy ze sobą dwa ciała o różnych temperaturach, to po pewnym czasie temperatury wyrównają się. Energia przepłynie w postaci ciepła z ciała o wyższej temperaturze do ciała o niższej temperaturze. Zgodnie z zasadą zachowania energii, energia nigdy nie ginie, ani nie pojawia się. Z tego wynika, że ciepło pobrane przez jedno ciało musi być równe ciepłu oddanemu przez drugie ciało. Bilans cieplny, czyli zestawienie energii przekazywanych w postaci ciepła wewnątrz izolowanego układu, jest zastosowaniem zasady zachowania energii.



Rys. a. Ciepłe pianki marshmallow, wymieniając ciepło z otaczającym powietrzem.

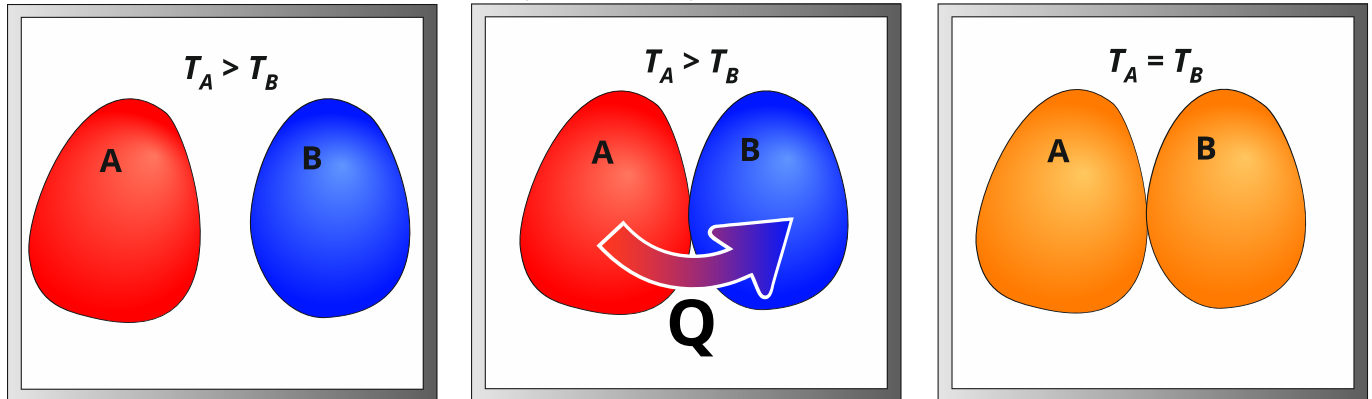
### **Twoje cele**

- wyjaśnisz, czym jest bilans cieplny,
- zrozumiesz, że bilans cieplny jest zastosowaniem zasady zachowania energii,
- dowiesz się, jaki może być skutek pobrania lub oddania ciepła przez ciało,
- przeanalizujesz zjawiska, w których wymiana ciepła powoduje zmianę temperatury ciała,
- przeanalizujesz zjawiska, w których wymiana ciepła powoduje zmianę stanu skupienia ciała.

# Przeczytaj

## Warto przeczytać

Bilans cieplny polega na porównaniu ciepła oddanego i ciepła pobranego przez ciała znajdujące się w układzie izolowanym, czyli takim, który nie wymienia ciepła z otoczeniem. Taki proces przedstawiono schematycznie na Rys. 1.



Rys. 1. Gdy dwa ciała o różnych temperaturach stanowią układ izolowany, to ciepło płynie od ciała o wyższej temperaturze do ciała o niższej temperaturze.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Pobranie ciepła przez ciało może spowodować wzrost temperatury lub przemianę fazową, czyli zmianę stanu skupienia. Topnienie – przemiana ciała stałego w ciecz i parowanie lub wrzenie – zamiana cieczy w stan gazowy, wymagają pobrania ciepła. Natomiast krzepnięcie – przemiana cieczy w ciało stałe oraz skraplanie – powstawanie cieczy ze stanu gazowego, przebiegają z oddawaniem ciepła. Oczywiście skutkiem oddania ciepła może być też zmniejszenie temperatury ciała.

Dla potrzeb bilansu cieplnego ciepło pobrane lub oddane przez ciało **w procesie zmiany temperatury** obliczamy mnożąc **ciepło właściwe** substancji  $c_w$  przez jej masę  $m$  i wartość bezwzględną zmiany temperatury ciała  $|\Delta T|$ :

$$Q = mc_w |\Delta T|.$$

W powyższym wyrażeniu zastosowano konwencję, w myśl której kierunek strumienia ciepła opisany jest jednym z dwóch określeń „pobrane” lub „oddane”. Z tego właśnie powodu zmiana temperatury ciała występuje w tym wzorze w wartości bezwzględnej.

Analogiczną konwencję stosujemy do ciepła wymienianego w przemianach fazowych. Ciepło pobrane lub oddane przez ciało **w przemianie fazowej**, takiej jak krzepnięcie, wrzenie, skraplanie, obliczamy mnożąc ciepło przemiany przez masę substancji, która uległa przemianie.

W szczególności, ciepło pobrane na **stopienie** masy  $m$  substancji to iloczyn ciepła topnienia  $c_t$  i masy:

$$Q = mc_t.$$

Ciepło oddane podczas **krzepnięcia** masy  $m$  wyraża się takim samym wzorem.

Podobnie wartość ciepła pobrane podczas **parowania lub wrzenia** i oddanego podczas **skraplania** masy  $m$  substancji jest opisane wzorem:

$$Q = mc_p,$$

Ciepło parowania gdzie  $c_p$  jest ciepłem parowania.

### Przykład 1. Temperatura końcowa układu ciał o różnych temperaturach początkowych



Rys. 2. Do filiżanki zawierającej letnią herbatę dolewamy nieco gorącej wody. Jaka będzie końcowa temperatura układu: herbata i filiżanka?

Źródło: dostępny w internecie: <https://www.istockphoto.com/pl/zdjęcie/czas-na-herbatę-gm466073662-59566150> [dostęp 20.07.2022], iStockphoto, tylko do użytku edukacyjnego na [zpe.gov.pl](http://zpe.gov.pl).

Przeanalizujmy sytuację pokazaną na zdjęciu (Rys. 2.). W filiżance znajduje się woda o masie  $m_1 = 200$  g i o temperaturze  $t_1 = 30^\circ\text{C}$ . Dolano do niej  $m_2 = 60$  g wody o temperaturze  $t_2 = 98^\circ\text{C}$ . Jaka będzie temperatura wody po wyrównaniu się temperatur? Masa filiżanki wynosi  $m_3 = 120$  g, **ciepło właściwe** wody  $c_w = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ , a **ciepło właściwe** porcelany  $c_{\text{porc}} = 800 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ .

Ułóżmy bilans cieplny, zapisując w tabeli ciepła pobrane i oddane:

Ciepło pobrane	Ciepło oddane
<p>Ciepło pobrane przez chłodną wodę podczas ogrzewania od temperatury <math>t_1 = 30^\circ \text{C}</math> do temperatury końcowej <math>t_k</math>, wyższej niż <math>t_1</math>:</p> $m_1 c_w (t_k - t_1)$	<p>Ciepło oddane przez gorącą wodę podczas obniżania temperatury od <math>t_2 = 98^\circ \text{C}</math> do temperatury końcowej <math>t_k</math>, <b>niższej</b> niż <math>t_2</math>:</p> $m_2 c_w  (t_k - t_2)  = m_2 c_w (t_2 - t_k)$
<p>Ciepło pobrane przez filiżankę podczas ogrzewania od temperatury <math>t_1 = 30^\circ \text{C}</math> do temperatury końcowej <math>t_k</math>:</p> $m_3 c_{porc} (t_k - t_1)$	
<p>Całkowite ciepło pobrane:</p> $Q_{pobrane} = m_1 c_w (t_k - t_1) + m_3 c_{porc} (t_k - t_1)$	<p>Całkowite ciepło oddane:</p> $Q_{oddane} = m_2 c_w (t_2 - t_k)$

Możemy teraz zapisać bilans cieplny:

$$Q_{pobrane} = Q_{oddane},$$

czyli

$$m_1 c_w (t_k - t_1) + m_3 c_{porc} (t_k - t_1) = m_2 c_w (t_2 - t_k).$$

Zauważmy, że w powyższym równaniu występują tylko *różnice* temperatur. Różnice te, niezależnie od tego, czy są wyrażone w skali Celsjusza, czy **Kelwina**, są jednakowe:  $\Delta T = \Delta t$ .

Z równania bilansu wyznaczamy temperaturę końcową:

$$t_k = \frac{m_2 c_w t_2 + m_1 c_w t_1 + m_3 c_{porc} t_1}{m_1 c_w + m_2 c_w + m_3 c_{porc}}.$$

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymujemy:

$$= \frac{0,06 \text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 98^\circ\text{C} + 0,2 \text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 30^\circ\text{C} + 0,12 \text{ kg} \cdot 800 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 30^\circ\text{C}}{0,2 \text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} + 0,06 \text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} + 0,12 \text{ kg} \cdot 800 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}} = 44^\circ\text{C}$$

Temperatura końcowa wody i filiżanki wynosi  $44^\circ\text{C}$ .

## Przykład 2. Ile lodu trzeba, by obniżyć temperaturę układu do zadanej wartości?



Rys. 3. W szklance jest letnia woda. Ile lodu trzeba do niej wrzucić, by schłodzić ją, wraz ze szklanką, do przyjemnej (w upale) temperatury?

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/zimny-nap%C3%B3j-limonka-drink-koktajl-1535766/> [dostęp 20.07.2022]. <https://pixabay.com/pl/service/license/>.

A teraz sprawdźmy, jak przygotować napój odpowiedni na upalny dzień. W szklance znajduje się woda o masie  $m_1 = 190 \text{ g}$  i o temperaturze  $t_1 = 28^\circ\text{C}$ . Jaka powinna być masa kostek lodu o temperaturze  $t_2 = -5^\circ\text{C}$ , wrzuconych do wody, aby po stopieniu lodu temperatura wody obniżyła się do  $t_3 = 8^\circ\text{C}$ ? **Ciepło topnienia** lodu wynosi  $c_t = 333 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ , **ciepło właściwe** wody  $c_w = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ , a ciepło właściwe lodu  $c_l = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ . Masa szklanki wynosi  $m_2 = 150 \text{ g}$ , a jej ciepło właściwe  $c_{sz} = 840 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ .

Aby lód zaczął się topić, jego temperatura musi wzrosnąć do temperatury topnienia, czyli  $t_t = 0^\circ\text{C}$ . Woda powstała ze stopionego lodu ma temperaturę  $0^\circ\text{C}$  i następnie jej temperatura zwiększa się do  $t_3 = 8^\circ\text{C}$ . W tych trzech procesach lód i woda z niego powstała pobierają ciepło od wody o masie  $m_1$  oraz od szklanki.

Masę lodu oznaczmy przez  $m_x$ , a ciepła pobrane i oddane zapiszmy w tabeli:

Ciepło pobrane	Ciepło oddane
----------------	---------------

Ciepło pobrane	Ciepło oddane
<p>Ciepło pobrane przez lód na zwiększenie temperatury od temperatury <math>t_2 = -5^\circ\text{C}</math> do <math>t_t = 0^\circ\text{C}</math>:</p> $m_x c_l (t_t - t_2)$	<p>Ciepło oddane przez ciepłą wodę o masie <math>m_1</math> podczas obniżania temperatury od <math>t_1 = 28^\circ\text{C}</math> do temperatury końcowej <math>t_3 = 8^\circ\text{C}</math>:</p> $m_1 c_w (t_1 - t_3)$
<p>Ciepło pobrane przez lód na stopienie:</p> $m_x c_t$	<p>Ciepło oddane przez szklankę podczas obniżania temperatury od <math>t_1 = 28^\circ\text{C}</math> do temperatury końcowej <math>t_3 = 8^\circ\text{C}</math>:</p> $m_2 c_{sz} (t_1 - t_3)$
<p>Ciepło pobrane przez wodę powstałą z lodu na zwiększenie temperatury od temperatury <math>t_t = 0^\circ\text{C}</math> do temperatury <math>t_3 = 8^\circ\text{C}</math>:</p> $m_x c_w (t_3 - t_t)$	
<p>Całkowite ciepło pobrane:</p> $Q_{pobrane} = m_x c_l (t_t - t_2) + m_x c_t + m_x c_w (t_3 - t_t)$	<p>Całkowite ciepło oddane:</p> $Q_{oddane} = m_1 c_w (t_1 - t_3) + m_2 c_{sz} (t_1 - t_3)$

Przyrównując do siebie ciepło pobrane i oddane otrzymujemy równanie:

$$m_x c_l (t_t - t_2) + m_x c_t + m_x c_w (t_3 - t_t) = m_1 c_w (t_1 - t_3) + m_2 c_{sz} (t_1 - t_3).$$

Wyznaczamy stąd szukaną masę lodu  $m_x$ :

$$m_x = \frac{m_1 c_w (t_1 - t_3) + m_2 c_{sz} (t_1 - t_3)}{c_l (t_t - t_2) + c_t + c_w (t_3 - t_t)}$$

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymujemy:

$$m_x = \frac{0,19 \text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 20 \text{ K} + 0,15 \text{ kg} \cdot 840 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 20 \text{ K}}{5 \text{ K} \cdot 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 333000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 8 \text{ K} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 0,05 \text{ kg}.$$

Masa lodu, który obniży temperaturę wody w szklance od 28°C do 8°C wynosi 50 g.

## Słowniczek

### Kalorymetr

(ang.: *calorimeter*) przyrząd służący do pomiaru zmian temperatury podczas procesów termodynamicznych w warunkach dobrej izolacji cieplnej od otoczenia. Składa się na ogół z dwóch części: właściwego układu kalorymetrycznego, w którym przebiega badany proces, i z płaszcza, zapewniającego izolację cieplną.

### Ciepło właściwe

(ang.: *specific heat*) energia potrzebna do ogrzania 1 kg substancji o 1 K:  $c_w = \frac{Q}{m\Delta T}$ , gdzie  $Q$  ciepło pobrane przez ciało o masie  $m$  podczas zmiany temperatury o  $\Delta T$ .

### Ciepło topnienia

(ang.: *enthalpy of fusion, latent heat of fusion*) energia potrzebna do stopienia 1 kg ciała. Ciepło topnienia wyraża się wzorem  $c_t = \frac{Q}{m}$ , gdzie  $Q$  – energia dostarczona podczas topnienia,  $m$  – masa ciała.

### Ciepło parowania

(ang.: *enthalpy of vaporization, latent heat of vaporization*) energia potrzebna do wyparowania 1 kg ciała. Ciepło parowania wyraża się wzorem  $c_p = \frac{Q}{m}$ , gdzie  $Q$  – energia dostarczona podczas parowania lub wrzenia,  $m$  – masa ciała.

### Temperatura w skali Kelvina (skali bezwzględnej)

(ang.: *Kelvin scale, absolute temperature scale*) miara średniej energii kinetycznej przypadająca na jedną cząsteczkę. Temperaturę w skali Kelvina  $T$  obliczamy, dodając do temperatury w skali Celsjusza,  $t$ , 273°C:  $T = t + 273^\circ\text{C}$ .

# Film samouczek

---

## Na czym polega bilans cieplny?

Obejrzyj film samouczek, z którego dowiesz się, jak analizować i wykorzystywać bilans cieplny w przemianach fazowych. Następnie wykonaj samodzielnie polecane w nim obliczenia.

### Polecenie 1

Jaka powinna być masa pary o temperaturze  $100^{\circ}\text{C}$ , aby po wpuszczeniu jej do w termosu, w którym znajdują się 1 kg lodu o temperaturze  $100^{\circ}\text{C}$ , pozostała wyłącznie woda o temperaturze  $50^{\circ}\text{C}$ ?

W filmie samouczku zostały podane niezbędne do rozwiązania tego zadania wartości: ciepła topnienia lodu, ciepła skraplania pary wodnej oraz ciepła właściwego wody.

Rozwiąż to zadania samodzielnie, a w razie potrzeby skorzystaj z podanych poniżej wskazówek. Na zakończenie porównaj swoje rozwiązanie z umieszczonym rozwiązaniem wzorcowym.

# Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

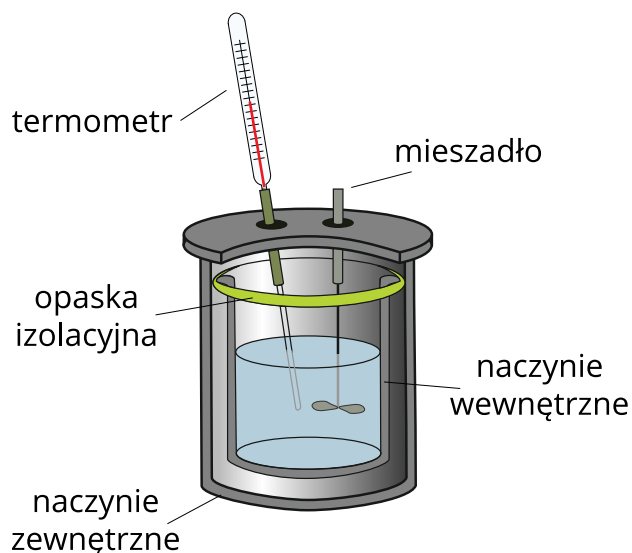
## Ćwiczenie 1



## Ćwiczenie 2



Kalorymetr to przyrząd służący do pomiaru zmian temperatury podczas procesów termodynamicznych w warunkach dobrej izolacji cieplnej od otoczenia (zob. rys.).



Rys. Schemat konstrukcji **kalorymetru aluminiowego**. Kalorymetr składa się z naczynia (zewnętrznego), w którym znajduje się drugie, aluminiowe naczynie (wewnętrzne). Oba naczynia przedzielone są izolacją termiczną (na rysunku rolę izolacji pełni powietrze). Kalorymetr posiada przykrywkę z otworami na mieszadło i otworem przeznaczonym dla termometru.

### Ćwiczenie 3



W aluminiowym kalorymetrze o masie  $m_k$  znajduje się  $m_w$  wody o temperaturze  $t_p$ . Do kalorymetru wrzucono kawałek lodu o masie  $M$  i temperaturze  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . Zapisz równanie bilansu cieplnego dla procesów termodynamicznych, które zachodzą wewnątrz kalorymetru. Załóż, że wartości ciepła właściwego wody  $c_w$ , aluminium  $c_{Al}$  oraz kalorymetru  $c_k$ , a także wartość ciepła topnienia lodu  $c_t$  są znane. Swoją odpowiedź zapisz w polu poniżej, a następnie porównaj ją z podaną odpowiedzią wzorcową.

### Ćwiczenie 4



### Ćwiczenie 5



### Ćwiczenie 6



### Ćwiczenie 7



### Ćwiczenie 8



# Dla nauczyciela

---

## Scenariusz lekcji

<b>Imię i nazwisko autora:</b>	Krystyna Wosińska
<b>Przedmiot:</b>	Fizyka
<b>Temat zajęć:</b>	<b>Na czym polega bilans cieplny?</b>
<b>Grupa docelowa:</b>	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres podstawowy i rozszerzony
<b>Podstawa programowa:</b>	<p><b>Cele kształcenia - wymagania ogólne:</b> II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p><b>Zakres podstawowy</b> <b>Treści nauczania - wymagania szczegółowe</b> I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 14) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych; V. Termodynamika. Uczeń: 4) wykorzystuje pojęcie ciepła właściwego oraz ciepła przemiany fazowej w analizie bilansu cieplnego.</p> <p><b>Zakres rozszerzony</b> <b>Treści nauczania - wymagania szczegółowe</b> I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 16) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych; VI. Termodynamika. Uczeń: 5) wykorzystuje pojęcie ciepła właściwego oraz ciepła przemiany fazowej w analizie bilansu cieplnego.</p>

<b>Kształtowane kompetencje kluczowe:</b>	<b>Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,</li> <li>• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,</li> <li>• kompetencje cyfrowe,</li> <li>• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.</li> </ul>
<b>Cele operacyjne:</b>	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. definiuje pojęcie bilansu cieplnego.</li> <li>2. wyjaśnia, że bilans cieplny jest zastosowaniem zasady zachowania energii,</li> <li>3. objaśnia możliwe skutki pobrania lub oddania ciepła przez ciało,</li> <li>4. analizuje zjawiska, w których wymiana ciepła powoduje zmianę temperatury ciał,</li> <li>5. analizuje zjawiska, w których wymiana ciepła powoduje zmiany stanu skupienia ciał,</li> <li>6. stosuje równanie bilansu do opisu prostych sytuacji termodynamicznych.</li> </ol>
<b>Strategie nauczania:</b>	strategia eksperymentalno-obszernacyjna (dostrzeganie i definiowanie problemów)
<b>Metody nauczania:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wykład informacyjny,</li> <li>- pokaz multimedialny,</li> <li>- analiza pomysłów.</li> </ul>
<b>Formy zajęć:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- praca w parach,</li> <li>- praca indywidualna.</li> </ul>
<b>Środki dydaktyczne:</b>	komputer z rzutnikiem lub tablety do dyspozycji każdego ucznia
<b>Materiały pomocnicze:</b>	e-materiały „Jak definiujemy przemianę fazową”, „Ciepło parowania”, „Jak definiujemy ciepło właściwe”, „Jak definiujemy ciepło przemiany fazowej?”
<b>PRZEBIEG LEKCJI</b>	
<b>Faza wprowadzająca</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wprowadzenie zgodnie z treścią e-materiału.</li> <li>• Odwołanie do wiedzy uczniów o zasadzie zachowania energii.</li> </ul>	

**Faza realizacyjna**

Nauczyciel wprowadza pojęcie bilansu cieplnego, podkreślając jego związek z zasadą zachowania energii. Następnie pyta uczniów, w jakich procesach ciepło jest pobierane, a w jakich oddawane. Uczniowie zgłaszają swoje pomysły. Uczniowie, z pomocą nauczyciela, układają bilans cieplny dla przykładu, w którym do filiżanki z chłodną wodą, dolano gorącej wody. Zapisują, w tabeli na tablicy, ciepła pobrane i oddane w różnych procesach termodynamicznych. Następnie uczniowie w parach rozwiązują zadanie, którego treść informuje, że do szklanki z wodą wrzucono kostki lodu. Uczniowie oglądają film-samouczek i w parach wykonują polecane w nim obliczenia.

**Faza podsumowująca**

Uczniowie oceniają stopień przyswojonej wiedzy, rozwiązując indywidualnie zadania 1-3. W razie potrzeby nauczyciel pomaga uczniom.

**Praca domowa**

Zadania (obowiązkowo) 4, (do wyboru) jedno z zadań 5 - 8.

**Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium:**

Multimedium bazowe można wykorzystać na lekcji lub być ono wykorzystane przez uczniów po lekcji do powtórzenia i utrwalenia materiału.