



Iloczyn i iloraz potęg o takich samych podstawach

Materiał zawiera animacje, ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Animacje: - mnożenie potęg o tych samych podstawach, dzielenie potęg o tych samych podstawach

Iloczyn i iloraz potęg o takich samych podstawach

Przy obliczaniu wartości wyrażeń w których występują potęgi możemy wykorzystywać prawa działań na potęgach. W tym materiale poznasz i zastosujesz w ćwiczeniach twierdzenie o mnożeniu i dzieleniu potęg o takich samych podstawach.

Twierdzenie: Działania na potęgach

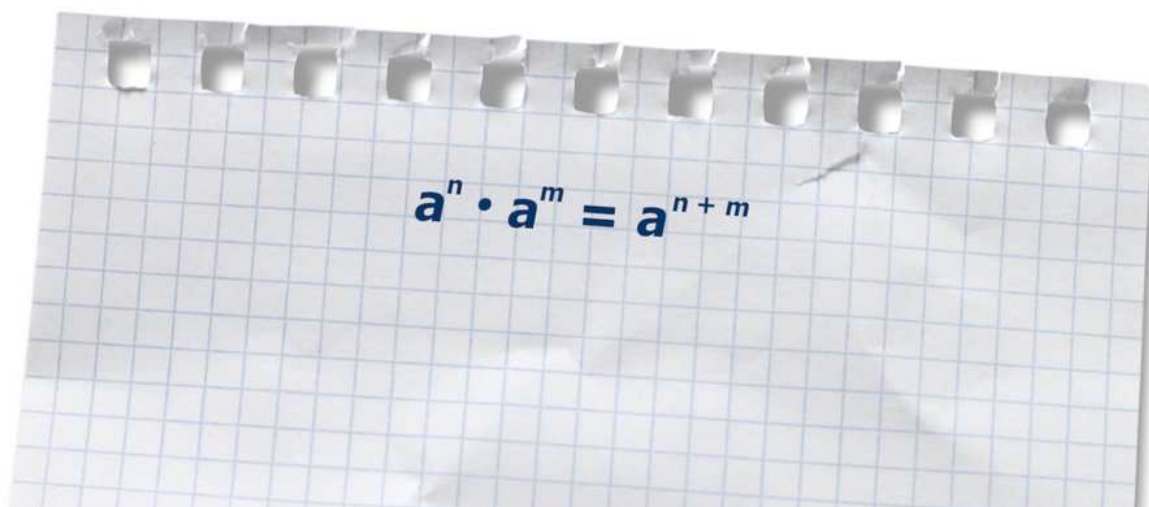
- **Iloczyn potęg o takich samych podstawach**

Dla dowolnej liczby rzeczywistej $a \neq 0$ i dowolnych liczb całkowitych dodatnich n i m prawdziwa jest równość:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$



Aby pomnożyć dwie potęgi o takich samych podstawach różnych od zera i wykładnikach naturalnych, dodajemy ich wykładniki, a podstawę pozostawiamy bez zmiany.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R19MzgvEjoRk3>

Liczby_Dzialania na potegach_atrapa_animacja_mnozenie_poteg_podstawy

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób mnożymy potęgi o tych samych podstawach.

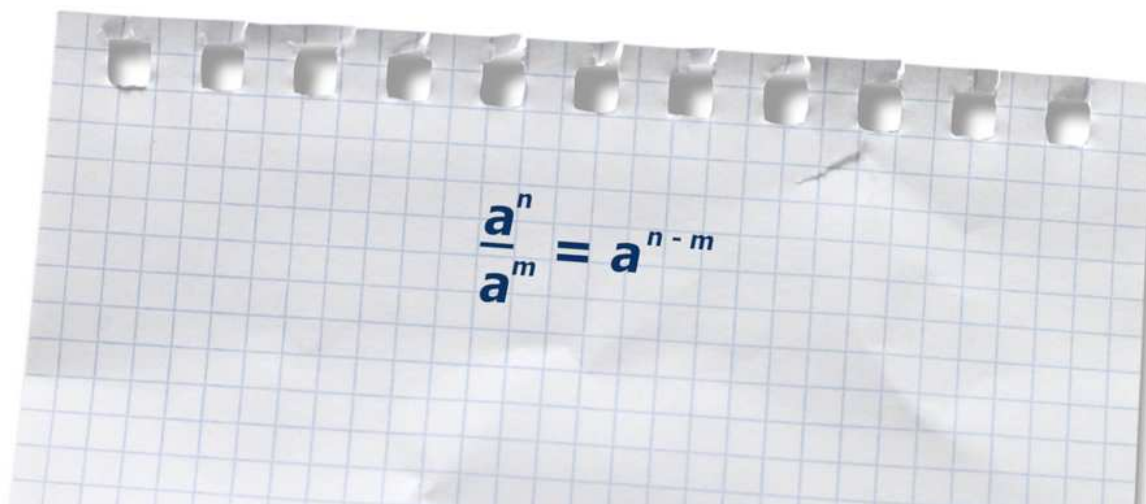
- **Iloraz potęg o takich samych podstawach**

Dla dowolnej liczby rzeczywistej $a \neq 0$ i dowolnych liczb całkowitych dodatnich n i m prawdziwa jest równość:

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}.$$



Aby podzielić dwie potęgi o takich samych podstawach różnych od zera i wykładnikach naturalnych, odejmujemy ich wykładniki, a podstawę pozostawiamy bez zmiany.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1AnK5uW6tPZU>

Liczby_Dzialania na potegach_atrapa_animacja_iloraz_poteg_podstawy

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób dzielimy potęgi o takich samych podstawach.

Ćwiczenie 1



Oblicz w pamięci, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $2^2 \cdot 2^2 =$
- $3^2 \cdot 3^0 =$
- $(-4)^2 \cdot (-4) =$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 =$
- $(-0,1)^2 \cdot (-0,1)^2 =$

- | | | | | | | | | | | | |
|---------------|-----|--------|----|-----|-------|----|---------------|---|---------|---|---------------|
| $\frac{1}{4}$ | -62 | 0,0001 | 17 | -66 | 0,001 | 10 | $\frac{1}{8}$ | 9 | 0,00001 | 8 | $\frac{1}{6}$ |
| -64 | 15 | 16 | | | | | | | | | |

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Przedstaw wyrażenie w postaci jednej potęgi, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $x^3 \cdot x^2 =$
- $a^5 \cdot a^7 =$
- $p^3 \cdot p^0 =$
- $z^3 \cdot z^4 \cdot z^5 =$
- $y^0 \cdot y \cdot y^2 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Oblicz, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $1^6 \cdot 1^8 =$
- $2^1 \cdot 2^2 =$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$
- $4^2 \cdot 4^1 =$
- $(0,2)^2 \cdot (0,2)^0 =$
- $10^3 \cdot 10^2 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Połącz w pary wyrażenia o tej samej wartości.

2^4

$2^2 \cdot 2^2$

2^5

$2^5 \cdot 2^0$

2^8

$2^5 \cdot 2^2$

2^6

$2^2 \cdot 2$

2^3

$2^3 \cdot 2^3$

2^7

$2^6 \cdot 2^2$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Przedstaw wyrażenie w postaci jednej potęgi, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $2^3 \cdot 2^5 = \boxed{}$
- $(2,3)^2 \cdot (2,3)^3 \cdot (2,3)^4 = \boxed{}$
- $(-3)^4 \cdot (-3)^6 \cdot (-3)^8 = \boxed{}$
- $(-\frac{1}{3})^7 \cdot (-\frac{1}{3})^3 \cdot (-\frac{1}{3}) = \boxed{}$
- $3^{14} \cdot 3 \cdot 3^2 = \boxed{}$
- $10^0 \cdot 10 = \boxed{}$
- $2^a \cdot 2^a = \boxed{}$
- $1^a \cdot 1^b \cdot 1^c = \boxed{}$

2^{15}

$(-3)^{12}$

1^{abc}

3^{18}

2^{2a}

10^2

$(-3)^{18}$

10^1

$2,3^8$

$(-3)^{19}$

$(-\frac{1}{3})^{13}$

2^{4a}

3^{17}

1^{a+b+c}

$(-\frac{1}{3})^{11}$

$2,3^9$

$2,3^{12}$

2^9

2^8

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Przedstaw wyrażenie w postaci jednej potęgi, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $x^3 \cdot x^3 =$
- $(-y)^2 \cdot (-y)^2 \cdot (-y) =$
- $(2z)^6 \cdot (2z)^6 =$
- $(3k)^0 \cdot 3k \cdot (3k)^2 =$
- $z^a \cdot z^a \cdot z^a =$
- $p^a \cdot p^b \cdot p^c \cdot p =$
- $x^a \cdot x^{2a} =$
- $a^2 \cdot a^x \cdot a =$

$(3k)^3$	x^9	x^6	$p^{a+b+c+1}$	$(2z)^{15}$	$(-y)^5$	z^{3a}	x^{3a}	a^{x+3}	$(2z)^{14}$
$(3k)^5$	x^{11}	$(2z)^{12}$	$(-y)^6$	$(-y)^7$					

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Oblicz w pamięci, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $2^3 : 2^2 =$
- $(-3)^5 : (-3)^4 =$
- $5^3 : 5^0 =$
- $0,2^7 : 0,2^5 =$
- $(-\frac{1}{4})^3 : (-\frac{1}{4}) =$

$\frac{1}{16}$	0,06	3	$\frac{1}{18}$	-4	0,08	$\frac{1}{12}$	2	0,04	-2	125	115	130
-3	1											

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Przedstaw wyrażenie w postaci jednej potęgi, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $x^4 : x^2 =$
- $a^8 : a^7 =$
- $p^3 : p^0 =$
- $z^{12} : z^4 : z^5 =$
- $y^{15} : y : y^2 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Oblicz w pamięci, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $1^{12} : 1^8 =$
- $2^4 : 2^2 =$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$
- $4^8 : 4^8 =$
- $(0,2)^2 : (0,2)^0 =$
- $10^6 : 10^3 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Połącz w pary równe wyrażenia.

$$2^3$$

$$2^8 : 2^2$$

$$2^4$$

$$2^8 : 2$$

$$2^7$$

$$2^6 : 2^2$$

$$2^5$$

$$2^8 : 2^3$$

$$2^6$$

$$2^4 : 2$$

$$2^8$$

$$2^8 : 2^0$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Połącz w pary równe wyrażenia.

$$x^7 \cdot x$$

$$x^5 \cdot x^0$$

$$x^8 \cdot x^1$$

$$x^2 \cdot x^7$$

$$x^4 \cdot x^3$$

$$x^6 \cdot x^2$$

$$x^1 \cdot x^4$$

$$x^2 \cdot x^2$$

$$x^3 \cdot x^3$$

$$x^5 \cdot x^2$$

$$x^4 \cdot x^0$$

$$x^5 \cdot x$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Zapisz wyrażenie w postaci jednej potęgi, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $2^5 : 2^3 =$
- $(2,3)^{12} : (2,3)^5 : (2,3)^2 =$
- $(-3)^{23} : (-3)^6 : (-3)^8 =$
- $(-\frac{1}{3})^7 : (-\frac{1}{3})^3 : (-\frac{1}{3}) =$
- $3^4 \cdot 3^9 : 3^2 =$
- $10^2 : 10 =$
- $2^a \cdot 2^a : 2^a =$
- $1^a : 1^b \cdot 1^c =$

2^{3a}	10^3	$(2,3)^{10}$	10^1	3^{10}	2^a	1^{a-b+c}	$(-3)^9$	$(-3)^{12}$	1^{abc}	3^{11}
2^8	2^2	$(-\frac{1}{3})^4$	$(-\frac{1}{3})^3$	$(2,3)^5$						

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Zapisz wyrażenie w postaci jednej potęgi, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $x^3 : x^2 =$
- $(-y)^6 : (-y)^2 : (-y) =$
- $(2z)^6 : (2z)^6 =$
- $(3k)^{25} : 3k : (3k)^2 =$
- $z^a \cdot z^a : z^a =$
- $p^a : p^b \cdot p^c : p =$
- $x^{2a} : x^a =$
- $a^2 : a^x \cdot a =$

$2a$	a^{2-x}	x^a	$(2z)^{12}$	$(2z)^0$	z^{2a}	$p^{a-b+c-2}$	$(-y)^8$	z^a	$(-y)^7$	x^5
$p^{a+b+c-2}$	$(-y)^3$	$(3k)^{25}$	$(3k)^{22}$	x^6	$(3k)^{20}$	$p^{a-b+c-1}$	$3a$	x^1	$(2z)^1$	
z^{3a}	a^{2+x}	a^{3-x}								

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Połącz w pary wyrażenia o tych samych wartościach.

$a^3 : a^3$	$a \cdot a^7$
$a^8 \cdot a : a^2$	a^0
$a^8 : a^5 \cdot a^2$	$a^3 \cdot a \cdot a$
$a^2 \cdot a^1$	$a^7 \cdot a^4 : a^{10}$
$a^3 \cdot a^5$	$a^5 : a^2$
$a^{12} : a^{11}$	$a^0 \cdot a^{10} : a^3$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $2^3 \cdot 2^7 \cdot \boxed{} = 2^{13}$
- $3^7 : 3^3 : \boxed{} = 3^3$
- $4^9 : \boxed{} \cdot 4^5 = 4^8$
- $\boxed{} \cdot 5^6 : 5^2 = 5^7$
- $6^3 \cdot 6^4 : \boxed{} : 6 = 6$
- $7^8 : \boxed{} : 7^3 \cdot 7^0 \cdot 7^2 = 7^4$

7^3	4^3	7^8	7^4	2^3	4^8	2^4	6^5	6^2	2^{10}	5^7	3^3	5^8	6^6	3^{10}
5^3	3^1	4^6												

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Zapisz wyrażenie w postaci jednej potęgi, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5 = \boxed{}$
- $6^4 + 6^4 + 6^4 + 6^4 + 6^4 + 6^4 = \boxed{}$
- $3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 = \boxed{}$
- $2^3 + 2^3 + 2^3 + 2^3 + 2^3 + 2^3 + 2^3 + 2^3 = \boxed{}$

3^6	2^4	2^6	6^8	3^9	6^5	4^4	4^6	4^8	2^8	3^4	6^6
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Ile wynosi połowa liczby 2^{20} ? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ 2^{19}

☐ 1^{10}

☐ 1^{20}

☐ 2^{10}

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Oblicz i połącz w pary opisy słowne z odpowiednimi wyrażeniami.

jedna ósma liczby 2^7

2^7

czwarta część liczby 2^5

2^8

połowa liczby 2^6

2^4

czterokrotność liczby 2^4

2^3

dwukrotność liczby 2^6

2^5

szesnastokrotność liczby 2^4

2^6

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Ile jest równy iloczyn potęg x^8 i x^6 ? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ x^{14}

☐ x^{86}

☐ x^2

☐ x^{48}

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20



Jeżeli $100 \cdot 10^3 : 10^2 \cdot 1000 = 10^n$, to ile wynosi n ? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ $n = 4$

☐ $n = 5$

☐ $n = 6$

☐ $n = 9$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 21



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Czterokrotność liczby 2^8 to 2^{10} .

☐ $128 \cdot 2 \cdot 64 = 2^{14}$

☐ Suma $2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2$ zapisana w postaci jednej potęgi to 2^4 .

☐ Czterokrotność liczby 2^8 to 2^{32} .

☐ Wyrażenie $a^3 \cdot a^4 : a^6$ po uproszczeniu jest równe a^6 .

☐ Iloczyn $2^3 \cdot 2 \cdot 2^3 \cdot 2^0$ zapisany w postaci potęgi to 2^7 .

☐ Iloczyn $2^3 \cdot 2 \cdot 2^0 \cdot 2^2$ zapisany w postaci potęgi to 2^6 .

☐ $128 \cdot 2 \cdot 64 = 2^{13}$

☐ Wyrażenie $a^{12} \cdot a^4 : (a^5 \cdot a^3)$ po uproszczeniu jest równe a^8 .

☐ Suma $2^2 + 2^2$ zapisana w postaci jednej potęgi jest równa 2^4 .

☐ $81 : 3^3 \cdot 3 = 3^2$