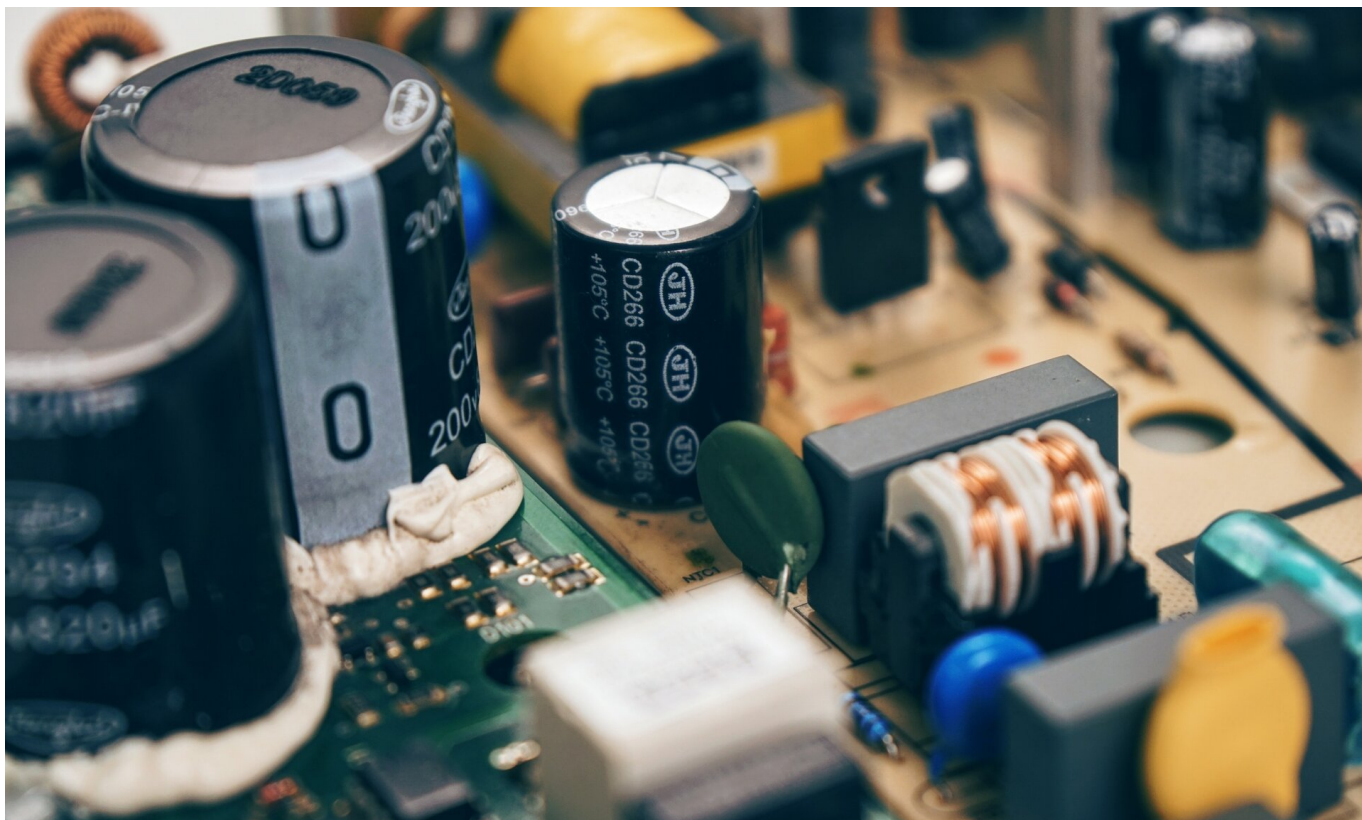




Analiza dodawania i odejmowania napięć w obwodzie, czyli zastosowanie II prawa Kirchhoffa

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Analiza dodawania i odejmowania napięć w obwodzie, czyli zastosowanie II prawa Kirchhoffa

Czy to nie ciekawe?

Dwa prawa Kirchhoffa oraz prawo Ohma dotyczą obwodów prądu elektrycznego i stanowią zestaw zasad pozwalających rozwiązać niemal każde zadanie i problem z tej dziedziny. Reguły stosowania tych praw są łatwe do zapamiętania i wykonania. To niezwykła sytuacja, gdy można użyć tak niewiele sposobów postępowania, by rozwiązać tak wiele zadań. Zapraszamy do zapoznania się z zastosowaniem II prawa Kirchhoffa do rozwiązywania zadań. Przekonasz się, jakie to łatwe.

Twoje cele

- przypomnisz sobie II prawo Kirchhoffa,
- poznasz metody stosowania tego prawa w praktyce,
- nauczysz się analizować rozkład potencjałów i napięć w obwodzie elektrycznym,
- zastosujesz zdobytą wiedzę do rozwiązywania zadań.

Przeczytaj

Warto przeczytać

II prawo Kirchhoffa zostało omówione w e-materiale „Poznajemy II prawo Kirchhoffa”. Zachęcamy do zapoznania się z nim przed rozpoczęciem dalszej lektury.

Prawo to głosi, że:

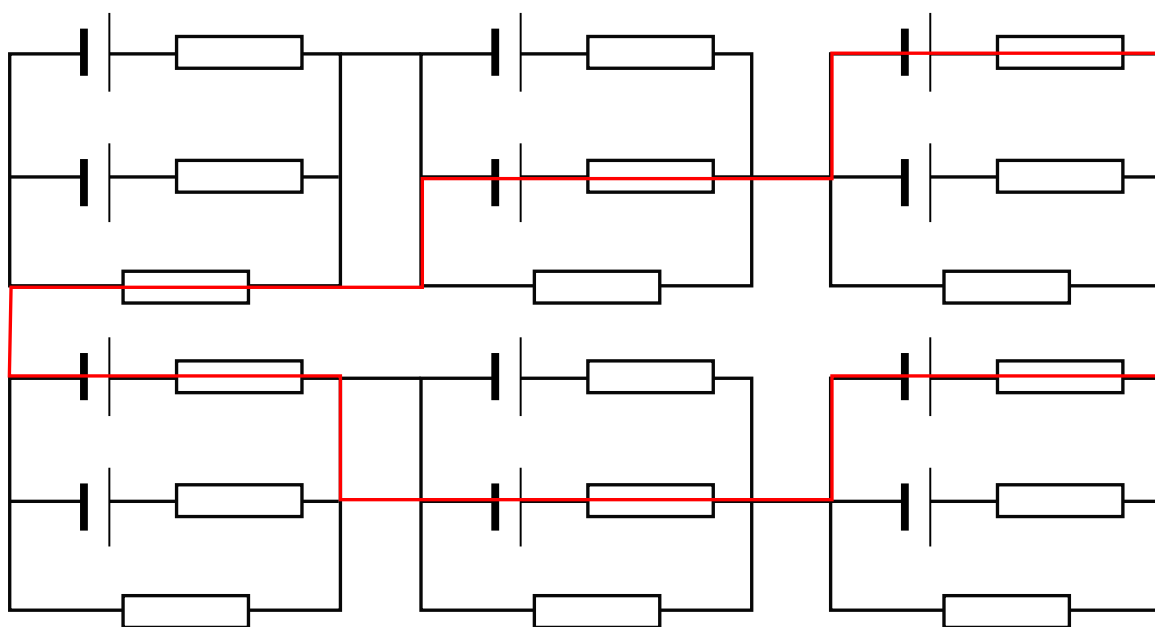
W zamkniętym obwodzie elektrycznym suma sił elektromotorycznych jest równa sumie spadków napięć na odbiornikach.

Jest ono konsekwencją zasady zachowania energii.

Poniżej podajemy kilka reguł i sposobów postępowania, ułatwiających rozwiązywanie zadań, wymagających zastosowania II prawa Kirchhoffa.

Co to znaczy obwód zamknięty?

Obwody elektryczne mogą być niekiedy bardzo skomplikowane. Równanie II prawa Kirchhoffa można napisać dla każdego obwodu lub fragmentu obwodu, który jest zamknięty (zwyczajowo używa się nazwy **oczko**). Przykład pokazano na Rys. 1.



Rys. 1. Oczko jako fragment większego obwodu elektrycznego

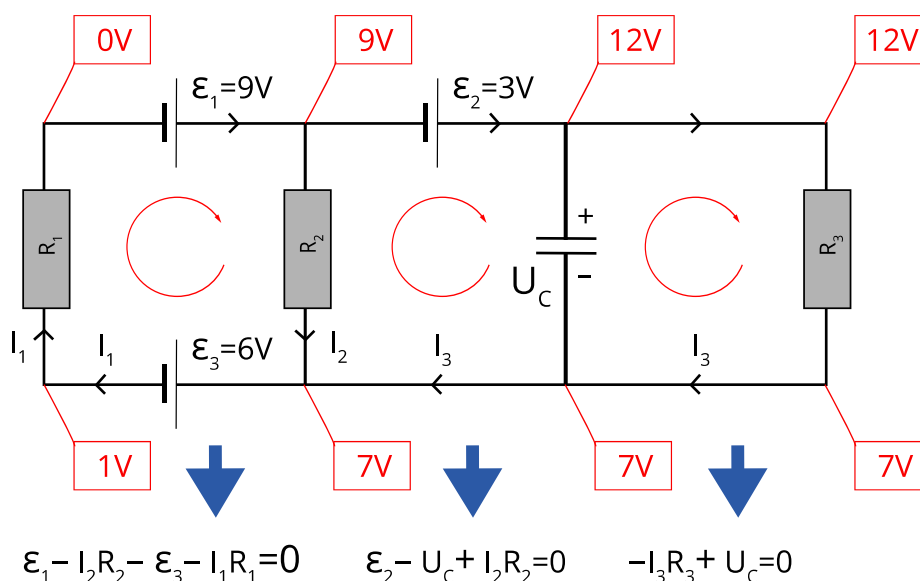
Omawiane prawo obowiązuje w każdej sytuacji i dla każdego rodzaju prądu. My jednak ograniczymy się tu do obwodów prądu stałego oraz instalacji energetycznych prądu przemiennego nieposiadających elementów pojemnościowych i indukcyjnych (np. instalacji domowych).

Część I. Rozważanie potencjałów elektrycznych

Najbardziej ogólną metodą analizy napięć w obwodzie jest wyznaczanie potencjałów elektrycznych w punktach pomiędzy **elementami obwodu elektrycznego**. Zwykle potrafimy podać wyrażenie opisujące wartość napięcia panującego na danym elemencie, ale nie mamy pewności, czy zapisać tę wartość w równaniu ze znakiem dodatnim, czy ujemnym. Najłatwiej wtedy wybrać punkt początkowy obwodu i podążać wzdłuż oczka, docierając ponownie do tego miejsca. Skoro znaleźliśmy się w tym samym punkcie, suma wzrostów i spadków potencjału na naszej drodze musi być równa zero.

Rozkład potencjałów wokół źródła jest oczywisty, gdyż jego dodatni biegun ma zawsze wyższy potencjał, niż biegun ujemny, o wartość równą napięciu źródła. Tak samo jest w przypadku kondensatora, który gromadzi ładunki dodatnie na jednej, a ujemne na drugiej okładce. Rozkład potencjałów wokół elementu, który posiada opór elektryczny wiąże się z kierunkiem przepływającego prądu. Ładunki dodatnie muszą bowiem płynąć od wyższego do niższego potencjału.

Przykład takiej analizy potencjałów w obwodzie przedstawia Rys. 2. Przed przystąpieniem do niej, musimy zaproponować kierunki prądów płynących w poszczególnych przewodach pamiętając o tym, że jedyną konsekwencją wyboru nie pokrywającego się z rzeczywistością będzie uzyskanie po obliczeniach ujemnej wartości natężenia takiego prądu. Na Rys. 2. wartości potencjałów są przykładowe i podane w celu zwiększenia pogładowości rysunku. Zwykle nie znamy ich przed rozwiązaniem zadania, ale uświadomienie sobie, który z nich jest większy, a który mniejszy, bardzo ułatwia napisanie równań II prawa Kirchhoffa, które przedstawiono na rysunku pod każdym oczkiem.



Rys. 2. Analiza napięć w obwodzie w oparciu o wyznaczanie wzrostów i spadków potencjałów

Potencjał jest wielkością względną, więc jego wartość przyjęta w punkcie początkowym nie ma znaczenia. Istotne są tylko zmiany potencjału.

Część II. Rozważanie sił elektromotorycznych i spadków napięcia

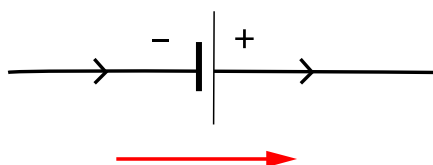
Drugą, równoważną metodą analizy napięć w obwodzie zamkniętym jest skorzystanie z równania w postaci:

$$\text{Suma sił elektromotorycznych} = \text{Suma spadków napięć na odbiornikach}$$

Poniżej podajemy reguły dotyczące zapisywania wyrażeń w tym równaniu. Wszystkie dotyczą sytuacji, w której obraliśmy sobie kierunek wędrówki wzdłuż oczka i przyjęliśmy domniemane kierunki prądów.

Dodawanie i odejmowanie sił elektromotorycznych (SEM)

Siła elektromotoryczna to napięcie wytwarzane przez źródło, które powoduje przemieszczanie się ładunków elektrycznych. Umownie przyjęto, że prąd to ruch ładunków dodatnich, więc są one odpychane od dodatniego bieguna źródła (wypływają z niego) i przyciągane do ujemnego (wpływają do niego). Przez źródło (w jego wnętrzu) prąd płynie wobec tego w kierunku od jego zacisku „-” do zacisku „+”. Ilustruje to Rys. 3. Jeżeli w tym kierunku wędrujemy wzdłuż oczka, SEM źródła wpisujemy ze znakiem dodatnim. Jeśli w przeciwnym – wpisujemy ją ze znakiem ujemnym.

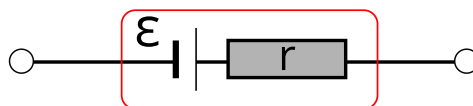


Rys. 3. Kierunek prądu przepływającego przez źródło napięcia

Idealne i rzeczywiste źródła napięcia w obwodzie

Przepływ prądu przez rzeczywiste źródła wiąże się zawsze z pewnymi stratami energii. Do celów obliczeniowych przyjmujemy, że posiada ono opór wewnętrzny, na którym występuje spadek napięcia. Faktyczne napięcie panujące między zaciskami źródła jest więc równe SEM pomniejszonej o ten spadek napięcia. Czasami zakłada się, że źródło jest idealne, czyli że jego opór wewnętrzny równy jest zeru.

W zadaniach najwygodniej jest potraktować opór wewnętrzny źródła jak każdy inny opornik (patrz Rys. 4.) i w równaniu uwzględnić go po stronie spadków napięć na odbiornikach.



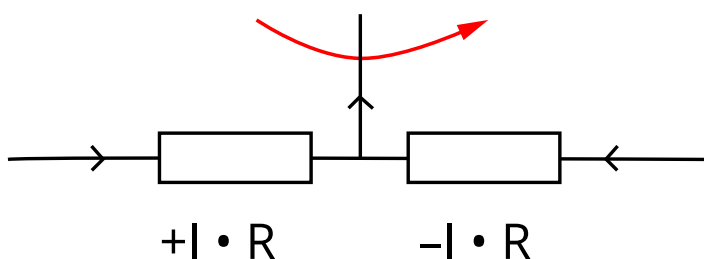
Rys. 4. Schemat elektryczny źródła o siłę elektromotorycznej $\mathcal{E}$, posiadającego opór wewnętrzny r

Dodawanie i odejmowanie spadków napięć na oporach

Gdy przez opornik płynie prąd, ładunki wykonują pracę kosztem posiadanej energii elektrycznej. Ze spadkiem energii wiąże się spadek napięcia. Korzystając z prawa Ohma możemy obliczyć, że jest on równy:

$$U = I \cdot R$$

Wobec powyższego, jeśli wędrując wzdłuż **oczka** napotkamy opornik, przez który płynie prąd w kierunku zgodnym z naszym ruchem, do równania wpisujemy po stronie spadków napięć wyrażenie $+I \cdot R$. Gdy kierunek prądu jest przeciwny, wpisujemy $-I \cdot R$. Ilustruje to Rys. 5.



Rys. 5. Spadki napięcia na opornikach w przypadku kierunku prądu zgodnego i przeciwnego do kierunku obiegu oczka obwodu

Tę samą zasadę stosujemy dla każdego odbiornika, w którym wykonywana jest praca, bez względu na formę energii, jaką on wytwarza. Każde urządzenie, takie jak silnik, grzejnik, żarówka itp., posiada bowiem swój opór elektryczny i w równaniu II prawa Kirchhoffa powinno być uwzględnione w ten sam sposób, co zwykły opornik.

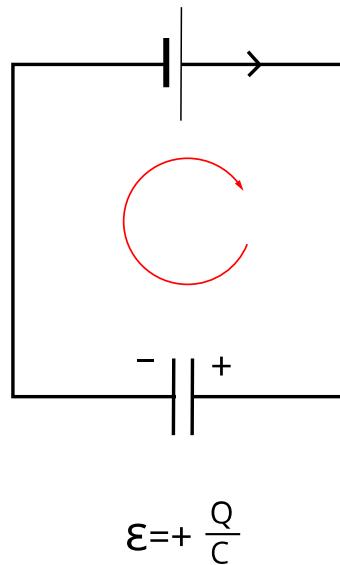
Dodawanie i odejmowanie napięć na kondensatorach

Kondensator jest elementem, w którym nie wykonuje się pracy, tylko magazynuje energię elektryczną. W obwodzie prądu stałego, po naładowaniu go, stanowi on przerwę w obwodzie (nie płynie prąd), a między jego okładkami panuje napięcie

$$U_C = \frac{Q}{C}$$

gdzie Q to wartość ładunku zgromadzonego na każdej okładce, a C to pojemność kondensatora. Często, korzystając z analizy kierunków prądów w obwodzie, możemy

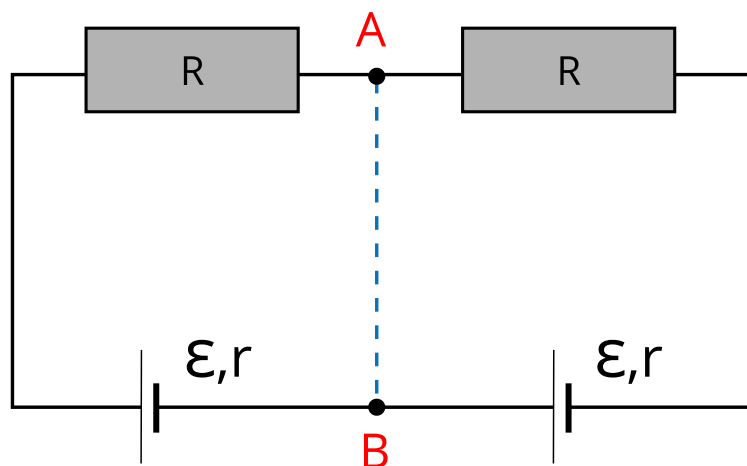
oznaczyć znaki ładunków zgromadzonych na okładkach, co ułatwi nam uwzględnienie tego elementu z właściwym znakiem po stronie spadków napięć na odbiornikach w równaniu II prawa Kirchhoffa. Ilustruje to Rys. 6.



Rys. 6. Sposób uwzględnienia kondensatora po stronie spadków napięć na odbiornikach w równaniu II prawa Kirchhoffa

Łączenie punktów obwodu o takim samym potencjale

Jeżeli dwa punkty obwodu mają taki sam potencjał, połączenie ich przewodem lub jakimkolwiek innym elementem nie spowoduje przepływu prądu przez ten element i nie zmieni elektrycznie obwodu. Taka modyfikacja może czasem uprościć analizę. Punkty o jednakowym potencjale występują między innymi wtedy, gdy obwód jest symetryczny. Przykład pokazano na Rys. 7.



Rys. 7. Przykład obwodu symetrycznego, w którym punkty A i B mają ten sam potencjał. Można je więc połączyć przewodem lub dowolnym elementem, bez zmiany właściwości elektrycznych obwodu

Słowniczek

Oczko

(ang. *circuit loop*) – zwyczajowa nazwa zamkniętego fragmentu obwodu elektrycznego.

Element obwodu elektrycznego

(ang. *electrical circuit component*) – każde urządzenie elektryczne połączone przewodami z innymi, zarówno źródło jak i odbiornik prądu.

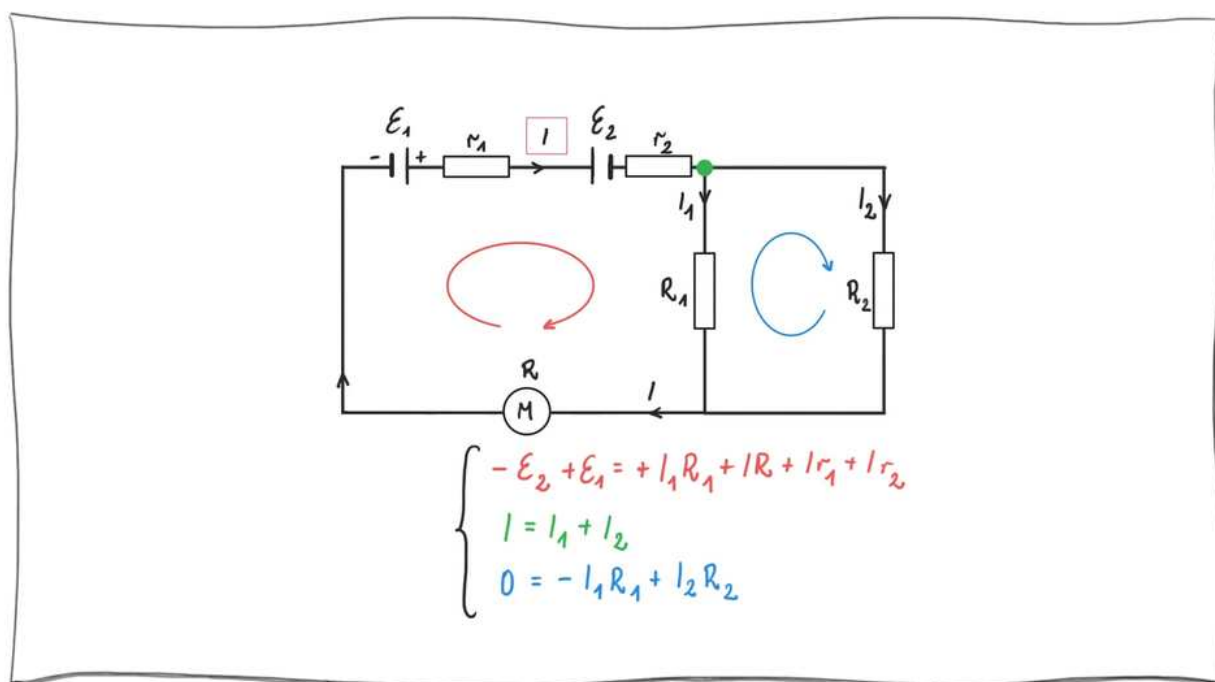
Siła elektromotoryczna

(ang. *electromotive force*) – napięcie wytwarzane przez źródło, powodujące przepływ prądu w obwodzie, liczbowo równe elektrycznej energii potencjalnej nadawanej ładunkowi jednostkowemu przez źródło (równe napięciu panującemu na zaciskach źródła, do którego nie podłączono obwodu zewnętrznego).

Film samouczek

Analiza dodawania i odejmowania napięć w obwodzie, czyli zastosowanie II prawa Kirchhoffa

Film samouczek pokazuje krok po kroku, na konkretnym przykładzie, jak należy stosować II prawo Kirchhoffa, zapisując równania służące wyznaczeniu parametrów obwodu. Omawiane są wszystkie najczęściej występujące sytuacje. Film wciąga widza w konstruowanie tych równań, oczekując od niego aktywnego udziału



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RlvIDWgj4hSuw>

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Wysłuchaj ścieżki lektorskiej.

Polecenie 1

Uzupełnij zdanie wskazując odpowiedni element.

Przy analizie obwodu elektrycznego zastosowano ☐ tylko pierwsze ☐ / ☐ tylko drugie ☐ / ☐ pierwsze i drugie ☐ prawo Kirchhoffa.

Polecenie 2

W wyniku zastosowania praw Kirchhoffa do analizowanego obwodu zostały zapisane następujące równania:

$$-\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_1 = I_1 R_1 + IR + Ir_1 + Ir_2$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$0 = -I_1 R_1 + I_2 R_2$$

Oblicz wartości natężeń prądu I_1 , I_2 , I mając dane:

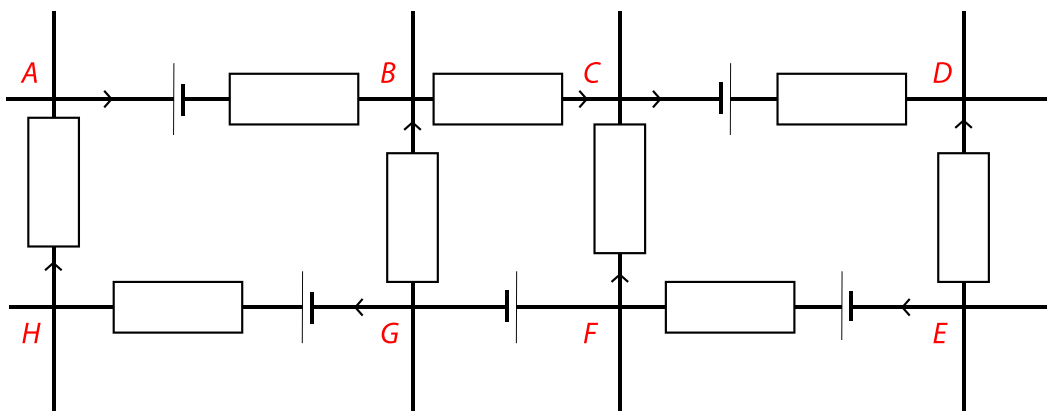
$$\mathcal{E}_1 = 9 \text{ V}, \quad \mathcal{E}_2 = 3 \text{ V}, \quad r_1 = r_2 = 1 \text{ } \Omega$$

$$R_1 = 100 \text{ } \Omega, \quad R_2 = 25 \text{ } \Omega, \quad R = 18 \text{ } \Omega.$$

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Na rysunku zatarto oznaczenia wartości natężeń prądów, zostały tylko strzałki wskazujące ich kierunki. Wiadomo, że każde źródło jest takie samo, ma $\text{SEM} = \mathcal{E}$ i nie posiada oporu wewnętrznego oraz, że opory wszystkich oporników są jednakowe i wynoszą R . Którego oczka dotyczy poniższe równanie II prawa Kirchhoffa?

$$\mathcal{E} = I_1 R + I_2 R - I_3 R + I_4 R + I_5 R$$

☐ ABCDEFGH

☐ FGBC

☐ GFEDCB

☐ ABCFGH

☐ BCDEFG

Ćwiczenie 2



Gdy źródło o oporze wewnętrznym $2\ \Omega$ podłączono do opornika o wartości $30\ \Omega$, napięcie na zaciskach źródła wynosiło $15\ \text{V}$. Jaka będzie wartość tego napięcia, gdy zamiast opornika wstawimy kondensator i poczekamy aż się naładuje.

☐ $\leq 15\ \text{V}$

☐ $> 15\ \text{V}$ ale $< 16\ \text{V}$

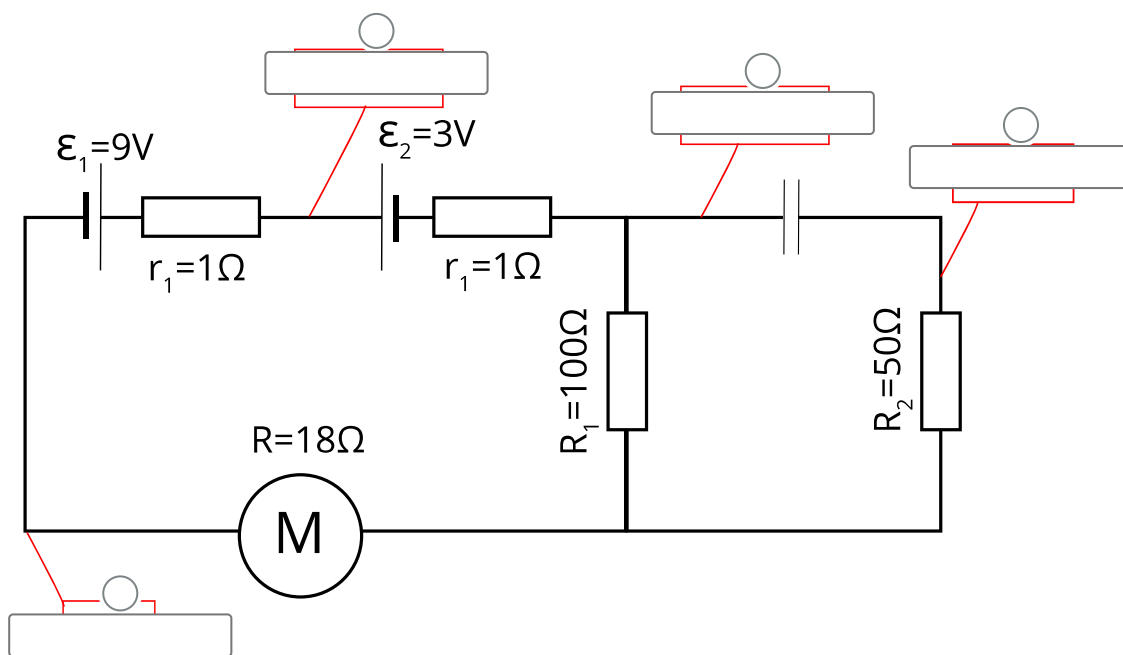
☐ $= 16\ \text{V}$

☐ $> 16\ \text{V}$

Ćwiczenie 3



Wybierz właściwe kafelki z wartościami potencjału elektrycznego i wstaw w wyznaczone punkty obwodu.



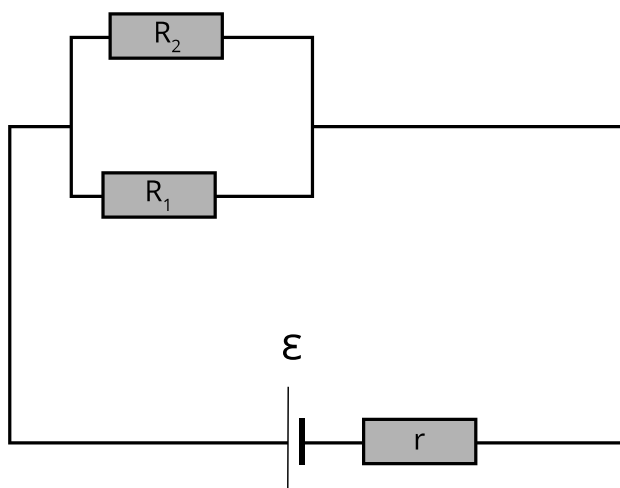
8,9 V

3 V

3,9 V

11,95 V

Ćwiczenie 4



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Oblicz natężenia prądów w obwodzie przedstawionym na rysunku, zawierającym źródło napięcia o $\text{SEM} = \mathcal{E}$ i oporze wewnętrznym równym r oraz dwa oporniki połączone równolegle, o podanych oporach. Odpowiedź podaj przeciągając wybrane wyrażenia na właściwe miejsca.

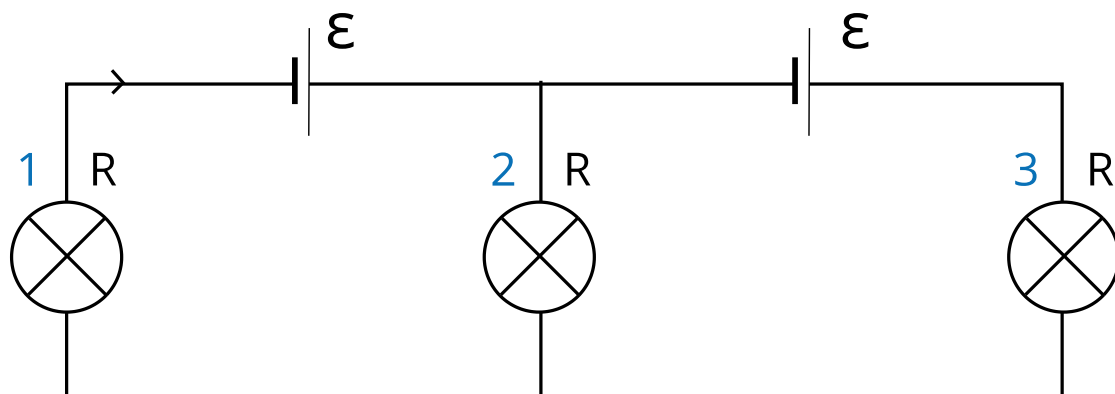
Odpowiedź:

$$I_1 = (\mathcal{E} \quad) / (\quad + r \quad)$$

$$I_2 = (\mathcal{E} \quad) / (\quad + r \quad)$$

$$I = (\mathcal{E} \quad) / (\quad + r \quad)$$

$(R_1 + R_2)$	R_2	$(R_1 + R_2)$	$(R_1 + R_2)$	$(R_1 + R_2)$	R_1	$R_1 R_2$
$R_1 R_2$	$R_1 R_2$					



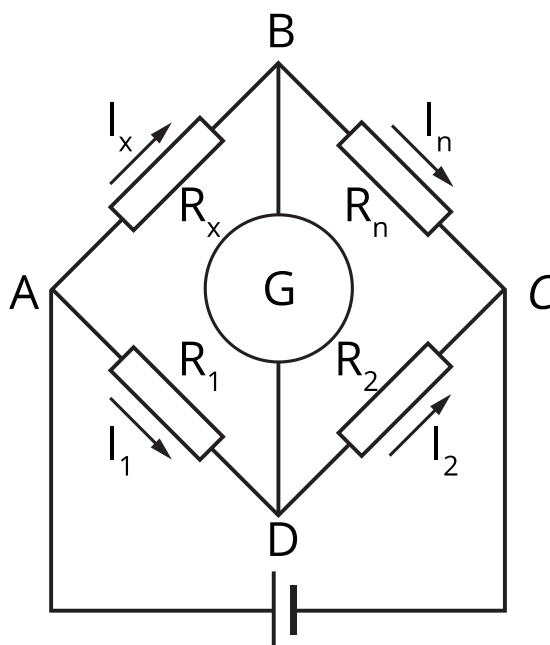
Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Obwód przedstawiony na rysunku składa się z jednakowych źródeł o pomijalnie małym oporze wewnętrznym i trzech takich samych żarówek. Która z żarówek będzie świeciła najjaśniej, a która naj słabiej?

Ćwiczenie 6



Mostek Wheatstone'a (rysunek) używany był w przeszłości do precyzyjnego pomiaru badanego oporu R_x . Wielkość oporów R_1 i R_2 jest znana, a wartość oporu R_n zmienia się tak, by doprowadzić do równowagi mostka, czyli do sytuacji, w której przez galwanometr G nie płynie prąd. Zaznacz, dla których warunków mostek jest w równowadze.



☐ $R_1 = R_2 = R_n = R_x$

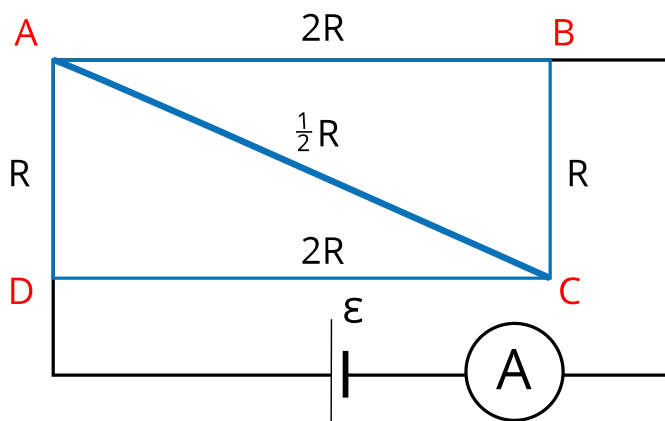
☐ $R_x = R_n$ oraz $R_1 = R_2$

☐ $I_x R_x = I_1 R_1$ oraz $I_n R_n = I_2 R_2$

☐ $I_x = I_1$ oraz $I_n = I_2$

☐ $\frac{R_x}{R_n} = \frac{R_1}{R_2}$

Ćwiczenie 7



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>

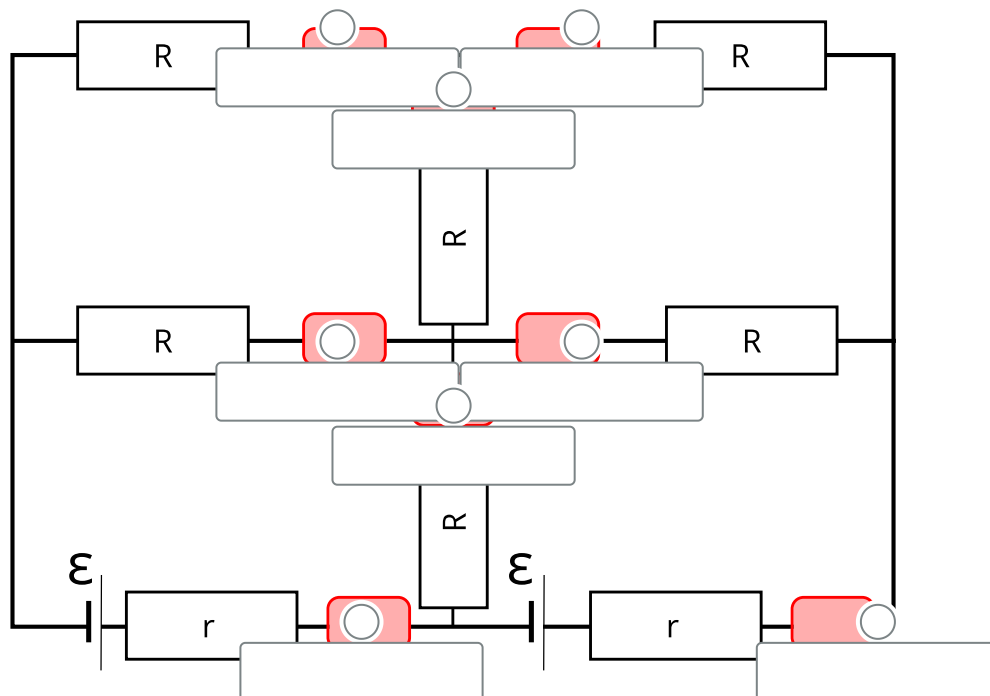
Z drutu oporowego, zaznaczonego na rysunku kolorem niebieskim, zbudowano prostokąt. Bok AB jest dwa razy dłuższy od AD, a więc jego opór elektryczny jest także dwa razy większy. Przekątna zbudowana jest z grubszego drutu, a jej opór jest połową oporu odcinka AD. Jaką wartość natężenia prądu wskazuje amperomierz, jeżeli źródło ma $\text{SEM} = 11 \text{ V}$ i pomijalny opór wewnętrzny, a wartość oporu oznaczona na rysunku jako R wynosi 16Ω ?

Odpowiedź: A

Ćwiczenie 8



Dwa źródła o SEM $\mathcal{E} = 24 \text{ V}$ i oporze wewnętrznym $r = 2 \, \Omega$ oraz 6 oporników o oporze $R = 20 \, \Omega$ połączono tak, jak na rysunku. Oblicz natężenia prądów płynących w gałęziach tego obwodu i wpisz wartości wraz z jednostką w wyznaczone miejsca na schemacie.



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Tomasz Sobiepan
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Zastosowanie II prawa Kirchhoffa
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem; 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VIII. Prąd elektryczny. Uczeń: 12) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa).
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. formułuje II prawo Kirchhoffa; 2. omawia metody stosowania tego prawa w praktyce; 3. analizuje rozkład potencjałów i napięć w obwodzie elektrycznym; 4. stosuje zdobytą wiedzę do rozwiązywania zadań.
Strategie nauczania	gamifikacja
Metody nauczania	gra dydaktyczna
Formy zajęć:	praca w grupach
Środki dydaktyczne:	film samouczek, zestaw zadań
Materiały pomocnicze:	e-materiał: „Analiza dodawania i odejmowania napięć w obwodzie, czyli zastosowanie II prawa Kirchhoffa”
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Zaciekawienie uczniów wg części „Czy to nie ciekawe?” Podanie zasad gry i nagród (oceny bardzo dobre za prawidłowe rozwiązanie i omówienie każdego zadania). Uzgodnienie z uczniami celów do osiągnięcia na lekcji. Zapoznanie się przez uczniów przed lekcją z częścią „Warto przeczytać”.	
Faza realizacyjna:	
Nauczyciel dzieli uczniów na 3-4 drużyny i rozpoczyna „teleturniej”. Zasady gry: nauczyciel odczytuje i wyświetla zadanie. Drużyny rozwiązują je na czas i zgłaszają się, gdy są gotowe. Drużyna, która zgłosi się jako pierwsza i przedstawi jedno poprawne rozwiązanie, otrzymuje 10 pkt. Następnie głos mają pozostałe drużyny, w kolejności zgłaszania się. Za każde wskazanie błędu w rozwiązaniu lub innego sposobu drużyna otrzymuje 5 pkt. Za każdym razem grupę musi reprezentować inny uczeń. Za osiągnięcie wyniku 100 pkt grupa otrzymuje nagrodę specjalną w postaci oceny celującej. Jako pierwsze zadanie nauczyciel wyświetla film samouczek i prosi o odpowiedzi na zadawane tam pytania.	
Faza podsumowująca:	
Nauczyciel prosi uczniów o podsumowanie tego, czego nauczyli się podczas lekcji (krótkie wypowiedzi ustne lub pisemne). Uczniowie odnoszą się do postawionych sobie celów lekcji, ustalają które osiągnęli, a które wymagają jeszcze pracy, jakiej i kiedy. W razie potrzeby nauczyciel dostarcza im informację zwrotną kształtującą.	
Praca domowa:	

Uczniowie utrwalają wiedzę i umiejętności zdobyte w czasie lekcji przez rozwiązanie w domu zadań, których nauczyciel nie zdążył podać na lekcji.

**Wskazówki
metodyczne
opisujące różne
zastosowania danego
multimedium**

Film samouczek może też służyć do samodzielnej nauki lub powtórzenia wiadomości.