



Przykłady zależności opisanych proporcjonalnością prostą

Proporcjonalność prosta zilustrowana przykładami z życia. Animacja: droga samochodu w podanym czasie. Animacja: siła przyciągania ziemskiego działająca na kamień.

Animacja: zależność między długością d przekątnej kwadratu a długością x jego boku.

Animacja: zależność wysokości trójkąta równobocznego od długości jego boku. Animacja:

zależność między obwodem koła a promieniem tego koła. Definicja wykresu funkcji.

Ilustracja interaktywna - proporcjonalność prosta.

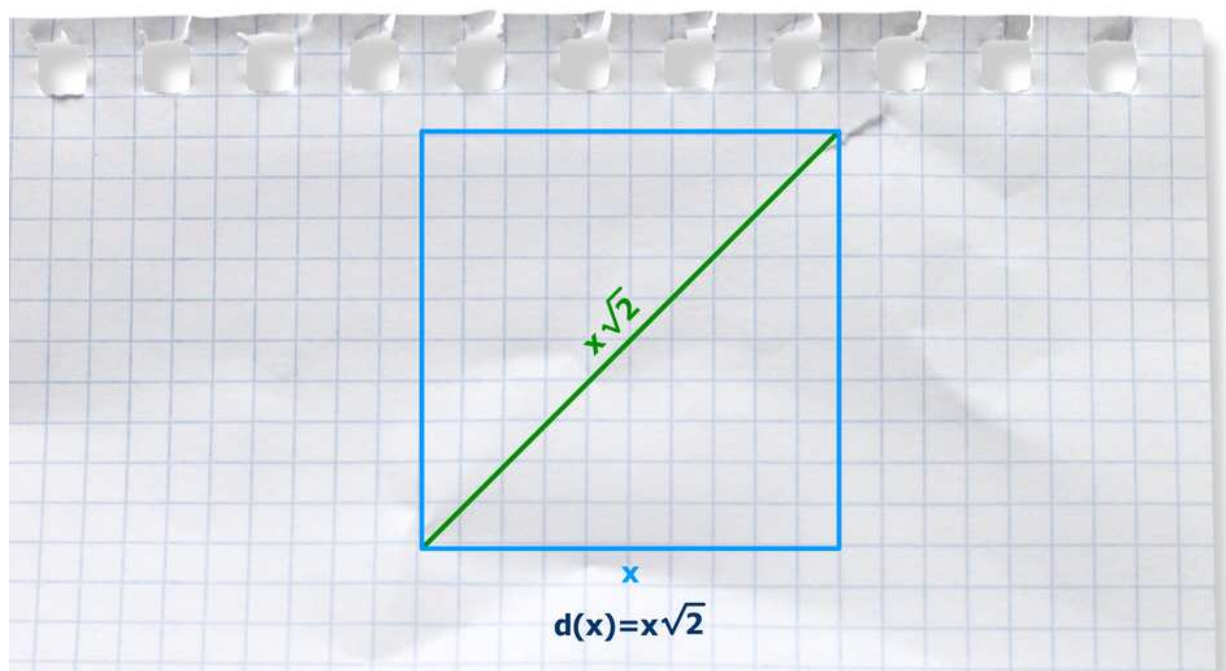
Przykłady zależności opisanych proporcjonalnością prostą

W tym materiale zaprezentowane są przykłady zależności opisanych proporcjonalnością prostą. Zapoznaj się z nimi przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań zawartych w materiałach [Wielkości wprost proporcjonalne](#) oraz [Wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne](#).

Przykład 1

Zależność między długością d przekątnej kwadratu a długością x jego boku jest określona wzorem

$$d(x) = x\sqrt{2}.$$



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RWRYLFCeZeRBo>

Funkcja liniowa. Wykres funkcji liniowej_atrapa_animacja_276

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

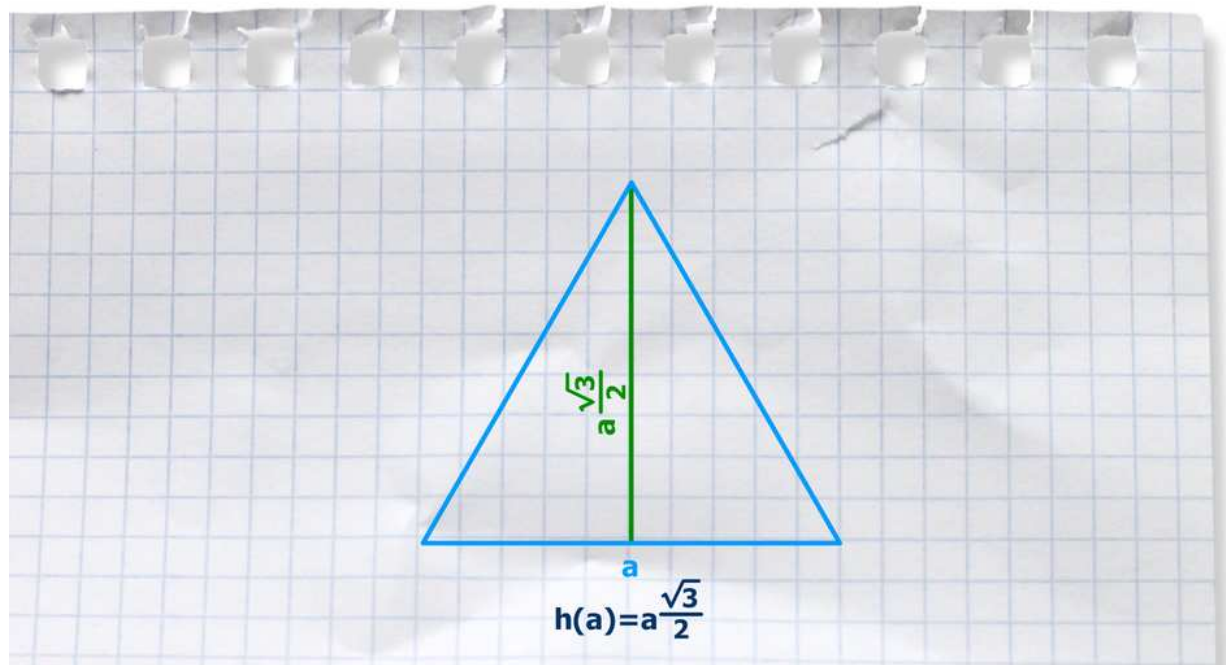
Animacja pokazuje, że ze wzrostem długości boku kwadratu wzrasta długość jego przekątnej, zgodnie ze wzorem $d(x) = x$ razy pierwiastek z dwóch.

Jest to proporcjonalność prosta, a współczynnikiem tej proporcjonalności jest $\sqrt{2}$.

Przykład 2

Zależność między wysokością h trójkąta równobocznego a długością a jego boku jest określona wzorem:

$$h(a) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R3r3UcyZ9BtyV>

Funkcja liniowa. Wykres funkcji liniowej_atrapa_animacja_277

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

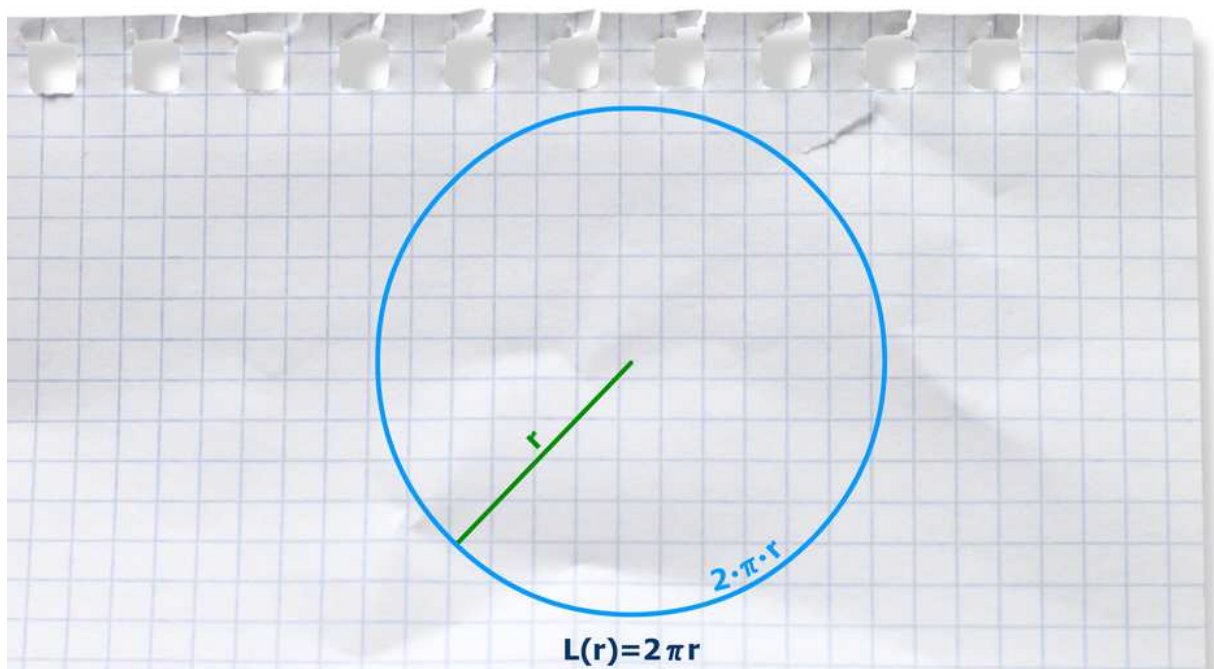
Animacja pokazuje, że ze wzrostem długości boku trójkąta równobocznego wzrasta wysokość trójkąta, zgodnie ze wzorem $h(a) = a$ pierwiastek z trzech dzielone przez dwa.

Zależność ta to proporcjonalność prosta, a współczynnikiem tej proporcjonalności jest $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Przykład 3

Zależność między obwodem L koła a promieniem tego koła jest określona wzorem:

$$L(r) = 2\pi r.$$



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R16pwlf9uzVGJ>

Funkcja liniowa. Wykres funkcji liniowej_atrapa_animacja_278

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja pokazuje, że ze wzrostem długości promienia okręgu wzrasta jego obwód, zgodnie ze wzorem $L(r) = 2 \pi r$.

Zależność ta to proporcjonalność prosta a współczynnikiem tej proporcjonalności jest 2π .

Funkcja liniowa

Przejdźmy teraz do funkcji opisanych tym samym wzorem co proporcjonalność prosta, a więc $f(x) = ax$, ale określonych dla dowolnej liczby rzeczywistej x . O liczbie a nie będziemy już zakładać, że musi być dodatnia. Zastanówmy się, jak wygląda wykres takiej funkcji.

Twierdzenie: Wykres funkcji $f(x) = ax$

Wykresem funkcji $f(x) = ax$, gdzie a to ustalona liczba rzeczywista, jest prosta o równaniu $y = ax$.

Wykres funkcji $f(x) = ax$, gdzie $x \in \mathbb{R}$ to prosta, która przechodzi przez każdy z punktów postaci $(x, a \cdot x)$.

W praktyce do jej narysowania wystarczy zaznaczyć punkt $(0, 0)$ i odpowiednio dobrany inny punkt $(x, a \cdot x)$.

Przykład 4

- Wykresem funkcji

$$f(x) = 2x$$

jest prosta przechodząca przez punkty $(0, 0)$ i $(1, 2)$. Wykres ten jest zbiorem punktów (x, y) , których współrzędne spełniają równanie $y = 2x$, czyli punktów leżących na prostej opisanej równaniem $y = 2x$.

- Wykresem funkcji

$$f(x) = -3x$$

jest prosta opisana równaniem $y = -3x$, przechodząca przez punkty $(0, 0)$ i $(1, -3)$.

- Wykresem funkcji

$$f(x) = \frac{5}{4}x$$

jest prosta opisana równaniem $y = \frac{5}{4}x$, przechodząca przez punkty $(0, 0)$ i $(4, 5)$.

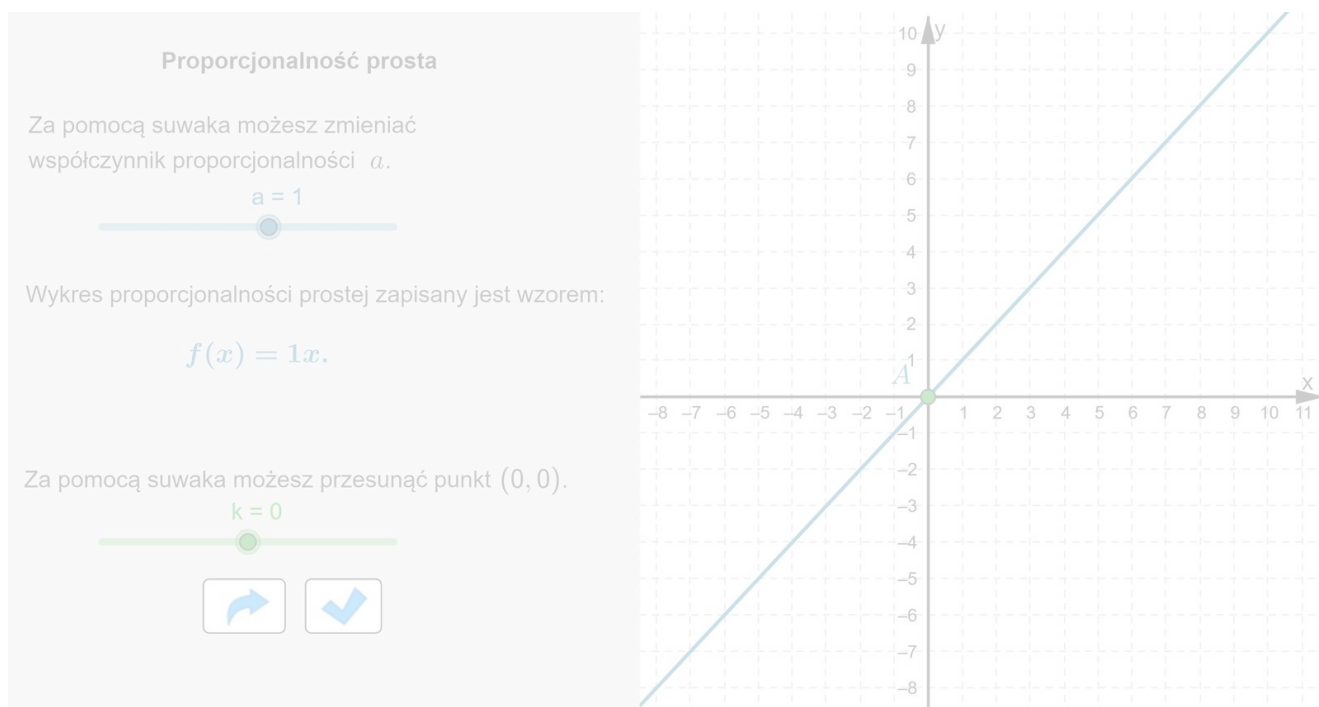
- Wykresem funkcji

$$f(x) = -1,4 \cdot x$$

jest prosta opisana równaniem $y = -1,4 \cdot x$, przechodząca przez punkty $(0, 0)$ i $(5, -7)$.

Polecenie 1

Wykonaj polecenia zawarte w aplecie.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PxJt6Zlqv>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

W dalszej części będziemy zajmować się funkcjami określonymi wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a, b są ustalonymi liczbami rzeczywistymi.

Zauważmy, że po przesunięciu wykresu funkcji $f(x) = ax$ o b jednostek wzdłuż osi Y otrzymamy wykres funkcji określonej wzorem

$$g(x) = f(x) + b,$$

a więc

$$g(x) = ax + b.$$

Zatem wykresem funkcji g jest prosta równoległa do prostej o równaniu

$$y = ax.$$

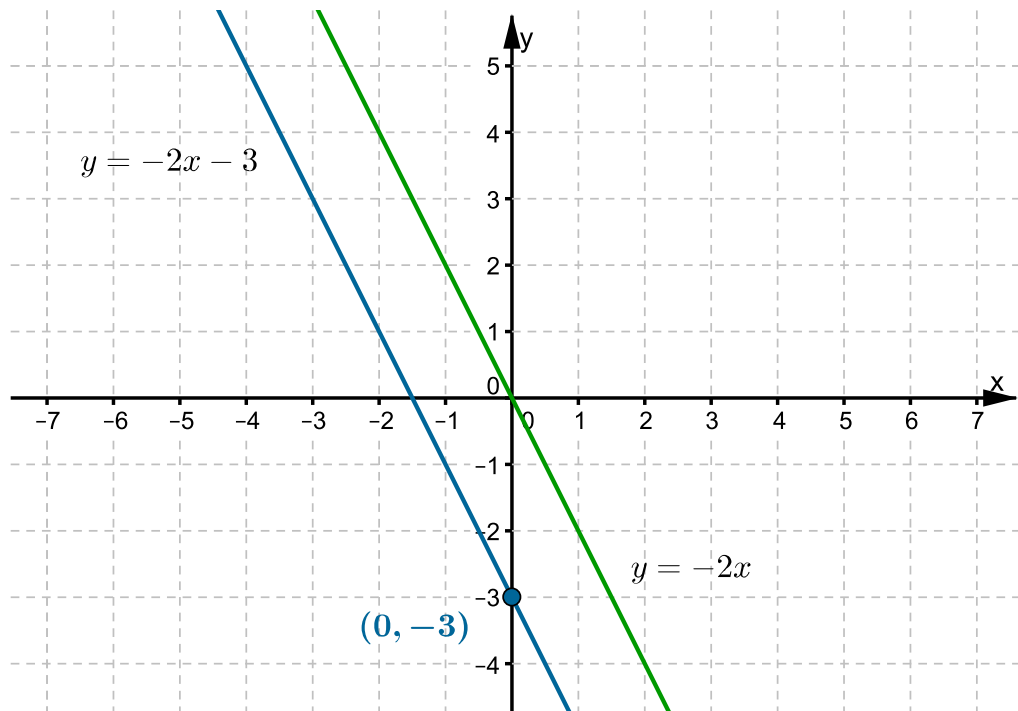
Przykład 5

- Wykresem funkcji

$$f(x) = -2x - 3$$

jest prosta równoległa do prostej o równaniu $y = -2x$ i przechodząca przez punkt $(0, -3)$, czyli prosta o równaniu

$$y = -2x - 3.$$



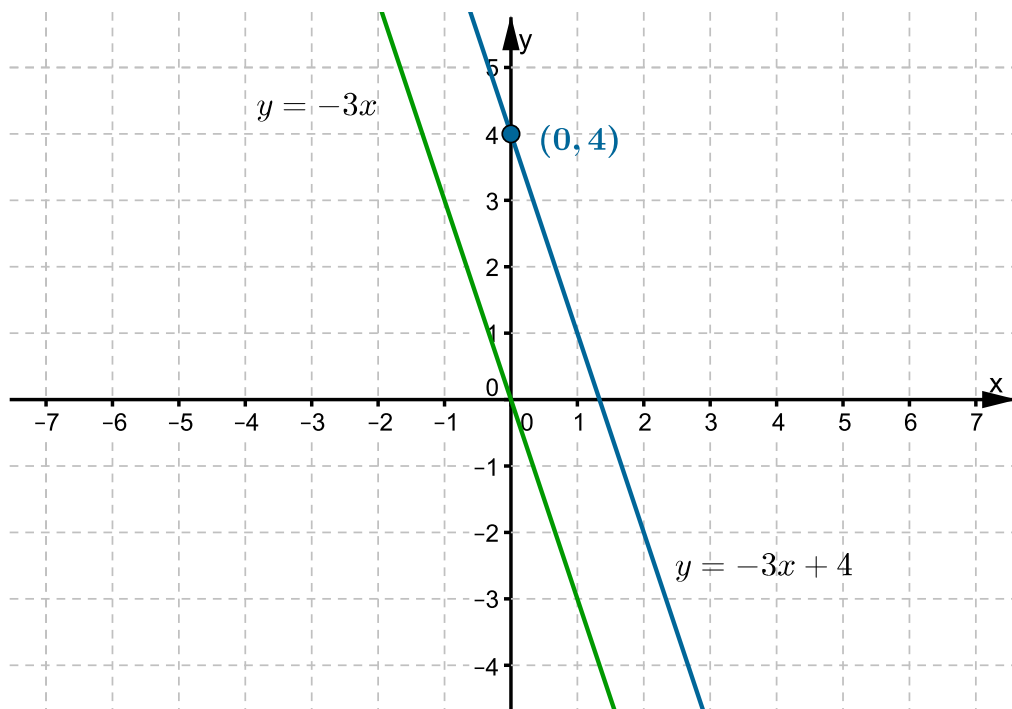
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- Wykresem funkcji

$$f(x) = -3x + 4$$

jest prosta równoległa do prostej o równaniu $y = -3x$ i przechodząca przez punkt $(0, 4)$, czyli prosta o równaniu

$$y = -3x + 4.$$



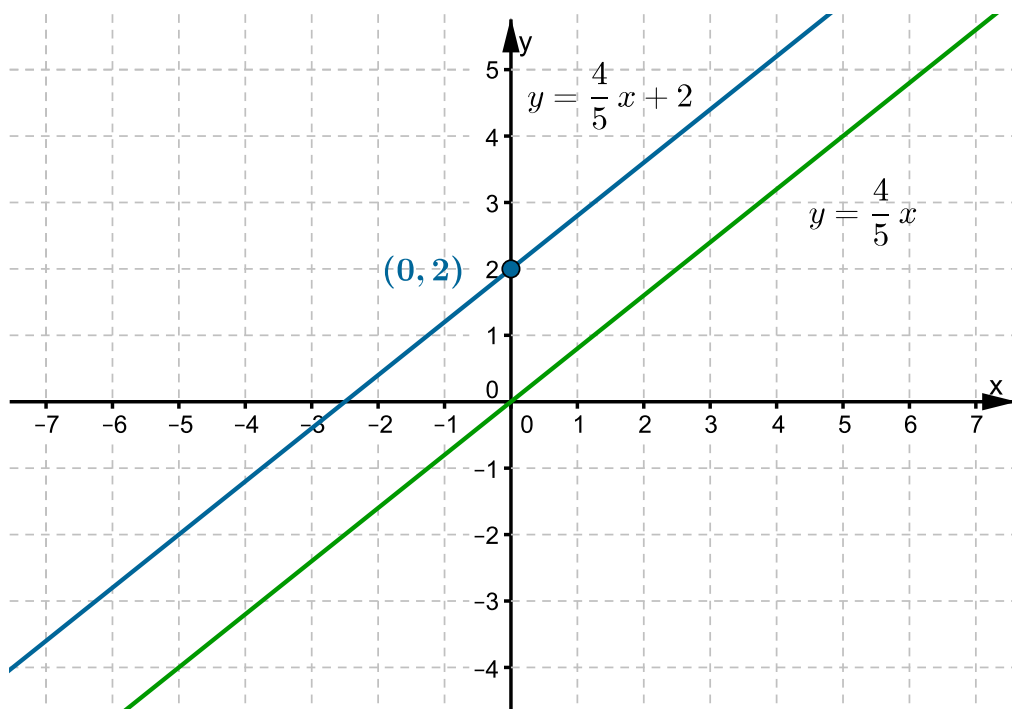
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- Wykresem funkcji

$$f(x) = \frac{4}{5}x + 2$$

jest prosta równoległa do prostej o równaniu $y = \frac{4}{5}x$ i przechodząca przez punkt $(0, 2)$, czyli prosta o równaniu

$$y = \frac{4}{5}x + 2.$$



- Wykresem funkcji

$$f(x) = -1,4 \cdot x - 1$$

jest prosta równoległa do prostej o równaniu $y = -1,4 \cdot x$ i przechodząca przez punkt $(0, -1)$, czyli prosta o równaniu

$$y = -1,4 \cdot x - 1.$$

