



Wyznaczanie zbioru wartości funkcji na podstawie jej wykresu

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Film samouczek
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Wyznaczanie zbioru wartości funkcji na podstawie jej wykresu

Źródło: dostępny w internecie: piqsels.com, domena publiczna.

Potrafimy wyznaczyć zbiór wartości funkcji wtedy, gdy funkcja opisana jest za pomocą grafu, tabelki, zbioru par uporządkowanych. Wiemy, że to nie są wszystkie sposoby opisu funkcji. W jaki sposób wyznaczyć zbiór wartości funkcji, gdy znamy jej wykres? W jaki sposób sprawdzić czy dana liczba należy do zbioru wartości funkcji, gdy funkcja opisana jest za pomocą wykresu? Odpowiedzi na te pytania uzyskamy analizując poniższy materiał.

Twoje cele

- Wyznaczysz zbiór wartości funkcji opisanej za pomocą wykresu.
- Udowodnisz, że podana liczba należy do zbioru wartości funkcji.

Przeczytaj

Zbiór wartości funkcji liczbowej to zbiór wszystkich tych liczb, które są wartościami funkcji dla wszystkich jej argumentów.

Wypisanie wszystkich wartości funkcji jest możliwe tylko w przypadku, gdy dziedziną funkcji jest zbiór skończony.

Jeżeli dziedziną funkcji jest zbiór nieskończony, to wypisanie wszystkich wartości funkcji nie jest możliwe.

W takiej sytuacji pomocnym może być wykres funkcji.

Ważne!

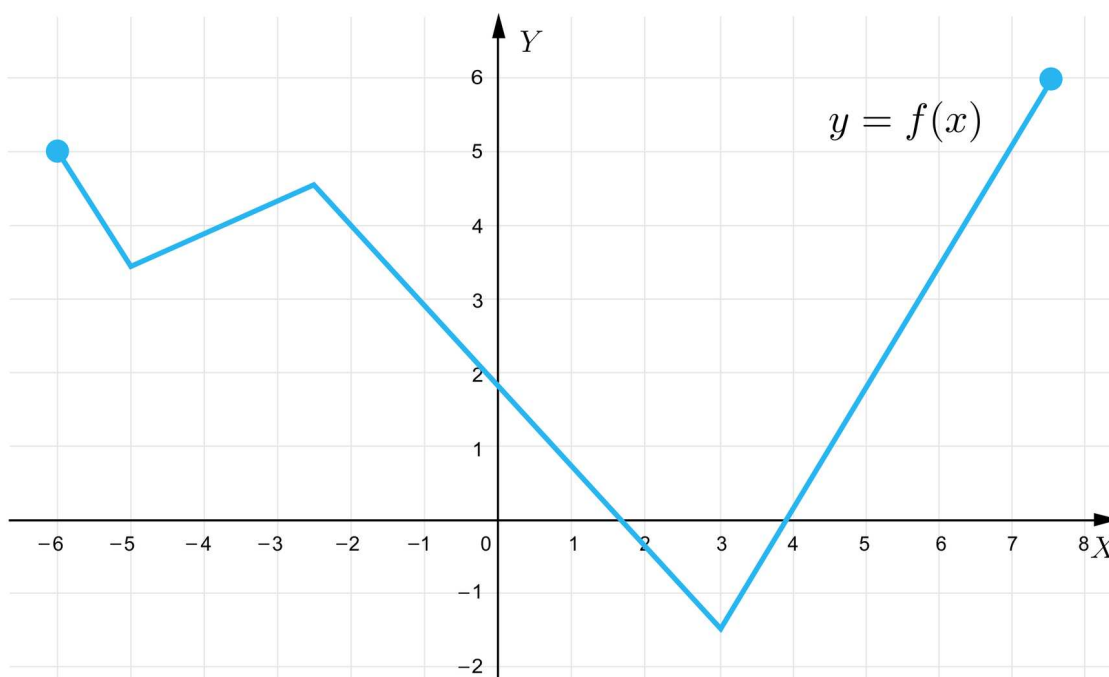
Pamiętamy, że wykres funkcji f , to zbiór wszystkich punktów płaszczyzny o współrzędnych $(x, f(x))$, gdzie $x \in D_f$, a $f(x)$ jest wartością funkcji dla argumentu x .

Zbiór wartości funkcji odczytujemy na osi Y .

Poniższe przykłady pokażą nam sposoby wyznaczania zbioru wartości funkcji na podstawie wykresu tej funkcji.

Przykład 1

Wyznamy zbiór wartości funkcji f opisanej za pomocą wykresu.



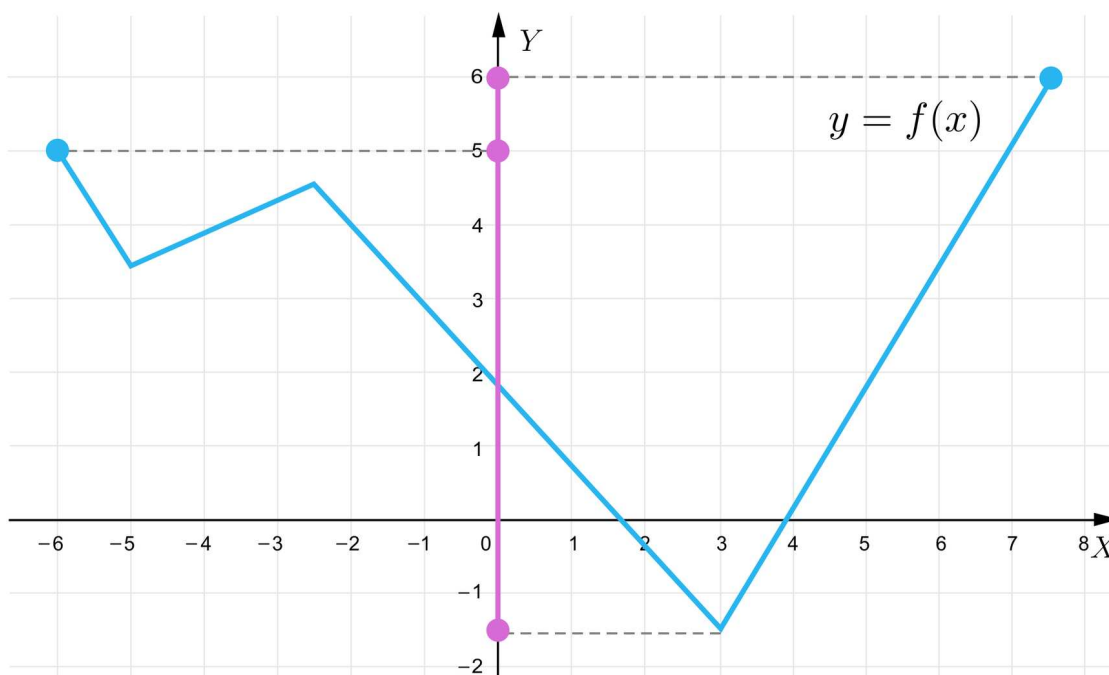
Rozwiązanie:

Wyobraźmy sobie prostą równoległą do osi X , która przesuwa się od najniższej położonego punktu na wykresie funkcji do góry, do punktu położonego najwyżej.

Gdy prosta przetnie się z wykresem funkcji, rzutujemy ten punkt na oś Y .

Postępujemy tak do wyczerpania miejsc przecięcia się wykresu i prostej.

Na osi Y otrzymujemy przedział, który jest zbiorem wartości funkcji.

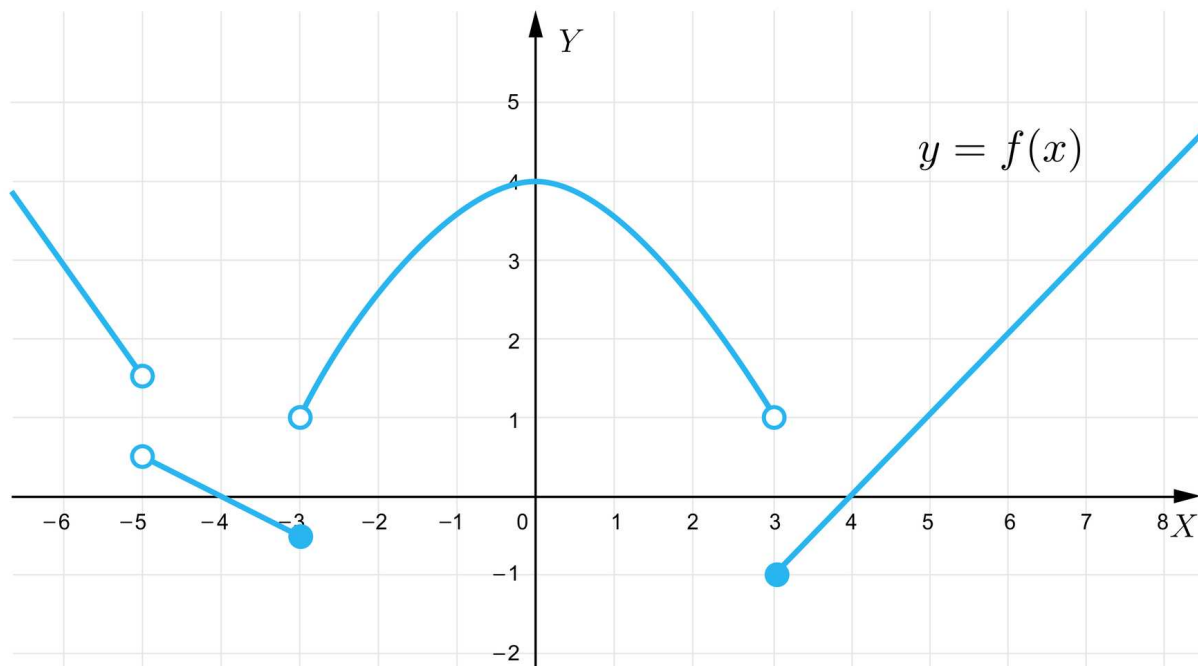


W przypadku naszego wykresu jest to przedział $\langle -1, 5; 6 \rangle$.

Możemy zapisać to symbolicznie $ZW_f = \langle -1, 5; 6 \rangle$.

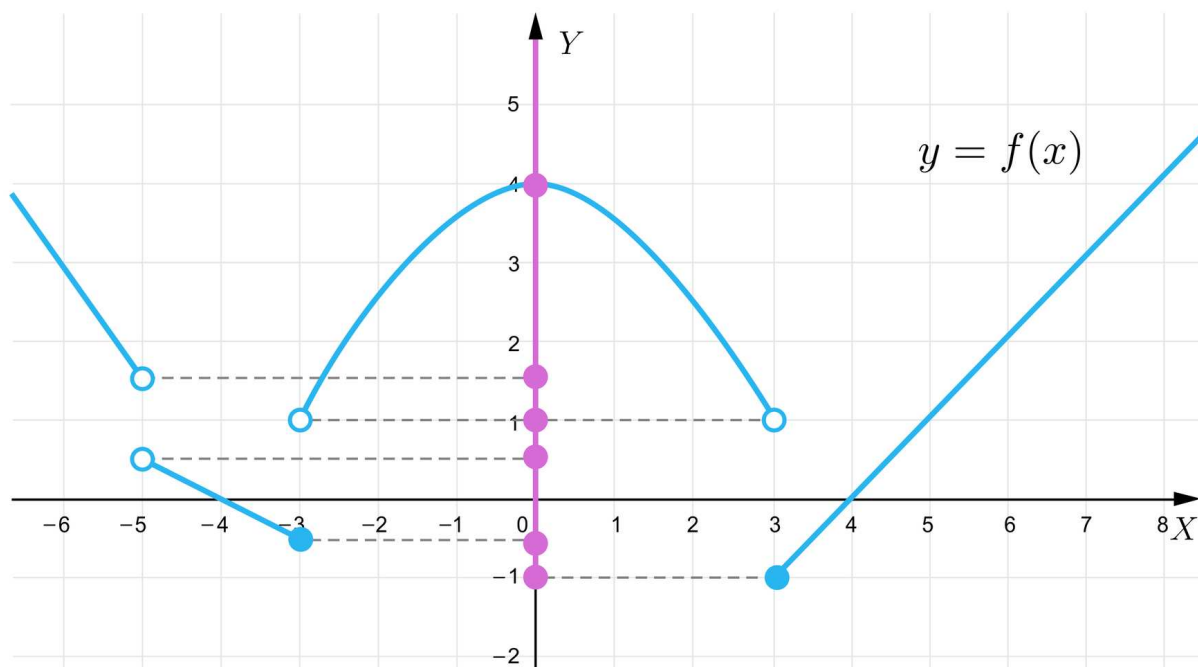
Przykład 2

Wyznamy zbiór wartości funkcji f opisanej za pomocą wykresu.



Rozwiązanie:

Postępując podobnie, jak w poprzednim przykładzie, odczytujemy na osi Y zbiór wartości funkcji f .

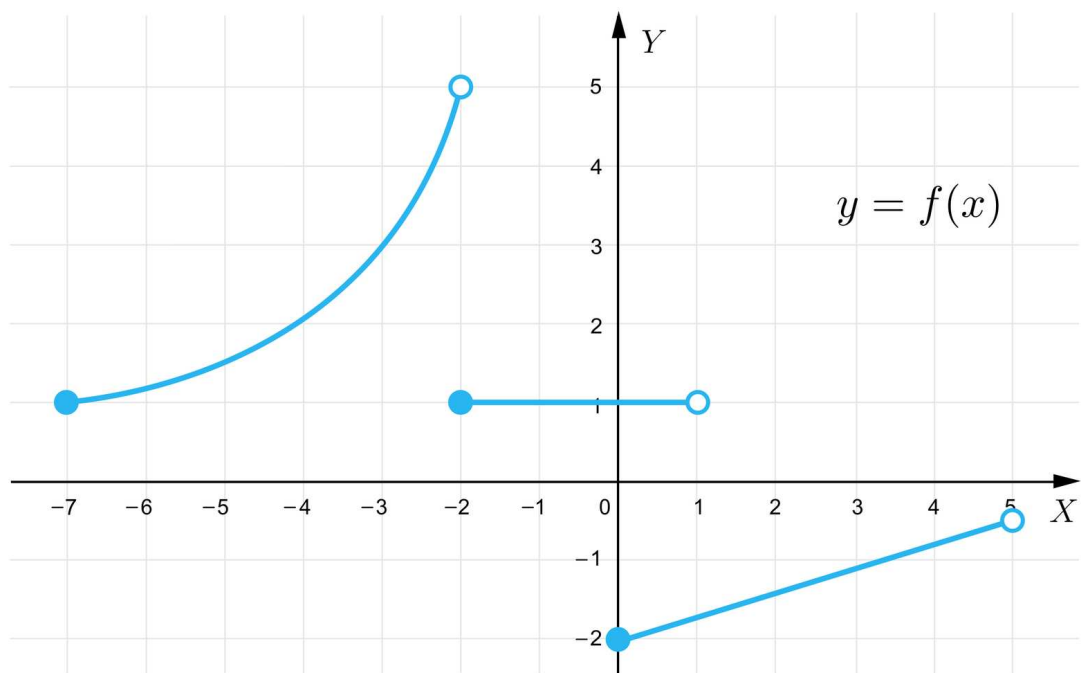


Otrzymaliśmy przedział $\langle -1, \infty \rangle$.

Możemy zapisać to symbolicznie $ZW_f = \langle -1, \infty \rangle$.

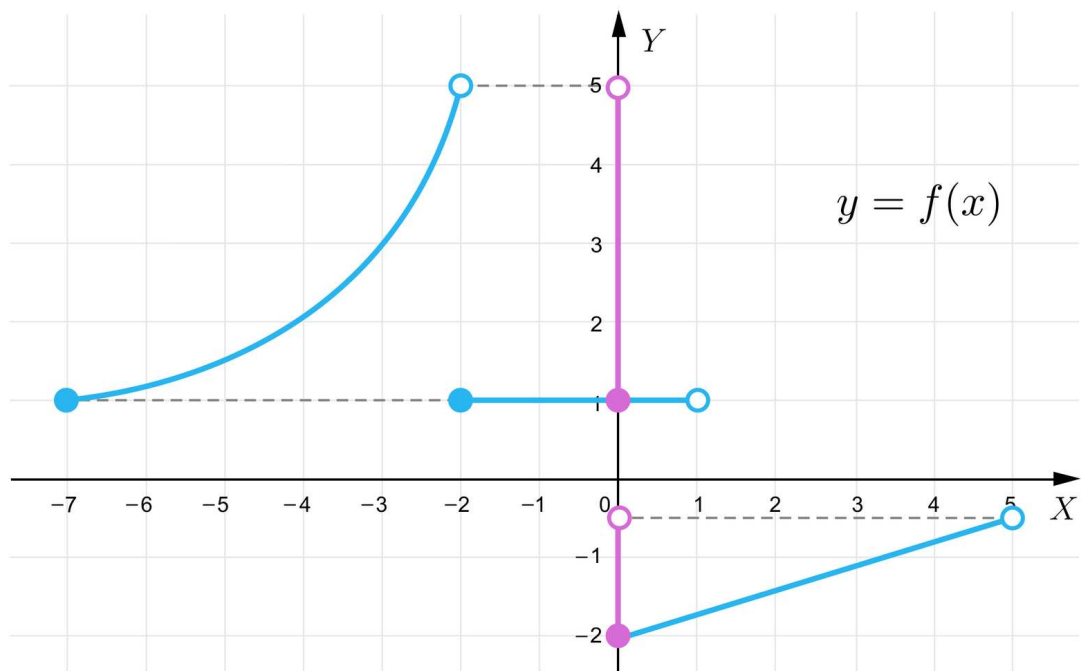
Przykład 3

Wyznamy zbiór wartości funkcji f opisaną za pomocą wykresu.



Rozwiązanie:

Postępując podobnie, jak w poprzednich przykładach, odczytujemy na osi Y zbiór wartości funkcji f .



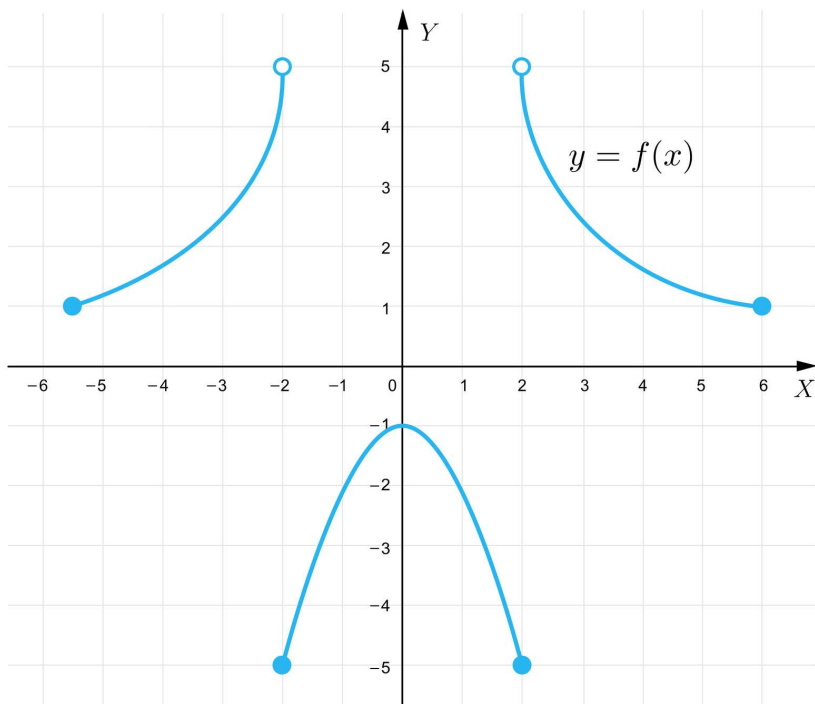
Otrzymaliśmy zbiór $\langle -2; -0,5 \rangle \cup \langle 1; 5 \rangle$.

Możemy zapisać to symbolicznie $ZW_f = \langle -2; -0,5 \rangle \cup \langle 1; 5 \rangle$.

Przykład 4

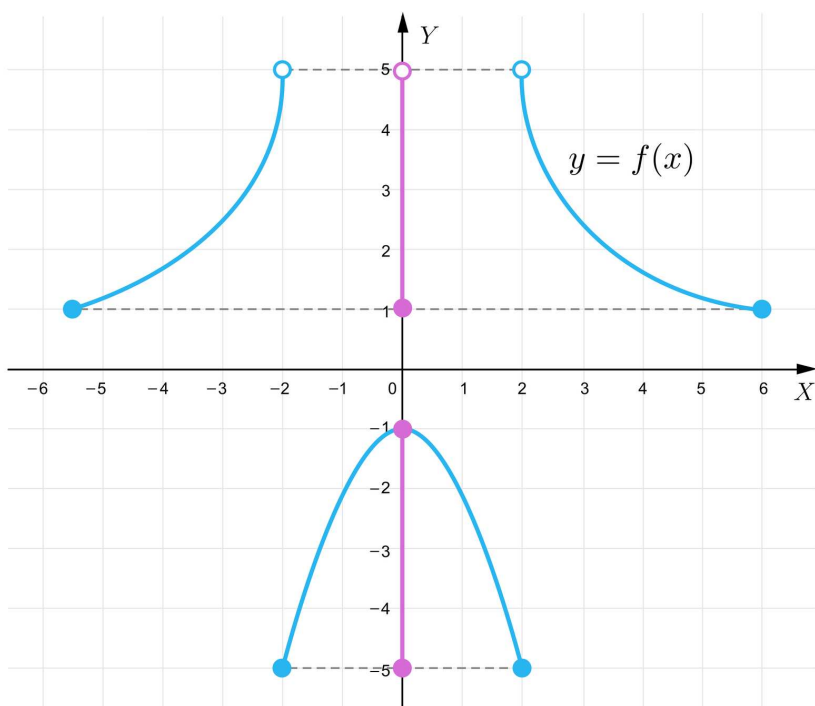
Wyznamy zbiór wartości funkcji f opisaney za pomocą wykresu.

Sprawdzimy, która z liczb, należących do zbioru $\{-2; -0,5; 0; 5\}$ jest wartością funkcji f .



Rozwiązanie:

Postępujemy analogicznie, jak w poprzednich przykładach.



Otrzymaliśmy zbiór $\langle -5, -1 \rangle \cup \langle 1, 5 \rangle$.

Możemy zapisać to symbolicznie $ZW_f = \langle -5, -1 \rangle \cup \langle 1, 5 \rangle$.

Sprawdzamy, która z podanych liczb należy do zbioru wartości funkcji f :

$-2 \in \langle -5, -1 \rangle$, czyli należy do zbioru wartości funkcji f . To znaczy, że istnieje takie $x \in D_f$, że $f(x) = -2$.

$-0,5 \notin ZW_f$, to znaczy, że nie istnieje takie $x \in D_f$, że $f(x) = -0,5$.

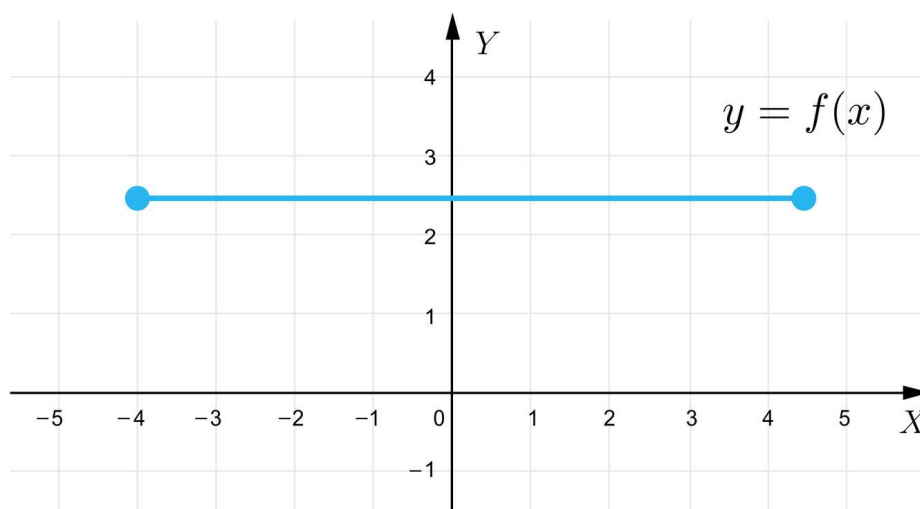
Podobnie liczby 0 i 5 nie należą do zbioru wartości funkcji f .

Czy **zbiór wartości funkcji** może być zbiorem jednoelementowym?

Odpowiedź na to pytanie znajdziemy analizując kolejny przykład.

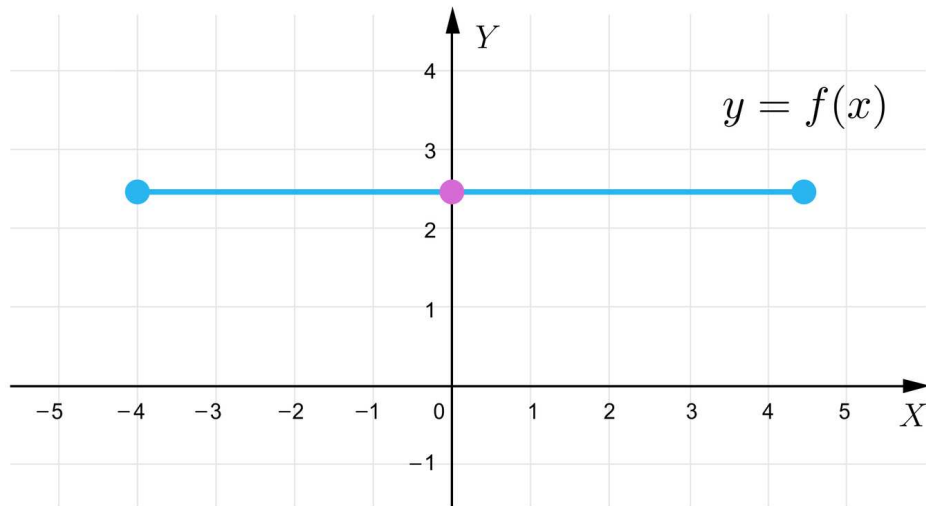
Przykład 5

Wyznamy zbiór wartości funkcji f opisanej za pomocą wykresu.



Rozwiązanie:

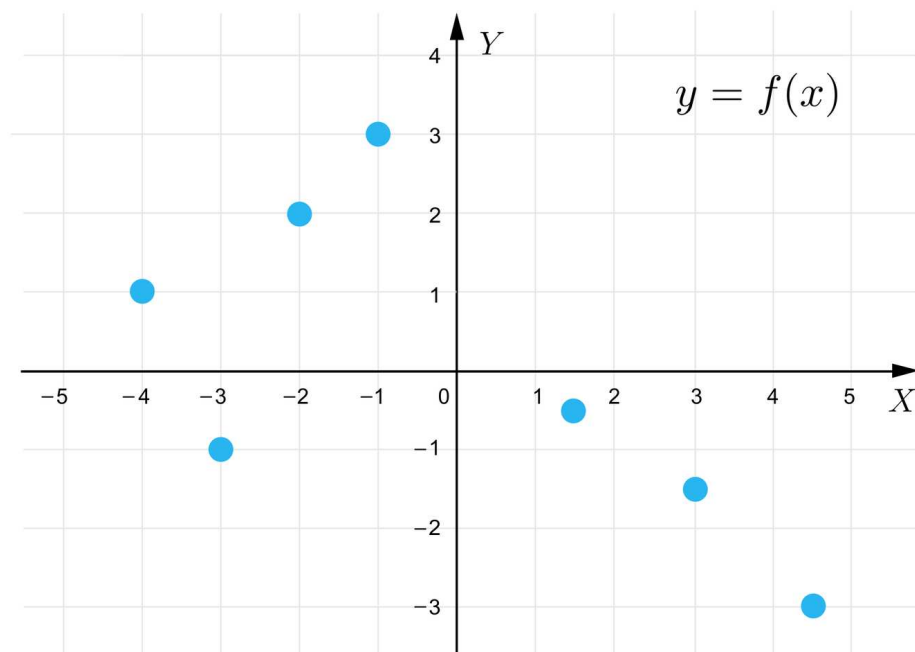
Z wykresu możemy odczytać, że funkcja f przyjmuje tylko jedną wartość, równą 2,5 dla każdej liczby należącej do dziedziny funkcji.



Możemy zapisać to symbolicznie $ZW_f = \{2,5\}$.

Przykład 6

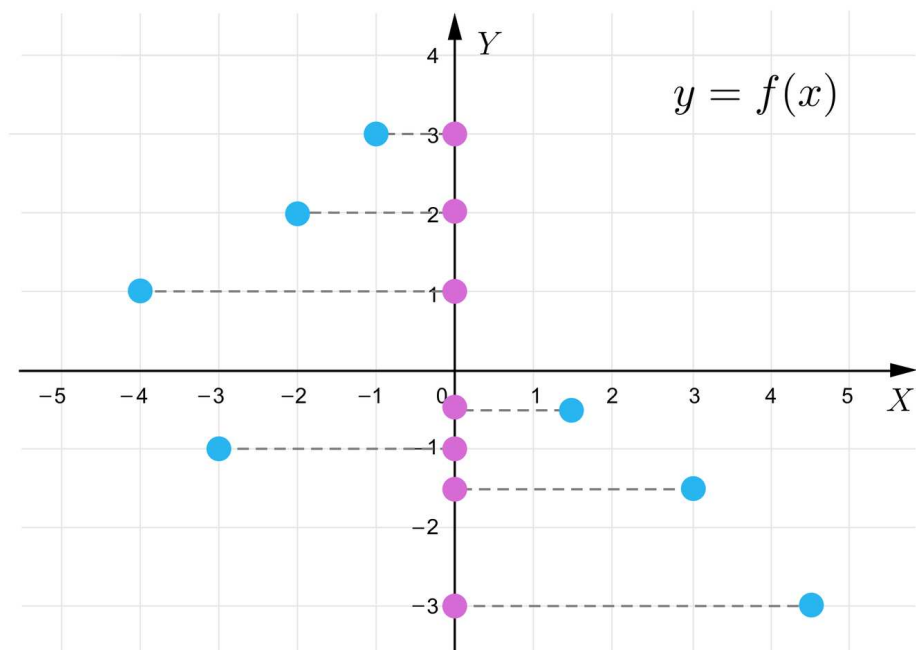
Wyznamy zbiór wartości funkcji f opisanej za pomocą wykresu.



Rozwiązanie:

Wykres funkcji f składa się ze skończonej liczby punktów.

Zbiór wartości funkcji f tworzą drugie współrzędne punktów należących do wykresu funkcji.



Możemy zapisać to symbolicznie $ZW_f = \{-3; -1,5; -1; -0,5; 1; 2; 3\}$.

Słownik

zbiór wartości funkcji liczbowej

to zbiór wszystkich tych liczb, które są wartościami funkcji dla wszystkich jej argumentów

Film samouczek

Polecenie 1

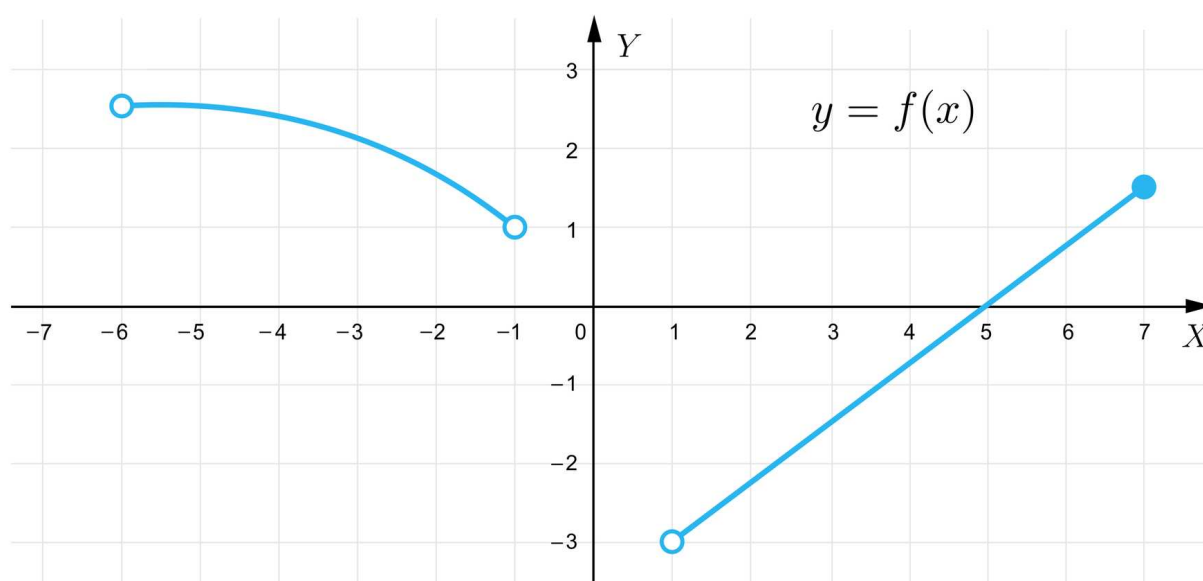
Przeanalizuj uważnie przykłady przedstawione w filmie. Wykonaj wskazane polecenia.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D1CDqLNe1>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącej wyznaczania zbioru wartości funkcji na podstawie jej wykresu.

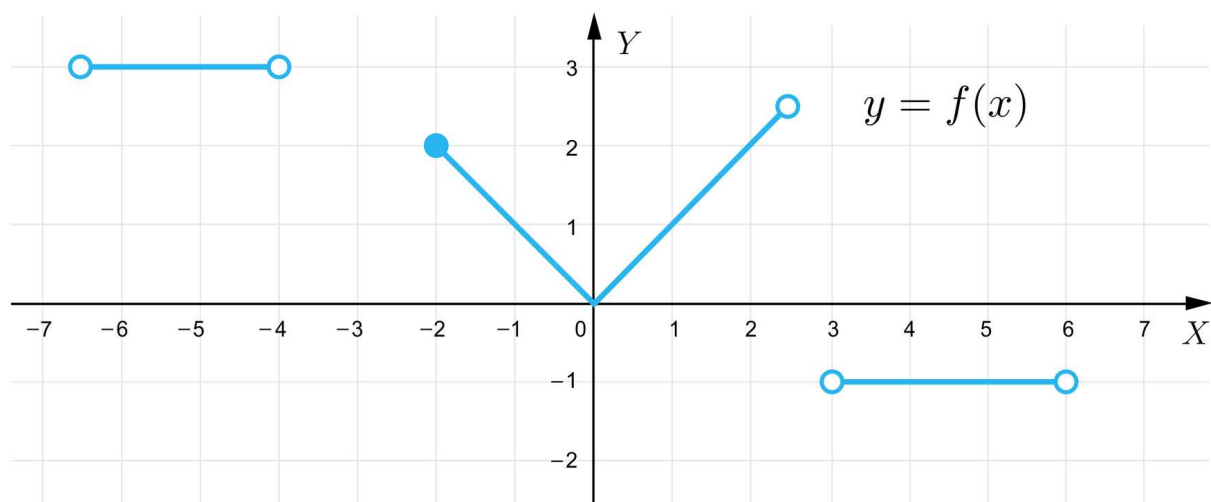
Polecenie 2

Wyznacz zbiór wartości funkcji f opisanej za pomocą wykresu.






Polecenie 3

Funkcja f opisana jest za pomocą wykresu.



Wyznacz zbiór wartości funkcji f i podaj wzór opisujący tę funkcję.

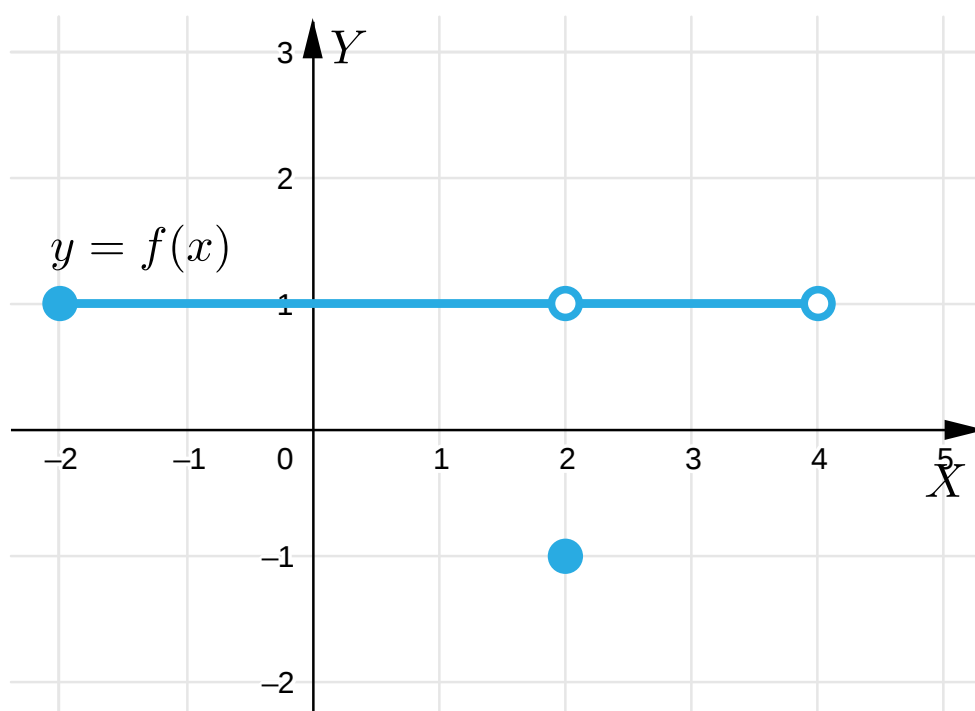
Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



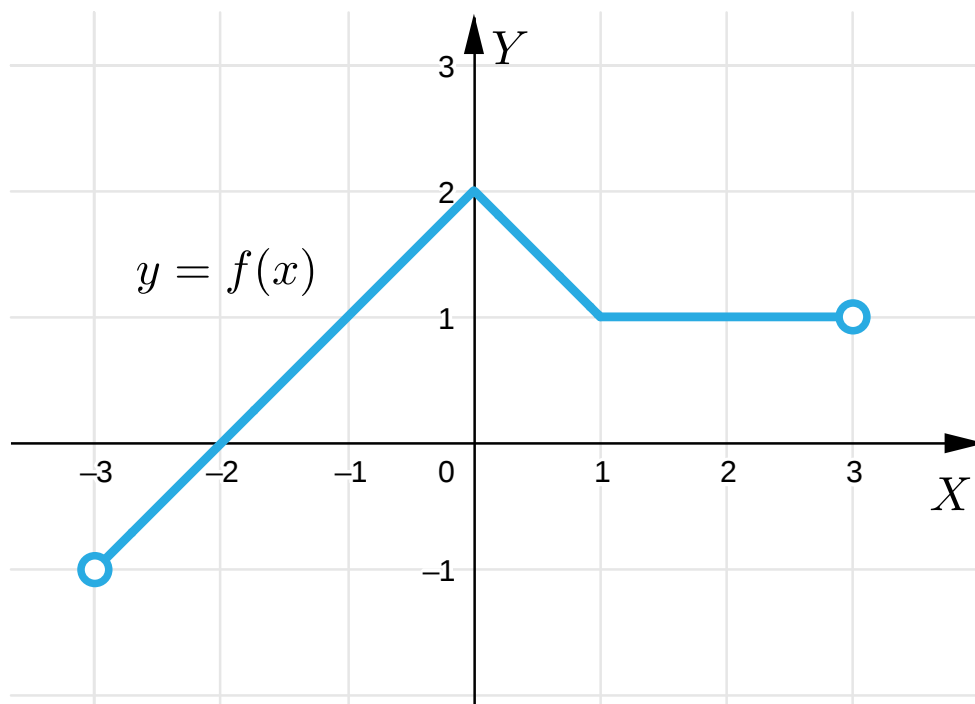
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 2



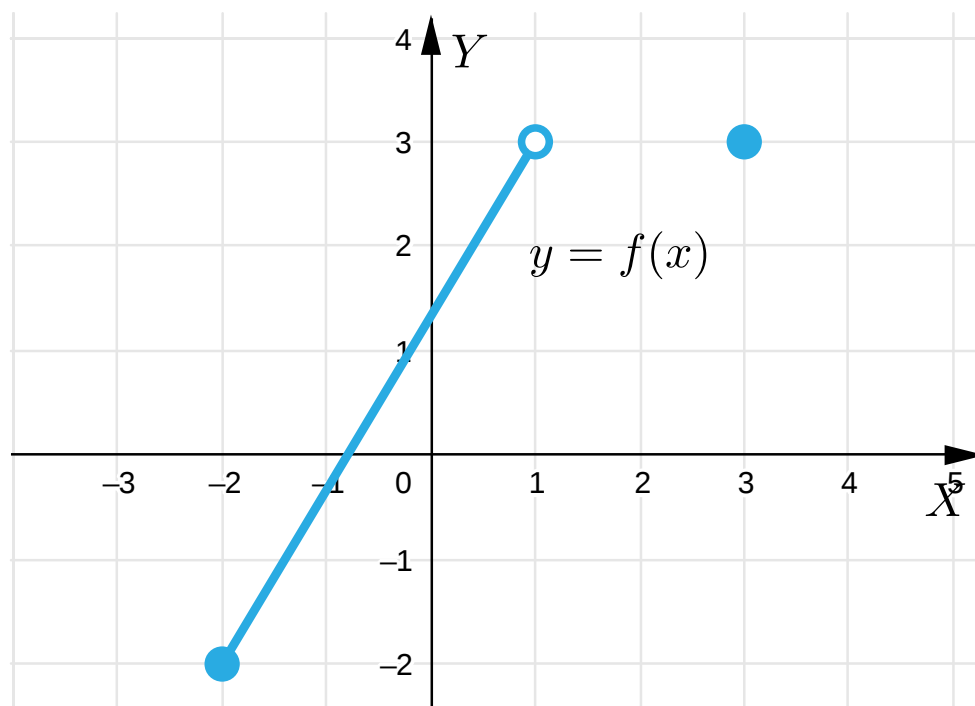
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 3



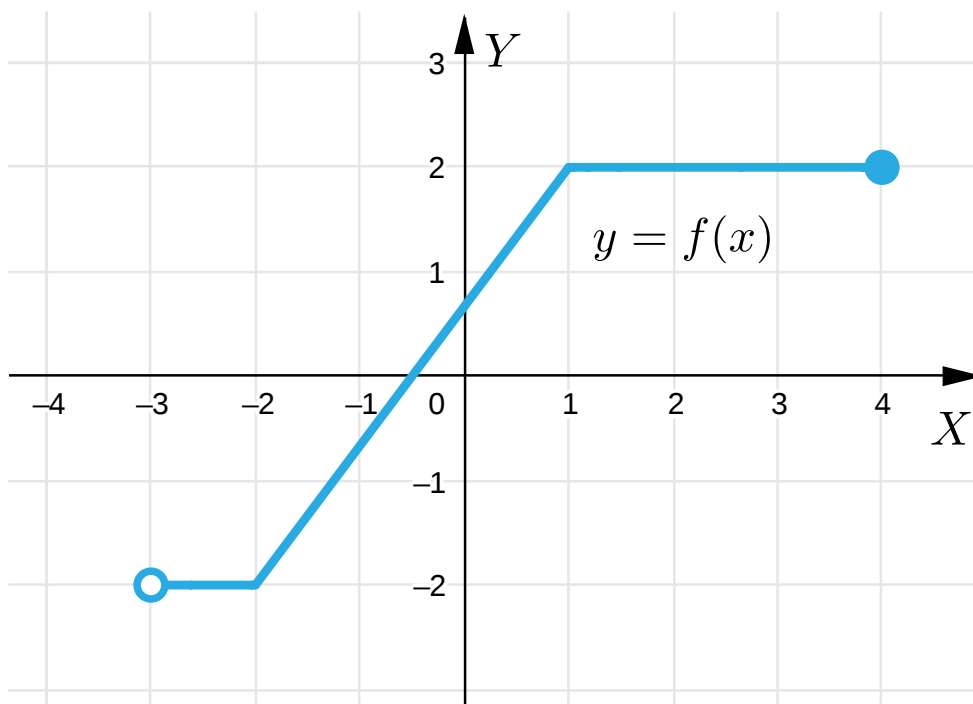
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 4



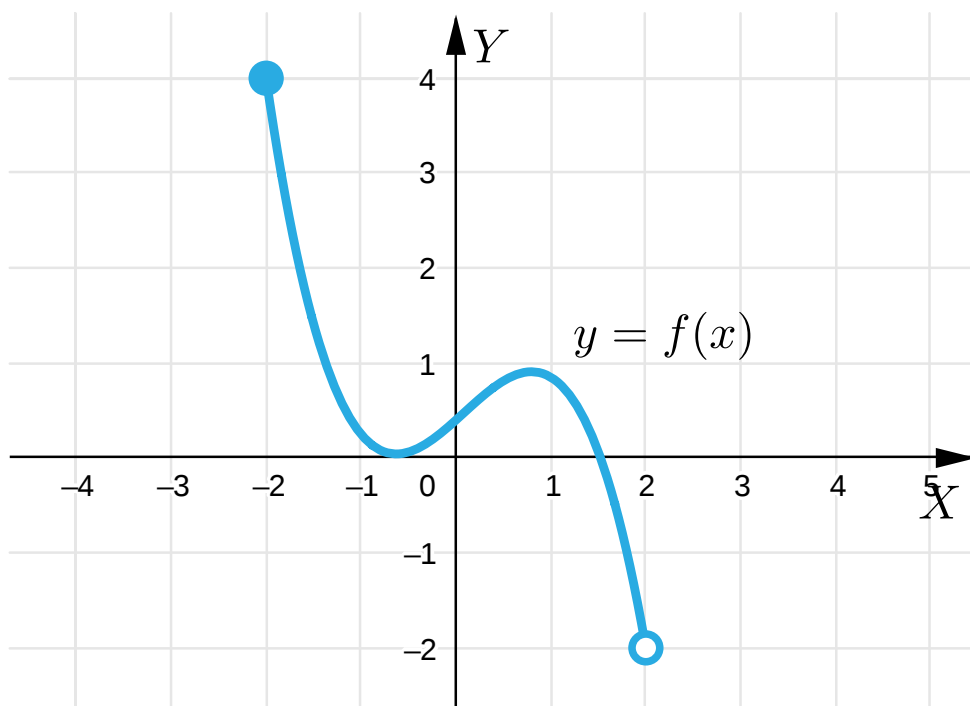
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 5



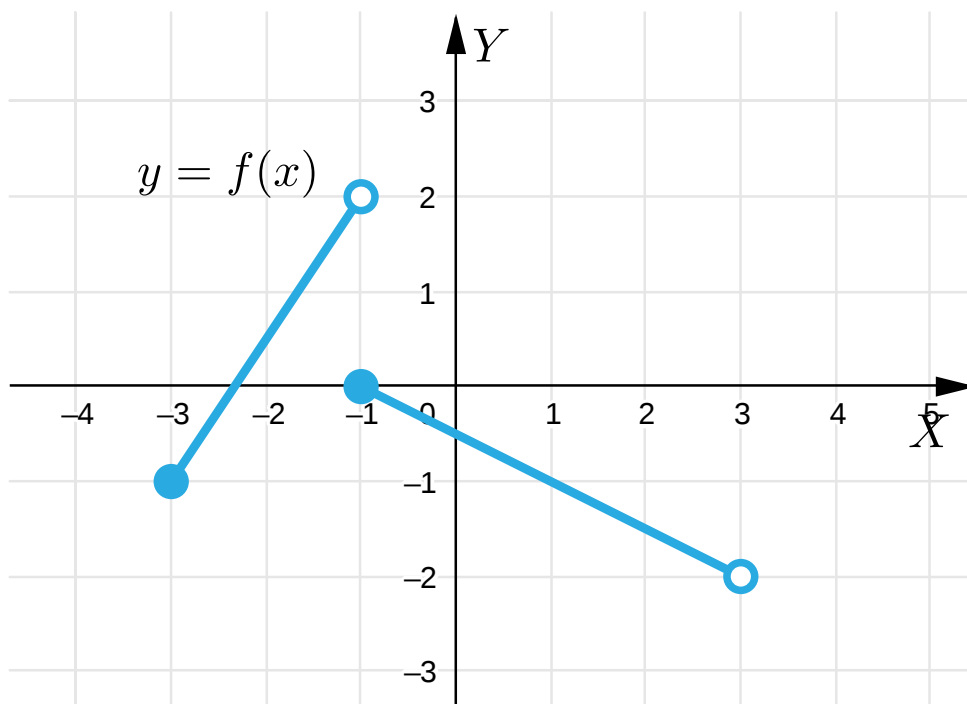
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 6



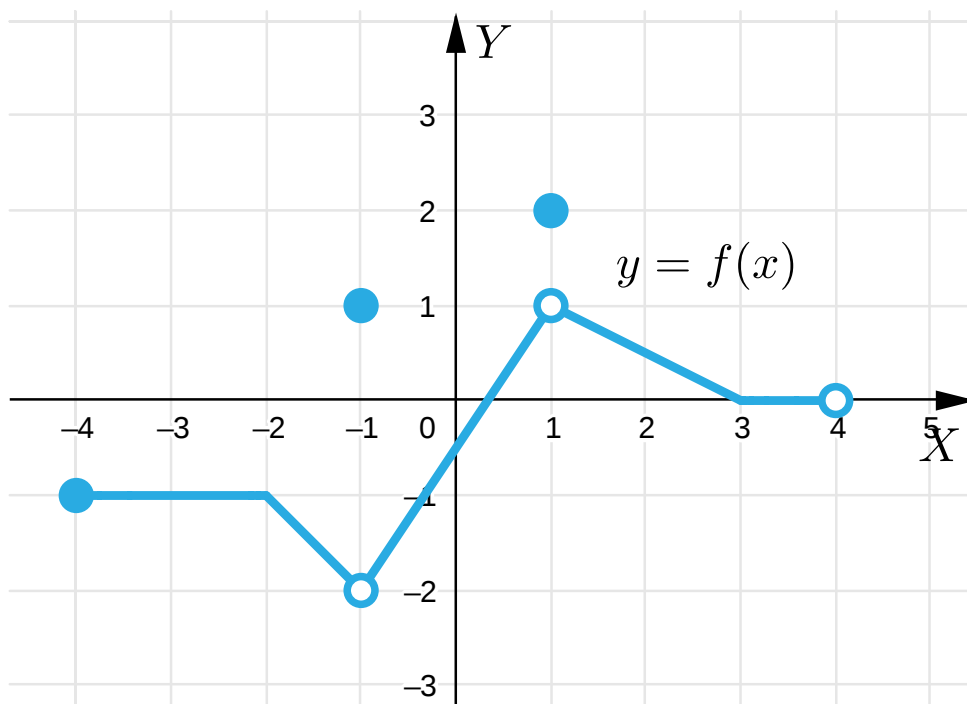
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 7



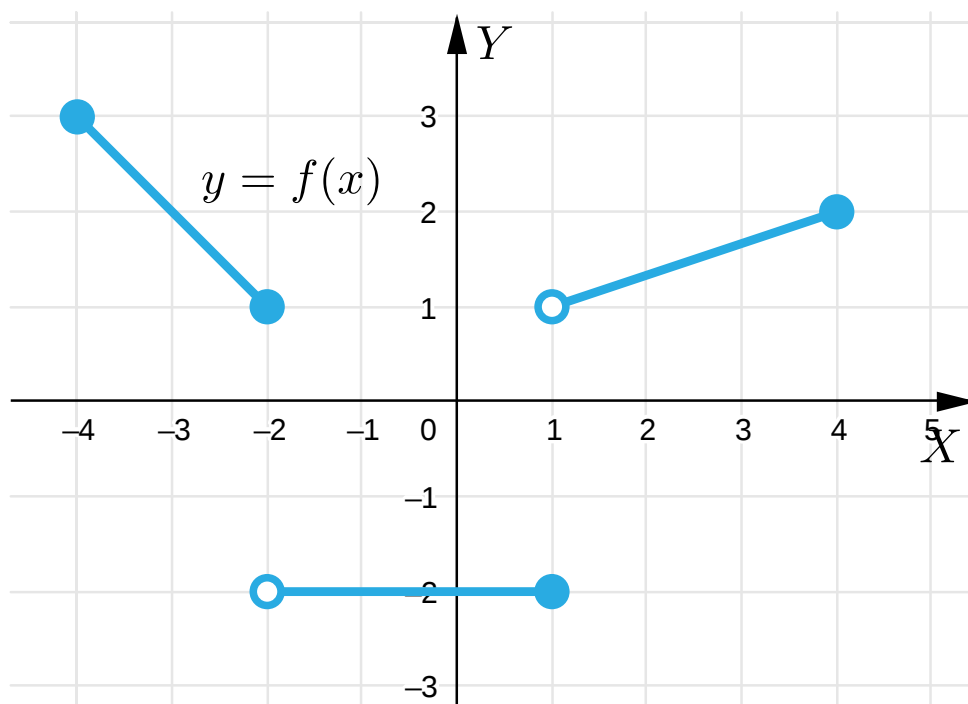
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 8



Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Dla nauczyciela

Autor: Anna Jeżewska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Wyznaczanie zbioru wartości funkcji na podstawie jej wykresu

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

V. Funkcje. Zakres podstawowy.

Uczeń:

3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł informacji.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- wyznacza zbiór wartości funkcji, gdy funkcja jest opisana za pomocą wykresu
- sprawdza, czy podana liczba może być wartością funkcji
- udowadnia, że podana liczba jest elementem zbioru wartości funkcji

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- metaplan
- niedokończone zdania

- dyskusja

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele lekcji oraz ustala z uczniami kryteria sukcesu.
2. Uczniowie metodą „niedokończonych zdań”, przypominają poznane dotychczas wiadomości dotyczące funkcji i sposobów jej opisywania.

Przykłady zdań, które należy dokończyć:

- Funkcją liczbową nazywamy ...
- Funkcję można opisywać za pomocą ...
- Wykresem funkcji nazywamy zbiór punktów ...
- Dziedzina funkcji to zbiór ...
- Do zbioru wartości funkcji należą ...

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie samodzielnie analizują przykłady zamieszczone w sekcji „Przeczytaj”.
2. Po upływie wyznaczonego czasu łączą się w pary i omawiają uzyskane informacje. Następnie, podzieleni na dwie grupy, określają sposoby wyznaczania zbioru wartości funkcji.
3. Uczniowie wspólnie tworzą metaplan zawierający sposoby określania zbioru wartości funkcji opisanej za pomocą wykresu.
4. Uczniowie oglądają film samouczek i rozwiązują wskazane polecenia.
5. Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne wskazane przez nauczyciela i wspólnie omawiają odpowiedzi.

Faza podsumowująca:

1. Jeden z uczniów podsumowuje zajęcia, zwracając uwagę na nabyte umiejętności.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazując na mocne i słabe strony pracy uczniów.

3. Nauczyciel ocenia indywidualną pracę i zaangażowanie poszczególnych uczniów.

Praca domowa:

1. Uczniowie rozwiązują w domu ćwiczenia, których nie rozwiązywali w czasie zajęć.

2. Zadanie dla chętnych:

Funkcja f opisana jest za pomocą wzoru $f(x) = 0,5x - 4$, gdzie $x \in (-4, 7)$. Narysuj jej wykres i z wykresu odczytaj zbiór wartości.

Materiały pomocnicze:

[Argumenty i wartości funkcji](#)

Wskazówki metodyczne:

Nauczyciel może wykorzystać film samouczek do pracy w parach lub w grupach.

Uczniowie przygotowują swoje propozycje, a następnie prezentują je na forum klasy.