



Zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych - przykłady

Zawartość materiału:

Rozwiązania zadań tekstowych, przy rozwiązywaniu których wykorzystywane są równania kwadratowe. Liczba przekątnych wielokąta.

Przykłady rozwiązań zadań tekstowych z wykorzystaniem równań kwadratowych.

Animacje.

Zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych - przykłady

W tym materiale zawarte są przykłady rozwiązywania zadań tekstowych przy pomocy równań kwadratowych. Jeżeli chcesz sobie przypomnieć w jaki sposób rozwiązuje się równania kwadratowe, zajrzyj do materiału [Równanie kwadratowe](#).

Pokażemy teraz kilka przykładowych zadań tekstowych, w których interpretacja danych zapisanych w ich treści doprowadzi do równania kwadratowego.

Przykład 1

W roku 2015 na uroczystości urodzin zapytano jubilata, ile ma lat. Jubilat odpowiedział: „Jeśli wiek, który osiągnę za 15 lat pomnożę przez wiek, który osiągnę za 55 lat, to otrzymam rok mojego urodzenia”. W którym roku urodził się ten jubilat?

 **Oznaczmy przez x wiek jubilata w dniu urodzin w 2015 roku. Wtedy:**

x – wiek Michała	$(x + 15)(x + 55) = 2015 - x$
$x + 15$ – wiek Michała za 15 lat	$x^2 + 55x + 15x + 825 + x - 2015 = 0$
$x + 55$ – wiek Michała za 55 lat	$x^2 + 71x - 1190 = 0$
$2015 - x$ – rok urodzenia Michała	

$\Delta = 71^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1190) = 9801 = 99^2 > 0$

$x_1 = \frac{-71 + 99}{2} = 14 > 0, \quad x_2 = \frac{-71 - 99}{2} = -85 < 0$

$2015 - 14 = 2001$

 **Michał urodził się w 2001 roku.**

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R49aW2X3CDHj9>

atrapa:opis animacji

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia przykładowe zadanie tekstowe, które możemy rozwiązać przy pomocy równania kwadratowego.

Odpowiedź: Jubilat urodził się w 2001 roku.

Przykład 2

Liczba wszystkich przekątnych pewnego wielokąta foremnego jest równa 135. Ile boków ma ten wielokąt?

Oznaczmy liczbę boków wielokąta przez n . Wówczas liczba jego przekątnych jest równa $\frac{n(n-3)}{2}$.

Otrzymujemy równanie

$$\frac{n(n-3)}{2} = 135.$$

Stąd

$$n^2 - 3n = 135 \cdot 2$$

$$n^2 - 3n - 270 = 0.$$

Obliczamy wyróżnik

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-270) = 1089 = 33^2.$$

Wobec tego równanie ma dwa rozwiązania, którymi są $n_1 = \frac{3+33}{2} = 18$ oraz $n_2 = \frac{3-33}{2} = -15$.

Drugie z rozwiązań odrzucamy, gdyż liczba boków nie może być ujemna. Zatem ten wielokąt jest osiemnastokątem.

Odpowiedź: Ten wielokąt ma osiemnaście boków.

Przykład 3

Pole powierzchni bocznej prostopadłościanu o podstawie kwadratowej jest równe 280. Krawędź podstawy jest o 3 krótsza od krawędzi bocznej. Oblicz objętość V tego prostopadłościanu.

Oznaczmy przez x długość krawędzi podstawy prostopadłościanu. Wtedy długość jego krawędzi bocznej jest równa $x + 3$, a pole powierzchni bocznej jest równe $4 \cdot x \cdot (x + 3)$. Otrzymujemy równanie

$$4x(x + 3) = 280.$$

Stąd:

$$x(x + 3) = 70$$

$$x^2 + 3x = 70$$

$$x^2 + 3x - 70 = 0.$$

Obliczamy wyróżnik

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-70) = 289 = 17^2.$$

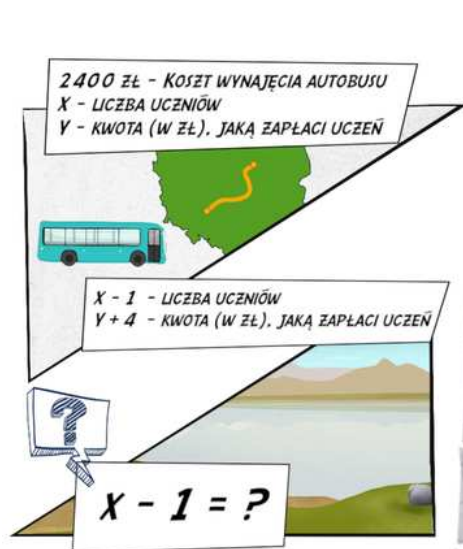
Wobec tego równanie ma dwa rozwiązania, którymi są

$$x_1 = \frac{-3+17}{2} = 7 \text{ oraz } x_2 = \frac{-3-17}{2} = -10.$$

Tylko pierwsze z nich spełnia warunki zadania, co oznacza, że jest to prostopadłościan o wymiarach 7, 7 i 10, a więc jego objętość V jest równa 490.

Odpowiedź: $V = 490$.

Przykład 4



$$\begin{aligned} xy &= 2400 \text{ i } (x-1)(y+4) = 2400 \\ xy + 4x - y - 4 &= 2400 \\ xy + 4x - y - 4 &= xy \\ 4x - y - 4 &= 0 \\ y &= 4x - 4 \\ x(4x - 4) &= 2400 \\ 4x^2 - 4x - 2400 &= 0 : 4 \\ x^2 - x - 600 &= 0 \\ \Delta &= 1 + 4 \cdot 600 = 2401 > 0 \\ x_1 &= \frac{1 + 49}{2} = 25 > 0 \quad x_2 = \frac{1 - 49}{2} = -24 < 0 \\ x - 1 &= 25 - 1 = 24 \\ \Rightarrow \text{Na wycieczkę pojechało 24 uczniów.} \end{aligned}$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/Ro9lOrgUamB7y>

atrapa:opis animacji

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia przykładowe zadanie tekstowe z dwiema niewiadomymi, które możemy rozwiązać przy pomocy równania kwadratowego.

Przykład 5

Geodeta wytyczył teren pod dwie prostokątne działki. Pierwsza działka ma pole powierzchni 5600 m^2 . Druga działka ma długość o 20 m większą i szerokość o 5 m większą niż pierwsza oraz pole powierzchni większe o 1900 m^2 . Obliczmy wymiary obu działek.

Wprowadzamy oznaczenia:

x – długość pierwszej działki (w metrach),

y – szerokość pierwszej działki (w metrach).

Ponieważ jej pole powierzchni jest równe 5600 m^2 , więc $xy = 5600$.

Wtedy druga działka ma wymiary:

długość: $(x + 20)$ m oraz szerokość: $(y + 5)$ m,

a skoro jej pole powierzchni jest równe $(5600 + 1900) \text{ m}^2$, więc

$$(x + 20)(y + 5) = 7500.$$

Uwzględniamy w tym równaniu zależność $xy = 5600$ i przekształcamy je do postaci

$$x = 360 - 4y.$$

Stąd:

$$(360 - 4y)y = 5600$$

$$-4y^2 + 360y = 5600$$

$$y^2 - 90y + 1400 = 0.$$

Obliczamy wyróżnik:

$$\Delta = (-90)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1400 = 2500 = 50^2.$$

Równanie ma więc dwa rozwiązania, którymi są $y_1 = \frac{90+50}{2} = 70$ oraz $y_2 = \frac{90-50}{2} = 20$.

Zatem możliwe są dwa przypadki:

pierwsza działka ma wymiary 80 m i 70 m i wtedy druga ma wymiary 100 m i 75 m lub
pierwsza działka ma wymiary 280 m i 20 m i wtedy druga ma wymiary 300 m i
25 m.

Odpowiedź: Możliwe są dwa rozwiązania: pierwsza działka ma wymiary 80 m i
70 m, druga – 100 m i 75 m lub pierwsza działka ma wymiary 280 m i 20 m, druga –
300 m i 25 m.