



Centyl

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Źródło: Charles Deluvio, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

W tym materiale poznamy centyl, zwany też percentylem. Choć niewiele osób orientuje się zapewne co to pojęcie oznacza, percentyle są często wykorzystywane w praktyce. Na przykład w badaniach wzrostu i wagi dzieci, badaniach poziomu inteligencji, testach zdolności.

Wielu rodziców zaraz po urodzeniu dziecka wpada w pułapkę statystyki, otrzymując informację o własnym dziecku w stylu „*Pani dziecko mieści się między 20 a 30 centylem*” albo „*Pana dziecko plasuje się powyżej 90 centyla*.” I nie wiadomo, która informacja jest dobra, a która źle wróży na przyszłość.

Podobna sprawa jest z maturzystami, którzy na podstawie wyników matury (np.: *z historii poniżej 20 centyla, a z chemii powyżej 40 centyla*), chcą zorientować się, jaką mają szansę przyjęcia na wymarzone studia.

Warto więc wiedzieć, co oznaczają poszczególne wartości centylowe, aby nie tracić głowy w przełomowych momentach życia.

Twoje cele

- Obliczysz kwantyle w szeregu uporządkowanych danych statystycznych (umiejętność spoza podstawy programowej).

- Obliczysz dany centyl określonego zestawu danych.
- Zinterpretujesz wynik obliczenia centyla.

Przeczytaj

Aby dowiedzieć się – co to jest centyl, poznamy najpierw równie dziwne pojęcie – mianowicie kwantyl.

Kwantyl – co to takiego?

Kwantyle to wartości cechy badanej zbiorowości, które dzielą uporządkowaną zbiorowość statystyczną na określone, równe części pod względem liczby jednostek statystycznych.

Kwantyl oznaczamy literą Q .

Kwantylem rzędu q , gdzie $(0 < q < 1)$ nazywamy taką liczbę Q , że $q \cdot 100\%$ elementów danej zbiorowości statystycznej ma wartość nie większą od Q .

Niektóre kwantyle mają swoje nazwy, np.: kwantylem rzędu $\frac{1}{2}$ jest *mediana*, kwantyle rzędu $\frac{1}{4}$ i $\frac{3}{4}$ nazywają się odpowiednio *kwantylem dolnym* i *kwantylem górnym*.

Przykład 1

W poniższym szeregu uporządkowanym, składającym się z 7 elementów, element czwarty, czyli 5, jest elementem środkowym, zatem kwantylem rzędu $\frac{1}{2}$ (po prawej i po lewej stronie liczby 5 znajduje się tyle samo elementów).

Zapisujemy: $Q_{\frac{1}{2}} = 5$.

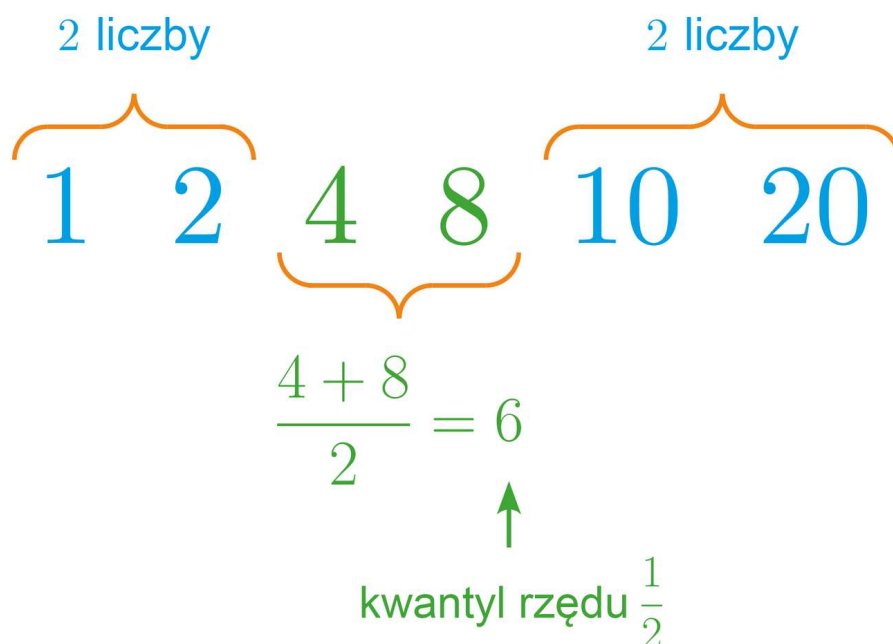


Jeśli liczba danych jest parzysta, to kwantyl rzędu $\frac{1}{2}$ będzie średnią arytmetyczną dwóch elementów środkowych.

Przykład 2

Uporządkowany szereg statystyczny 1, 2, 4, 8, 10, 20 składa się z parzystej liczby elementów.

Kwantylem rzędu $\frac{1}{2}$ (medianą) będzie więc średnia arytmetyczna liczb 4 i 8.



Odpowiedź:

$$Q_{\frac{1}{2}} = 6$$

Kwantyle rzędu $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ zwane są kwartylami.

Kwantyle rzędu $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$ to kwintyle, itd.

Kwantyle rzędu $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, ..., $\frac{9}{10}$ to decyle.

Kwartyl rzędu $\frac{1}{4}$ dzieli zbiorowość na dwie części w ten sposób, że 0, 25 (25%) jednostek tej zbiorowości ma wartości mniejsze lub równe wartości tego kwartyla, a 0, 75 (75%) jednostek ma wartości większe od tego kwartyla lub mu równe.

Przykład 3

Dziesięciu uczniów zapytano: *Ile razy dziennie myjesz ręce?*

Oto zebrane dane: 1, 1, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 20.

Wyznaczamy kwantyl rzędu $\frac{1}{4}$ i kwantyl rzędu $\frac{3}{4}$ tych danych.

Dzielimy szereg na pół (liczby są już ustawione rosnąco) i w każdej „połówce” wyznaczamy wartość środkową.



Interpretacja wyników:

- 0, 25 (25%) wszystkich osób myje ręce co najwyżej 4 razy dziennie, a 0, 75 (75%) wszystkich osób myje ręce co najmniej 4 razy dziennie,
- 0, 75 wszystkich osób myje ręce co najwyżej 12 razy dziennie, a 0, 25 co najmniej 12 razy.

Odpowiedź:

$$Q_{\frac{1}{4}} = 4, Q_{\frac{3}{4}} = 12$$

Ważne!

Kwantyl rzędu $\frac{1}{4}$ nazywany jest też kwartylem 1 (lub 1 kwartylem).

Kwartyl rzędu $\frac{3}{4}$ nazywany jest kwartylem 3 (lub 3 kwartylem), itd.

Centyl – co to takiego?

Wiemy już, że kwantyle pomagają w ustaleniu miejsca interesującego nas wyniku w uporządkowanym szeregu statystycznym. Jednym z rodzajów kwantyli są centyle.

Centyle to kwantyle rzędu $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, ..., $\frac{99}{100}$. Zamiast centyl rzędu np. $\frac{3}{100}$ mówimy często – 3 centyl.

Centyl to jedna z miar przeciętnych. Charakteryzuje zbiorowość statystyczną niezależnie od różnic występujących między jednostkami tej zbiorowości. Ponieważ centyl dzieli zbiorowość na 100 równych części, można więc dla każdego numeru obserwacji określić procent zbiorowości znajdującej się powyżej lub poniżej tej obserwacji.

Definicja: Centyl

p -tym centylem w szeregu uporządkowanym nazywamy taką wartość, przed którą (czyli po lewej stronie) znajduje się $p\%$ (czyli $\frac{p}{100}$) liczb zestawu.

Ważne!

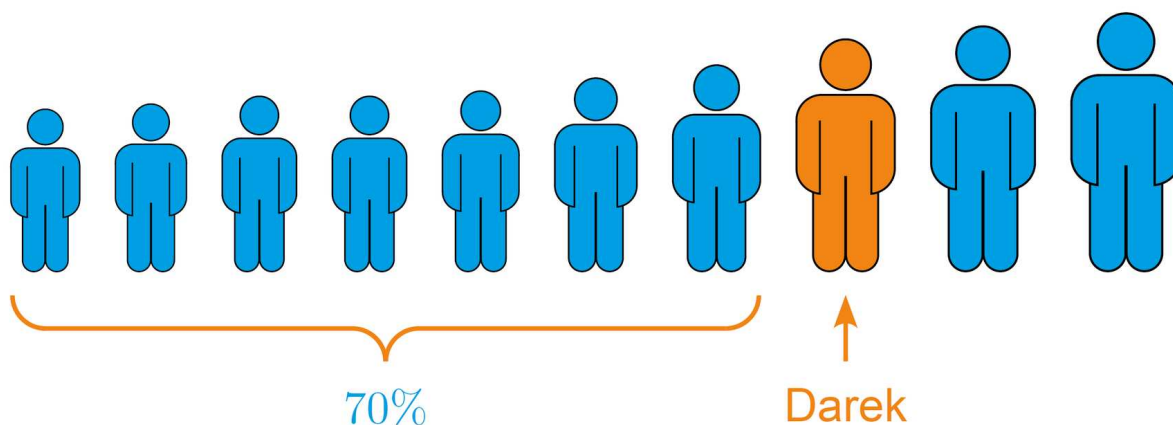
W różnych opracowaniach można znaleźć różne definicje centyla.

Zauważ, że mediana to 50 centyl (mediana to wartość, która znajduje się w połowie wyników).

Kwantyl 1 to 10 centyl, kwantyl 2 to 50 centyl, kwantyl 3 to 75 centyl.

Przykład 4

Darek jest trzecią najwyższą osobą w grupie 10 osób. Oznacza to, że 70% osób jest nie wyższych od Darka.



Jeśli Darek ma 170 cm wzrostu, to wartość 70 centyla w tej grupie jest równa 170 cm.

Przykład 5

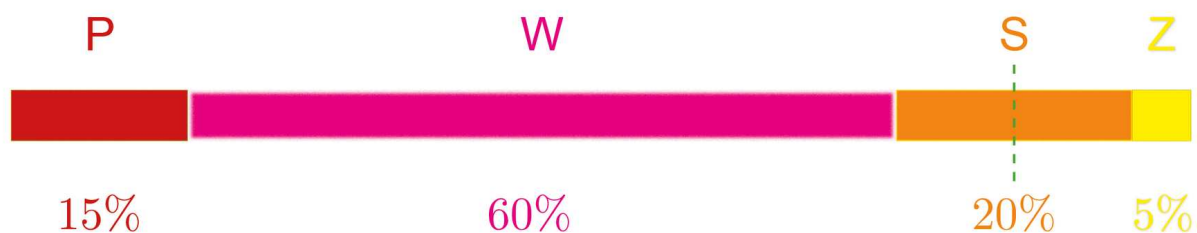
W pewnej klasie 20 osób pisało klasówkę z matematyki. Aż 16 osób uzyskało oceny nie niższe niż Marta.

Ponieważ liczba 16 to 80% liczby 20, zatem wynik Marty znajduje się na 80 centylu.

Pokażemy teraz, jak interpretować centyl w przypadku danych zgrupowanych.

Przykład 6

Na konkurs plastyczny nadesłano wiele prac, ale tylko 5% prac otrzymało najwyższą ocenę – **Z** (zachwycająca), ocenę **S** (super) otrzymało 20% prac, ocenę **W** (wybitna) – aż 60% i wreszcie **P** (przeciętna) otrzymało 15% prac. Obliczymy, na którym centylu znalazła się praca Agaty, która otrzymała ocenę **S**.



Wiemy, że oceny gorsze otrzymało na pewno $15\% + 60\% = 75\%$ wszystkich prac.

Nie wiemy jednak dokładnie ile punktów otrzymała praca Agaty, ani nawet jaka była skala punktów dla każdej oceny. Zatem możemy tylko oszacować, w którym centylu znalazła się praca Agaty. W tym celu – postępujemy podobnie, jak szukając mediany – bierzemy tylko „połowę” wartości określającej procent ocen **S**.

Wynika z tego, że $75\% + 10\% = 85\%$, czyli praca Agaty znalazła się mniej więcej na 85 centylu.

Oznacza to, że około 85% prac zostało ocenionych nie wyżej niż praca Agaty, a tylko około 15% prac zostało ocenionych nie niżej.

Siatka centylowa

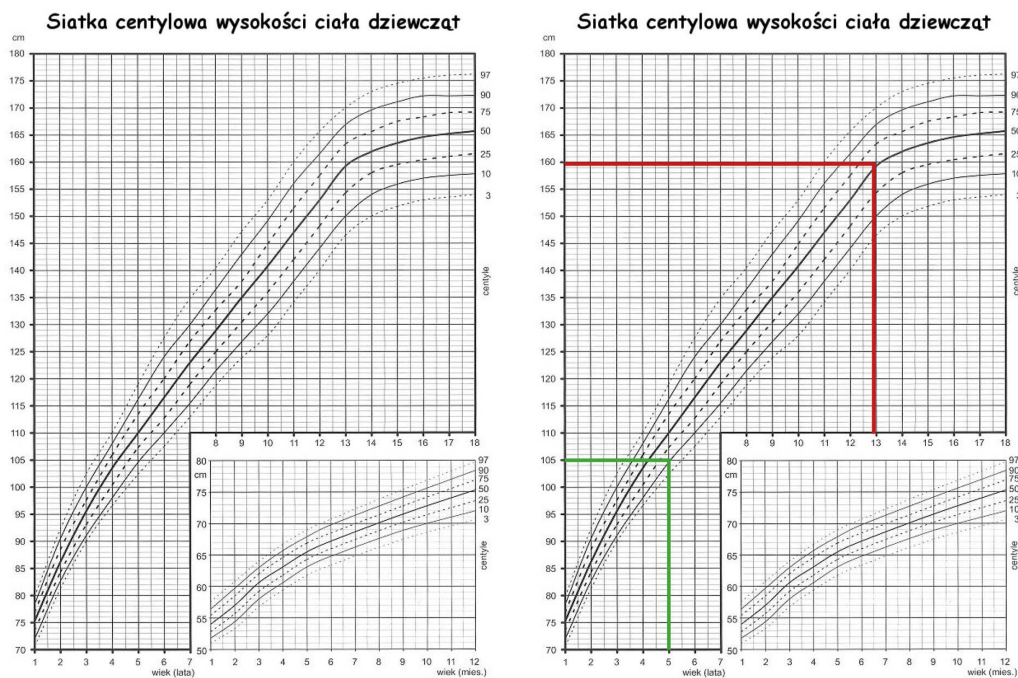
Siatka centylowa jest jedną z metod obiektywnej oceny rozwoju fizycznego dzieci. Lekarze pediatrzy kontrolują rozwój dziecka, porównując przebieg wzrostu, przybór masy ciała, przyrost obwodu głowy na tle danej populacji.

Dane umieszczane są w układzie współrzędnych – na osi poziomej zaznaczony jest wiek dziecka, na osi pionowej – dany parametr.

Na siatce zaznaczonych jest kilka krzywych – najwyżej położona jest linia 97 centyla – oznacza ona, że u 97% dzieci z danej populacji dany parametr ma nie większą wartość. Pięćdziesiąty centyl oznacza, że u połowy dzieci parametr przyjmuje wartości nie większe, a u drugiej połowy nie mniejsze.

Jako normę przyjmuje się obszar między 3 a 97 centylem. Ważne jest, aby krzywa rozwoju dziecka utrzymywała się na tym samym centylu.

Przykładowa siatka centylowa wysokości ciała dziewcząt.



Źródło: dostępny w internecie: <http://bi.gazeta.pl/im/8/1326/m1326948.jpg>.

Na podstawie siatki możemy stwierdzić na przykład, że 10 centyl jest równy 105 cm dla dziewcząt w wieku 5 lat. Oznacza to, że wzrost 10% dziewczynek w wieku 5 lat nie przekracza 105 cm. Natomiast połowa dziewcząt wieku 13 lat jest nie wyższa niż 160 cm.

Słownik

centyl

p -tym centylem w szeregu uporządkowanym nazywamy taką wartość, przed którą (czyli po lewej stronie) znajduje się $p\%$ (czyli $\frac{p}{100}$) liczb zestawu

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją i zorientuj się, w jaki sposób można zinterpretować wyniki egzaminów maturalnych podawane w skali centylowej.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DpkmjaNkC>

Na środku ekranu pojawia się napis centyl. Napis znika, a na ekranie pojawia się dokument świadectwa dojrzałości Jana Kowalskiego na tle rozsypanych na stole kredek i ołówków. Dokument zawiera wyniki z części ustnej: języka polskiego i języka angielskiego, oraz części pisemnej: języka polskiego i języka angielskiego. Wyniki są zaprezentowane w postaci procentowej zmieniają się. Obok świadectw pojawia się tablet. Na tablecie pojawia się wykres rosnący wykładniczo. Na poziomej osi X są zaznaczone punkty: dziesięć, dwadzieścia, trzydzieści, czterdzieści, pięćdziesiąt, sześćdziesiąt, siedemdziesiąt, osiemdziesiąt, dziewięćdziesiąt, sto. Na osi pionowej są zaznaczone punkty: dwadzieścia pięć, pięćdziesiąt, siedemdziesiąt pięć, sto. Punkty na osiach X i Y stanowią podstawę do wyrysowania siatki na wykresie. Oprócz głównego wykresu na wykresie pojawiają się dodatkowe wykresy, przesunięte w stosunku do głównego wykresu nieznacznie w górę lub w dół. Świadectwo dojrzałości znika, ekran tabletu rozszerza się na większość ekranu. Ekran tabletu jest czysty. Na środku ekranu tabletu pojawia się napis Zuza siedemdziesiąt dziewięć procent. Napis przesuwa się do dołu tabletu, a nad nim pojawia się słupek wykresu. Większa, dolna część słupka jest wydzielona i oznaczona jako siedemdziesiąt dziewięć procent. Pozostała część słupka u góry oznaczona jest jako 21%. Ekran tabletu jest wyczyszczony, pojawia się na nim tabela wyników z matematyki poziom rozszerzony. Tabela zawiera wyniki procentowe i odpowiadające im wartości centyla w trzech pionowych kolumnach. Zaznaczony jest rząd tabeli zawierający wynik procentowy sześć i wartość centyla dwadzieścia jeden, wynik procentowy czterdzieści i wartość centyla siedemdziesiąt dwa, oraz wynik procentowy siedemdziesiąt cztery i wartość centyla dziewięćdziesiąt siedem. Obraz tabletu zmniejsza się, i przesuwa na lewą stronę ekranu. Po prawej stronie pojawia się kartka papieru w kratkę. Na dole kartki papieru pojawia się napis Julek siedemdziesiąt cztery procent. Nad napisem pojawia się słupek wykresu. Prawie cały słupek, od dołu prawie do samej góry słupka, jest zaznaczony i opisany jako dziewięćdziesiąt siedem procent. Pozostała, górna część słupka oznaczona jest jako trzy procent. Kartka jest wyczyszczona. Na dole kartki papieru pojawia się napis Ada czterdzieści procent. Nad napisem pojawia się słupek wykresu. Prawie trzy czwarte słupka od dołu jest zaznaczone i opisany jako siedemdziesiąt dwa procent. Pozostała, górna część słupka oznaczona jest jako dwadzieścia osiem procent. Tablet powiększa się, zajmuje prawie całą powierzchnię ekranu. Na tablecie pojawia wykres wyników egzaminu w postaci słupków. Oś pozioma X to rosnąca skala centylowa z zaznaczonymi punktami sześćdziesiąt, sześćdziesiąt pięć, siedemdziesiąt, siedemdziesiąt pięć, osiemdziesiąt, osiemdziesiąt pięć, dziewięćdziesiąt. Oś pionowa to liczba uczniów, z zaznaczonymi poziomami zero, jeden, dwa, trzy, cztery, pięć i sześć. Jeden słupek znajduje się na osi X w punkcie sześćdziesiąt, i osiąga wysokość pięć. Kolejny znajduje się w punkcie siedemdziesiąt pięć, i osiąga wysokość cztery. Ostatni znajduje się w punkcie osiemdziesiąt pięć, i osiąga wysokość jeden.

Polecenie 2

Oto fragment tabeli opisującej wyniki egzaminu maturalnego z informatyki na poziomie rozszerzonym (egzamin w nowej formule, absolwenci liceum ogólnokształcącego i technikum). Wyniki zapisano w procentach i odpowiadające im wartości centyli.

informatyka - poziom rozszerzony					
wynik procentowy	wartość centyla	wynik procentowy	wartość centyla	wynik procentowy	wartość centyla
0	3	34	52	68	90
2	6	36	55	70	92
4	9	38	58	72	93
6	11	40	61	74	94
8	13	42	64	76	95
10	16	44	67	78	95
12	19	46	70	80	96
14	21	48	72	82	97

Źródło: dostępny w internecie:

https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2015/Informacje_o_wynikach/2019/20190704%20Wst%C4%99pna%20informacja%20o%20wynikach%20matury%202019%20CE

Zinterpretuj te wyniki dla wartości zaznaczonych zielonym kolorem.

Sprawdź się

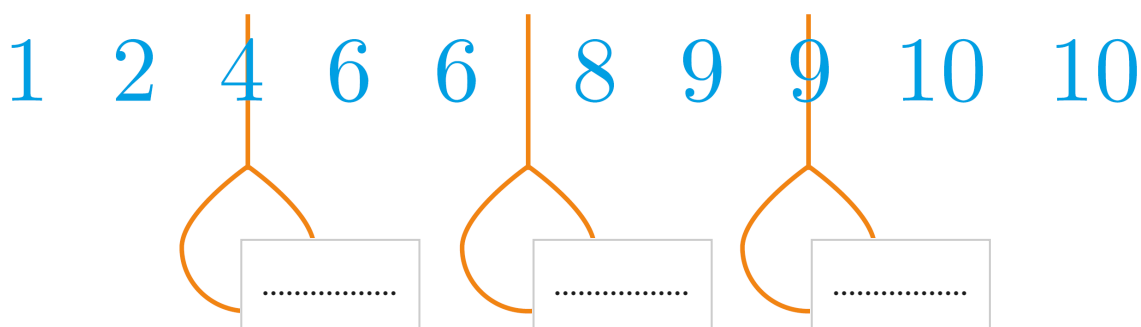
Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Przeciągnij w kratki wartości odpowiednich kwantyli.

9, 7, 4



Ćwiczenie 2



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐

Jeśli Ania w klasowym rankingu masy ciała znajduje się na 30 centylu, to oznacza, że 30 osób w klasie ma masę ciała nie większą niż Anka.

☐

Mediana to 50 centyl.

☐

Marek z testu otrzymał wynik, który plasuje się na 90 centylu, co oznacza, że uzyskał wynik nie gorszy niż 90% osób, które przystąpiły do testu.

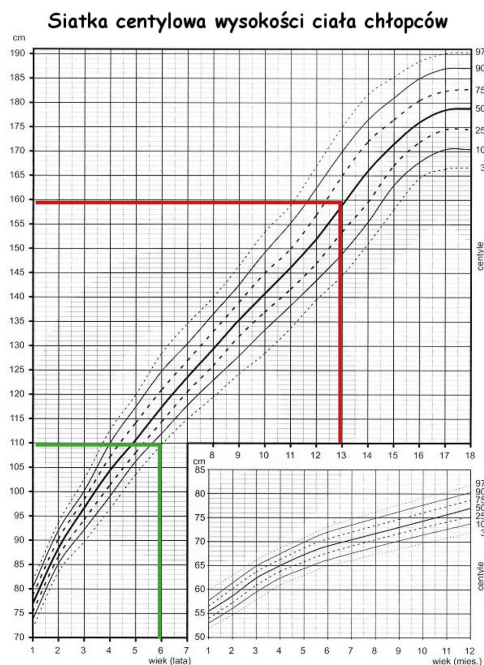
☐

25 centyl to 1 kwantyl.

Ćwiczenie 3



Rysunek przedstawia siatkę centylową wysokości wzrostu chłopców. Korzystając z rysunku, uzupełnij zdania, przeciągając odpowiednie wyrażenia.



Źródło: dostępny w internecie: <http://bi.gazeta.pl/im/6/1326/m1326946.jpg>.

W wieku 6 lat 10% chłopców ma wzrost 110 cm.

Natomiast aż 80% chłopców w tym wieku ma wzrost 110 cm.

W wieku 13 lat chłopców ma wzrost nie wyższy niż 160 cm.

Aż 0,9 wszystkich niemowląt płci męskiej w wieku 6 miesięcy ma wzrost

70 cm, a w wieku 4 miesięcy ok. 15% niemowląt płci męskiej ma wzrost

65 cm.

nie niższy niż

nie wyższy niż

nie niższy niż

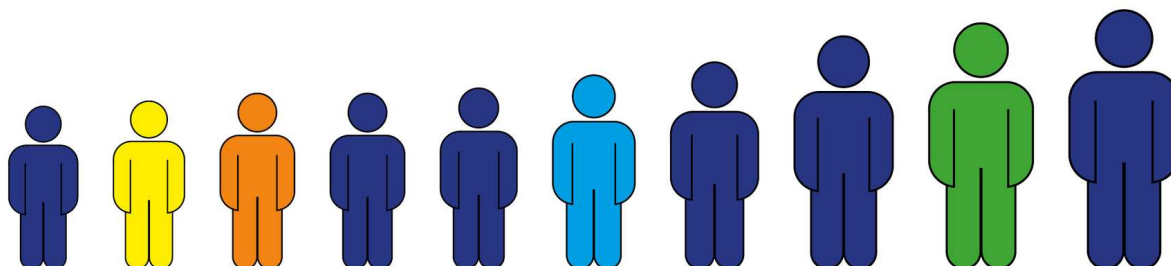
połowa

nie wyższy niż

Ćwiczenie 4



Zapoznaj się z poniższym rysunkiem i odpowiedz na pytanie.



Na którym centylu (licząc od lewej strony) stoi chłopiec w pomarańczowej koszulce, w szeregu uporządkowanym ze względu na wzrost?

☐ 15

☐ 20

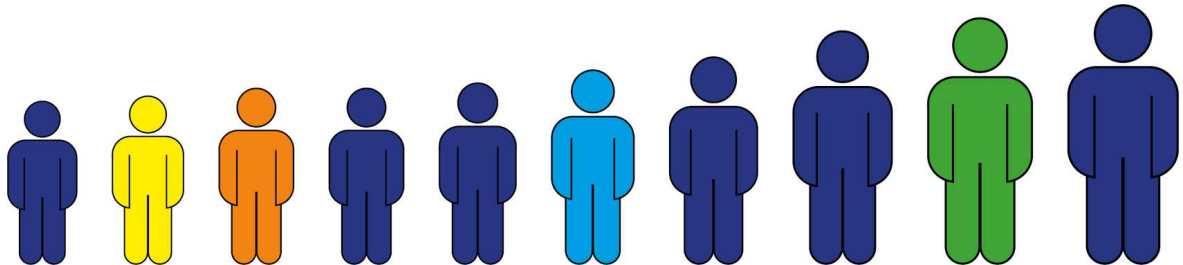
☐ 25

☐ 10

Ćwiczenie 5



Zapoznaj się z poniższym rysunkiem i odpowiedz na pytanie.



Jaki kolor ma koszulka chłopca stojącego na drugim decylu (licząc od lewej strony) w szeregu uporządkowanym ze względu na wzrost?

☐ Pomarańczowy

☐ Zielony

☐ Żółty

☐ Niebieski

Ćwiczenie 6



Uzupełnij, wpisując odpowiednie liczby.

Dla zestawu danych: 9, 7, 6, 4, 3, 6, 8, 5, 1, 3.

75 centyl to

25 centyl to

50 centyl to

Ćwiczenie 7



Połącz w pary zestawy danych z odpowiadającymi im centylami.

2, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 8

40 centyl to 2

3, 3, 4, 4, 5, 10, 12, 14, 16, 18

24 centyl to 3

0, 0, 2, 2, 7, 8, 9, 10

30 centyl to 4

2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

60 centyl to 8, 5

Ćwiczenie 8



Ustaw w odpowiedniej kolejności obliczanie 60 centyla zestawu danych:

12, 2, 4, 12, 5, 10, 5, 6, 9, 7.

Interpretacja: 60% liczb jest mniejszych bądź równych 8, a 40% większych bądź równych 8.

Ustawiamy dane rosnąco: 2, 4, 5, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 12.

$$n = \frac{60}{100} \cdot 10 = 6$$

Obliczamy numer n pozycji 60 centyla:

$$n = \frac{p}{100} \cdot N$$

gdzie: $p = 60$, N - liczba danych.

Ponieważ pozycja centyla n jest liczbą całkowitą, to wartość 60 centyla jest średnią danych z pozycji n oraz $n + 1$.

Wartość pozycji $n = 6$ to 7, a wartość pozycji $n + 1 = 7$ to 9.

Obliczamy średnią arytmetyczną liczb 7 i 9.

$$\frac{7+9}{2} = 8$$

60 centyl to 8.

Dla nauczyciela

Autor: Justyna Cybulska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Centyl

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.

Zakres podstawowy. Uczeń:

2) stosuje skalę centylową.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- oblicza centyle (kwantyle oraz decyle) w uporządkowanym zestawie danych
- interpretuje dane uzyskane w wyniku obliczeń
- analizuje złożony problem z kontekstem realistycznym, dobiera model matematyczny do jego rozwiązania
- ocenia wyniki własnej pracy i pracy grupy

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- praca z tekstem
- analiza morfologiczna

- drzewo ewaluacyjne

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z dostępem do Internetu w takiej liczbie, żeby każdy uczeń miał do dyspozycji komputer
- siatki centylowe
- szkolne wyniki ubiegłorocznych matur

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

Nauczyciel kilka dni wcześniej prosi uczniów, aby na zajęcia przynieśli, jeśli je posiadają, swoje książeczki zdrowia z początkowych lat życia.

Lekcja rozpoczyna się od analizy zapisów w tych książeczkach.

Nauczyciel podaje temat i cele zajęć, uczniowie ustalają kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

Uczniowie w grupach zapoznają się z pojęciem siatki centylowej (materiał z Przeczytaj).

Metodą analizy morfologicznej ustalają pojęcie centyla. Swoje przypuszczenia korygują z materiałem w sekcji „Przeczytaj”.

Teraz ponownie zaglądają do swoich książeczek zdrowia, porównują dane tam zawarte z siatką wzrostu (z sekcji „Przeczytaj”) i interpretują te dane.

Uczniowie zapoznają się z materiałem zawartym w grafice. Następnie interpretują wyniki ubiegłorocznych matur szkoły (odpowiednie dane przygotował wcześniej nauczyciel), przypisując im odpowiednie parametry statystyczne.

Faza podsumowująca:

W ramach krótkiego podsumowania wiadomości uczniowie indywidualnie rozwiązują 3 dowolnie wybrane ćwiczenia interaktywne.

Uczniowie podsumowują zajęcia metodą drzewa, wpisując na odpowiednich jego gałęziach hasłowo uzyskane wiadomości, trudności, itd.

Wybrany uczeń omawia uzyskane drzewo, dodając też swoje obserwacje i uwagi, dokonuje samooceny własnej pracy i pracy grupy.

Praca domowa:

Nauczyciel poleca uczniom wykonać te ćwiczenia interaktywne, które nie zostały wykonane podczas lekcji.

Materiały pomocnicze:

- Średnia, mediana, dominanta
- Szkolne wyniki matur

Wskazówki metodyczne:

Z grafiką uczniowie mogą zapoznać się w domu, co znacznie przyspieszy tok lekcji.