



Jak definiuje się moment siły?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Grafika interaktywna \(schemat\)](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Jak definiuje się moment siły?

Czy to nie ciekawe?

Nieraz śruba czy nakrętka „zaparzy się”, czyli nie daje się odkręcić. Bierzemy wtedy klucz francuski i... śruba daje się jednak odkręcić, mimo że my nie włożyliśmy w ten proces więcej siły niż wcześniej! Jak to możliwe? Aby to zrozumieć, przyjrzyjmy się pojęciu momentu siły.



Rys. a. Dokręcanie śruby kluczem to prosty przykład wykorzystania momentu siły.

Twoje cele

W tym materiale:

- dowiesz się, jaka jest definicja momentu siły i jego jednostka,
- dowiesz się, czym jest iloczyn wektorowy,
- zrozumiesz, jak na co dzień wykorzystujemy momenty sił.

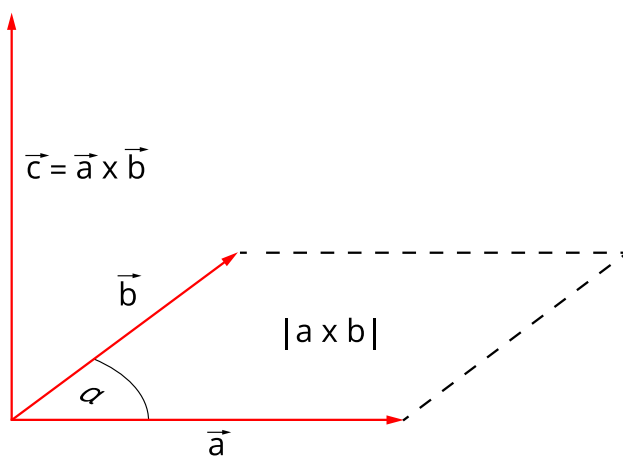
Przeczytaj

Warto przeczytać

Używanie kombinerek, kluczy płaskich i kluczy francuskich ma ten sam sens, co użycie dźwigni – używając tych przyrządów wydłużamy długość ramienia, na które działamy siłą. Dlaczego jest to skuteczne działanie? Przecież użycie narzędzia nie sprawia, że mamy więcej siły – a jednak „zaparzona” śruba daje się odkręcić przy użyciu długiego klucza. Zrozumienie tego faktu wymaga wprowadzenia pojęcia **momentu siły**. Jednakże, by zrozumieć definicję **momentu siły**, najpierw należy zapoznać się z definicją iloczynu wektorowego.

Wiele wielkości fizycznych jest zdefiniowanych jako wektory: siła, prędkość, przyspieszenie, natężenie pola elektrycznego, pęd itd. Znaczy to, że mają one nie tylko określoną wartość, ale też kierunek, zwrot i punkt przyłożenia. Zaobserwowaliśmy już, że przyłożenie do bryły tej samej siły, ale w różnych punktach, spowoduje różny efekt.

Wektory można do siebie dodawać – na przykład dwie siły działające w tym samym kierunku sumują się. Wektory można również mnożyć, wykonując **mnożenie wektorowe**. Jak nazwa wskazuje, wynikiem mnożenia wektorowego będzie wektor. Aby odróżnić zwykłe mnożenie liczb od mnożenia wektorów, mnożenie wektorowe będziemy oznaczać symbolem „ \times ”. Przyjrzyjmy się graficznej interpretacji tej wielkości na Rys. 1.:



Rys. 1. Graficzna interpretacja iloczynu wektorowego dwóch wektorów.

Jak widać, wynikiem iloczynu wektorowego wektorów \vec{a} i \vec{b} jest nowy wektor \vec{c} . Zwróć uwagę, że jest on prostopadły zarówno do wektora \vec{a} , jak i do wektora \vec{b} , czyli prostopadły do płaszczyzny, na której leżą wektory \vec{a} i \vec{b} . Zwrot wektora \vec{c} zaznaczony jest na rysunku – w tym wypadku w górę. Zwrot ten określa (umowna) reguła śruby prawoskrętnej

– pokrywamy wektor \vec{a} z wektorem \vec{b} . Zwrot wektora \vec{c} pokrywa się z ruchem postępowym tak wkręcanej śruby. Jego długość możemy obliczyć, korzystając z następującej zależności:

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha.$$

Jak widać, wartość iloczynu wektorowego dwóch wektorów wynosi zero, gdy są one równoległe (bo $\sin 0^\circ = 0$) i osiąga wartość maksymalną, gdy wektory te są do siebie wzajemnie prostopadłe (bo $\sin 90^\circ = 1$).

Jaki ma to związek z kluczem francuskim i przykręcaniem śrub?

Rzecz w tym, że tak jak przyczyną ruchu postępowego jest działanie siły, tak przyczyną ruchu obrotowego jest działanie momentu siły. **Moment siły** to wielkość wektorowa zdefiniowana następująco:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F},$$

gdzie \vec{r} to wektor łączący oś obrotu ciała z punktem przyłożenia siły, \vec{F} – przyłożona siła.

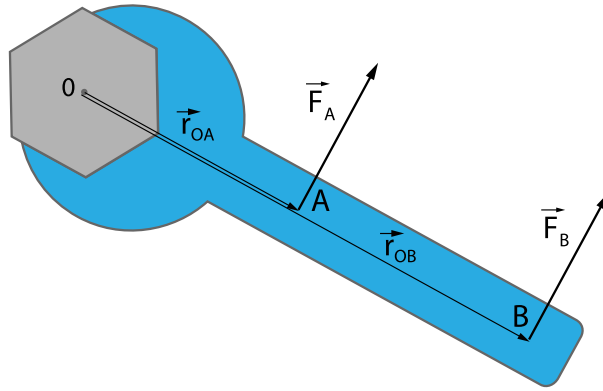
Widzimy zatem, że istotne jest nie tylko, jak dużą siłę przyłożymy do ciała, ale również w jakim kierunku i jak daleko od osi obrotu. Przyjrzyjmy się tym trzem parametrom.

Przykład 1 - stała siła, większe ramię

Rys. 2. prezentuje klucz, za pomocą którego odkręcana jest śruba. W trakcie takiej czynności możemy złapać klucz w dowolnym miejscu, bliżej śruby lub bliżej końca klucza. Jaki będzie to miało wpływ na skuteczność naszych działań? Przyłożenie siły o tej samej wartości F , ale w różnych punktach (A lub B) spowoduje powstanie różnych momentów sił. Przyjmijmy, że działamy siłą $F = 50 \text{ N}$, a odległości od osi obrotu do punktów A i B wynoszą odpowiednio $r_{OA} = 5 \text{ cm}$ i $r_{OB} = 10 \text{ cm}$. Jaką wartość mają te momenty sił?

$$\begin{aligned} |\vec{M}_A| &= |\vec{r}_{OA} \times \vec{F}| = 0,05 \text{ m} \cdot 50 \text{ N} \cdot \sin(90^\circ) = 2,5 \text{ Nm}, \\ |\vec{M}_B| &= |\vec{r}_{OB} \times \vec{F}| = 0,1 \text{ m} \cdot 50 \text{ N} \cdot \sin(90^\circ) = 5 \text{ Nm}. \end{aligned}$$

Jak widać, przy dwa razy dłuższym ramieniu siły, wartość momentu siły również jest dwukrotnie większa.



Rys. 2. Klucz w trakcie odkręcania śruby z tą samą siłą, ale przyłożoną w różnych punktach.

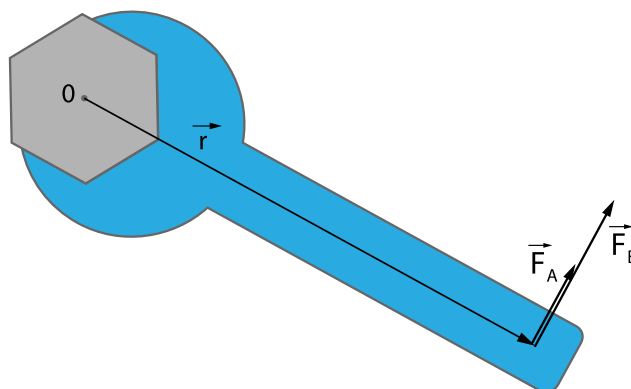
Przykład 2 – stałe ramię, większa siła

Z przykładu 1. widzimy, że lepiej złapać klucz bliżej jego końca – wtedy przykładając tę samą siłę do klucza działamy na śrubę większym momentem siły. Porównajmy teraz dwie siły o różnej wartości przyłożone w tym samym punkcie. Jaki wytworzymy moment siły? Przyjmijmy, że na końcu klucza, w odległości $r = 10$ cm od osi obrotu, przyłożymy siły o różnej wartości, np. $F_A = 5$ N i $F_B = 10$ N. Wtedy:

$$|\vec{M}_A| = |\vec{r} \times \vec{F}_A| = 0,1 \text{ m} \cdot 5 \text{ N} \cdot \sin(90^\circ) = 0,5 \text{ Nm},$$

$$|\vec{M}_B| = |\vec{r} \times \vec{F}_B| = 0,1 \text{ m} \cdot 10 \text{ N} \cdot \sin(90^\circ) = 1 \text{ Nm}.$$

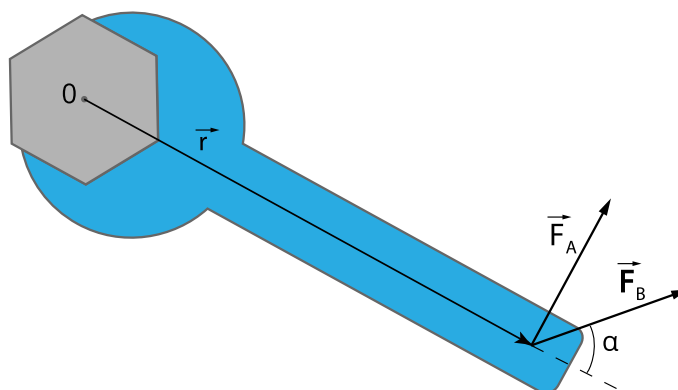
Jak widać, dwukrotne zwiększenie wartości siły spowodowało dwukrotny wzrost wartości momentu siły.



Rys. 3. Klucz w trakcie odkręcania śruby - z siłą przyłożoną w tym samym punkcie, ale o różnej wartości.

Przykład 3 – różny kąt pomiędzy siłami

Należy zwrócić uwagę, że siła nie zawsze jest przyłożona pod kątem prostym do wektora \vec{r} . Możemy przyrzeć się takiej sytuacji na Rys. 4.:



Rys. 4. Klucz w trakcie odkręcania śruby - dwie siły o tych samych wartościach przyłożone w tym samym punkcie, ale w różnym kierunku.

W poprzednich obliczeniach wartość funkcji sinus wynosiła 1, ponieważ kąt pomiędzy wektorami \vec{r} i \vec{F} wynosił 90 stopni. Przyjmijmy teraz, że w odległości $r = 10$ cm od osi obrotu śruby działa siła \vec{F}_B o wartości 10 N, ale kąt pomiędzy tą siłą i wektorem \vec{r} wynosi $\alpha = 30^\circ$. Wtedy:

$$|\vec{M}_A| = |\vec{r} \times \vec{F}_A| = 0,1 \text{ m} \cdot 10 \text{ N} \cdot \sin 90^\circ = 1 \text{ Nm},$$
$$|\vec{M}_B| = |\vec{r} \times \vec{F}_B| = 0,1 \text{ m} \cdot 10 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ Nm} = 0,5 \text{ Nm}.$$

Im mniejszy stawałby się kąt α , tym mniejsza byłaby wartość momentu siły – aż zmalałaby do zera dla kąta 0 stopni.

Słowniczek

Moment obrotowy

(ang. *torque*) potoczna nazwa momentu siły stosowana w technice, szczególnie w motoryzacji do opisu parametrów silnika.

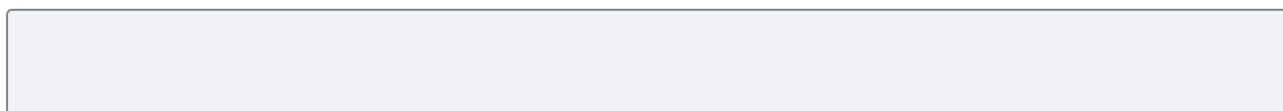
Grafika interaktywna (schemat)

Jak definiuje się moment siły?

Grafika ilustruje definicję momentu siły i różne przypadki zmian parametrów opisującego ją iloczynu wektorowego. Klikając na odpowiedni tekst, uzyskasz informację na jego temat.

Polecenie 1

Zastanów się, jak zmieni się moment siły (jego wartość i zwrot), gdy przyłożymy siłę o zwrocie przeciwnym do zwrotu siły przedstawionej na jednej z przedstawionych grafik.



Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Podaj wzór na wartość momentu siły.

$r, \vec{r}, v, \cos, \vec{M}, \vec{v}, \sin, \cdot, \times$

$$|\boxed{}| = |\boxed{} \boxed{} \vec{F}| = \boxed{} F \boxed{} \alpha$$

Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Na budowie używa się bardzo dużych kluczy do dokręcania śrub podtrzymujących konstrukcje stalowe. Przykładowy klucz ma długość $l = 2$ m. Klucz objął śrubę, pracownik budowy ustawił go równoległe do podłoża, po czym zawiesił na końcu swój ciężar $m = 80$ kg. Jaki był moment siły działający na śrubę? Odpowiedź podaj w kiloniutonometrach z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku.

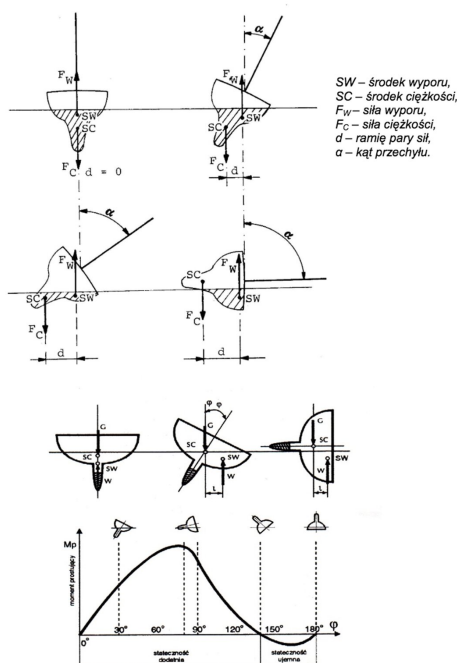
Odp.: kNm

Ćwiczenie 4



Przyjrzyj się poniższemu rysunkowi, zwracając szczególną uwagę na wykres.

Momentem prostującym nazywamy moment siły, który sprawia, że łódka po odchyleniu od pionu wraca do położenia równowagi. Które zdanie jest prawdziwe?



[Źródło: "Teoria Żeglowania", Piotr Wojciechowski]

Ćwiczenie 5



Dwie osoby próbowały odkręcić przy pomocy klucza zaparzoną śrubę. Osoba A miała więcej siły, potrafiła przyłożyć do klucza siłę $F_A=200$ N, ale miała krótki klucz, długości $l=15$ cm. Osoba B była słabsza od osoby A i potrafiła przyłożyć do klucza wyłącznie siłę 50 N. Jaka musiałaby być długość klucza osoby B, aby była w stanie odkręcić śrubę tak efektywnie jak osoba A? Zakładamy, że obie osoby przykładają siłę prostopadle do klucza.

Ćwiczenie 6

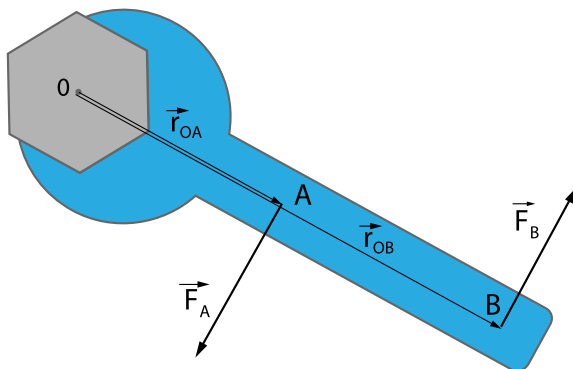


Jaki może być maksymalny kąt przyłożenia siły $F=20$ N do klucza o długości $r=10$ cm, jeśli maksymalny moment obrotowy, którym przykręcana jest śruba nie może przekroczyć $M=1$ Nm?

Ćwiczenie 7



W jaki sposób można przyłożyć siłę \vec{F}_C , by wypadkowy moment sił był równy zero? Wartości sił podane na rysunku są równe. Punkty przyłożenia sił i punkt obrotu są równoodległe.



Ćwiczenie 8



Dlaczego drzwi obrotowe łatwiej obrócić, gdy popycha się je z dala od osi obrotu?



Dla nauczyciela

VII. Konspekt (scenariusz) lekcji

Imię i nazwisko autora:	Dariusz Aksamit
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Jak definiuje się moment siły?
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	<p>Cele kształcenia – wymagania ogólne</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p>Zakres rozszerzony</p> <p>Treści nauczania – wymagania szczegółowe</p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem.</p> <p>5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, wykonuje graficznie działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe).</p> <p>III. Mechaniki bryły sztywnej. Uczeń:</p> <p>3) stosuje warunki statyki bryły sztywnej; posługuje się pojęciem momentu sił wraz z jednostką.</p>
Kształtowane kompetencje kluczowe:	<p>Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:</p> <ul style="list-style-type: none">• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,• kompetencje cyfrowe• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. podaje definicję momentu siły i jego jednostkę. 2. wyjaśnia, jak oblicza się iloczyn wektorowy. 3. wymienia przykłady codziennego wykorzystania momentu sił.
Strategie i metody nauczania:	eksperymentalno-obszawacyjna
Formy zajęć:	praca indywidualna
Środki dydaktyczne:	Komputer z dostępem do Internetu i projektorem multimedialnym, siłomierz.
Materiały pomocnicze:	<ul style="list-style-type: none"> - śruba i nakrętka, - klucz.
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
<p>Na poprzedniej lekcji nauczyciel prosi uczniów o przyniesienie z domu zestawów narzędzi – kluczy płaskich i francuskich. Nauczyciel prosi dwóch ochotników o przeprowadzenie eksperymentu. Jeden uczeń trzyma nieruchomo śrubę z nakrętką, a drugi uczeń chwytą nakrętkę kluczem, do którego przymocowany jest siłomierz. Uczniowie odczytują wartość siły jaką działają, ustawiając siłomierz pod różnymi kątami i przyczepiając go w różnych punktach klucza, sprawdzając przy jakiej kombinacji parametrów nakrętka zaczyna się kręcić.</p>	
Faza realizacyjna:	
<p>Nauczyciel notuje na tablicy ich wyniki, dla każdej próby zapisując wartości w trzech kolumnach: r, F, α. Nauczyciel podaje definicję momentu siły jako iloczynu wektorowego $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$. Nauczyciel prosi kolejnych uczniów o obliczenie na tablicy dla każdej pozycji w tabeli, jaki był moment siły przy kolejnych próbach. Nauczyciel wspólnie z uczniami sprawdza otrzymane wielkości. Na zakończenie nauczyciel podsumowuje otrzymane wyniki.</p>	
Faza podsumowująca:	
<p>Dla podsumowania wiadomości nauczyciel prezentuje uczniom grafikę interaktywną, traktującą oddzielnie o zmianie poszczególnych parametrów iloczynu wektorowego. Na zakończenie prosi uczniów o rozwiązanie zadania 4 z niniejszego e-materiału.</p>	
Praca domowa:	
Wykonać zadania 1-3 i 5-8.	

**Wskazówki metodyczne
opisujące różne
zastosowania danego
multimedium:**

Można rozpocząć od zaprezentowania grafiki
i potwierdzić eksperymentalnie przedstawione tam
zależności.