



Zasady dynamiki w zadaniach

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Film samouczek
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Zasady dynamiki w zadaniach

Czy to nie ciekawe?

W czasie zajęć lekcyjnych wiele czasu poświęconego zostaje na omówienie treści zasad dynamiki. Podawanych jest wiele przykładów sytuacji, w których są one spełnione. Niekiedy jednak wiedza teoretyczna nie jest wystarczająca do tego, aby rozwiązać konkretne zadanie obliczeniowe. W tym materiale przedstawimy schemat postępowania, dzięki któremu będziemy w stanie rozwiązać prawie każde zadanie.

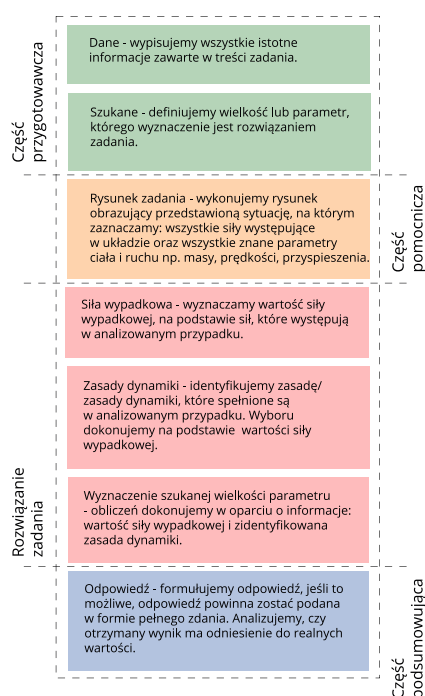
Twoje cele

- zapoznasz się ze schematem rozwiązywania zadań z zakresu dynamiki,
- zrozumiesz, jak ważne jest wykonanie poprawnego rysunku pomocniczego,
- wykorzystasz zdobytą wiedzę w praktyce do rozwiązywania problemów i zadań.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Wielokrotnie spotykamy się z sytuacją, w której pomimo tego, że posiadamy wiedzę teoretyczną dotyczącą pewnego zjawiska, to rozwiązanie konkretnego zadania obliczeniowego przysparza nam wiele trudności. **Dynamika**, jako dział fizyki, nie stanowi w tym wypadku wyjątku. Wprowadzimy teraz schemat rozwiązywania zadań, który pozwoli skutecznie, krok po kroku, rozwikłać nawet złożone zagadnienie z dziedziny dynamiki. Schemat taki wygląda następująco:



Rys. 1. Schemat rozwiązywania zadań.

Zaprezentowany schemat rozwiązania podzielony został na cztery części. Wykonanie każdej z nich wymaga zakończenia części poprzedzającej. Wykorzystajmy zatem zaproponowany schemat w praktyce, rozwiązując kilka przykładów. Poziom trudności zadań będzie stopniowo zwiększany, aby pokazać uniwersalność tej metody.

Przykład 1.

Po poziomej, ośnieżonej drodze, porusza się renifer o masie $M_R = 150$ kg, ciągnąc sanie o masie $M = 100$ kg, ze stałą prędkością $v = \text{const.}$ Na saniach siedzi Mikołaj o masie $M_M = 90$ kg. Współczynnik tarcia kinetycznego pomiędzy płozami sań a śniegiem jest równy $f_{\text{dyn}} = 0,1$. Wyznacz wartość siły F , z jaką renifer ciągnie sanie.

1. Dane:

$$M_R = 150 \text{ kg}$$

$$M = 100 \text{ kg}$$

$$M_M = 90 \text{ kg}$$

$$v = \text{const.}$$

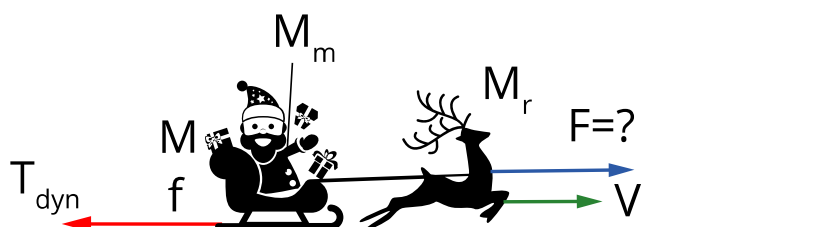
$$f_{\text{dyn}} = 0,1$$

2. Szukane:

$$F = ?$$

Rozwiązanie:

3. Rysunek pomocniczy



Rys. 2. Rysunek pomocniczy do pierwszego przykładu.

4. Wyznaczamy wartość siły wypadkowej:

$$F_{\text{wyp}} = F - T_{\text{dyn}}.$$

5. Z warunków zadania wiemy, że renifer wraz z ciągniętymi saniami porusza się ze stałą prędkością. W tej sytuacji możemy skorzystać z I. zasady dynamiki i wnioskować, że wartość siły wypadkowej jest równa 0, a więc siła, z jaką działa na sanie renifer, jest co do wartości równa sile tarcia między saniami a podłożem:

$$F_{\text{wyp}} = F - T_{\text{dyn}} = 0 \Rightarrow F = T_{\text{dyn}}.$$

6. Wyznaczenie wartości siły F , z jaką renifer ciągnie sanie, wymaga obliczenia wartości siły tarcia dynamicznego T_{dyn} .

Siła ta wyznaczana jest ze wzoru:

$$T_{\text{dyn}} = f_{\text{dyn}} \cdot N,$$

gdzie N jest siłą nacisku wywieraną na podłoże. Siła ta jest w tym przypadku równa sile grawitacji działającej na sanie z siedzącym na nich Mikołajem:

$$N = (M_M + M)g = (90 \text{ kg} + 100 \text{ kg}) \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 1,86 \text{ kN}.$$

Wartość siły tarcia dynamicznego (równa poszukiwanej sile, z jaką renifer ciągnie sanie) wynosi więc

$$T_{\text{dyn}} = f_{\text{dyn}} \cdot N \approx 186 \text{ N}.$$

7. Odpowiedź: Poszukiwana siła $F = 186 \text{ N}$.

W zaprezentowanym prostym przykładzie pokazaliśmy krok po kroku (od 1 do 7), jak osiągnęliśmy zamierzony cel, którym było wyznaczenie wartości siły F . Rozwiążmy teraz bardziej skomplikowaną wersję tego zadania – schemat postępowania pozostaje taki sam.

Przykład 2.

Renifer ciągnie sanie wraz z siedzącym na nich Mikołajem pod górkę nachyloną pod kątem $\alpha = 30^\circ$ do kierunku poziomego. Ciągąc sanie porusza się on ze stałą prędkością v , wykorzystując w tym celu siłę $F = 2000 \text{ N}$. Współczynnik tarcia dynamicznego pomiędzy saniami a śniegiem jest równy $f_{\text{dyn}} = 0,1$. Wyznacz sumę mas M : renifera, Mikołaja oraz saní.

1. Dane:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$v = \text{const}$$

$$F = 500 \text{ N}$$

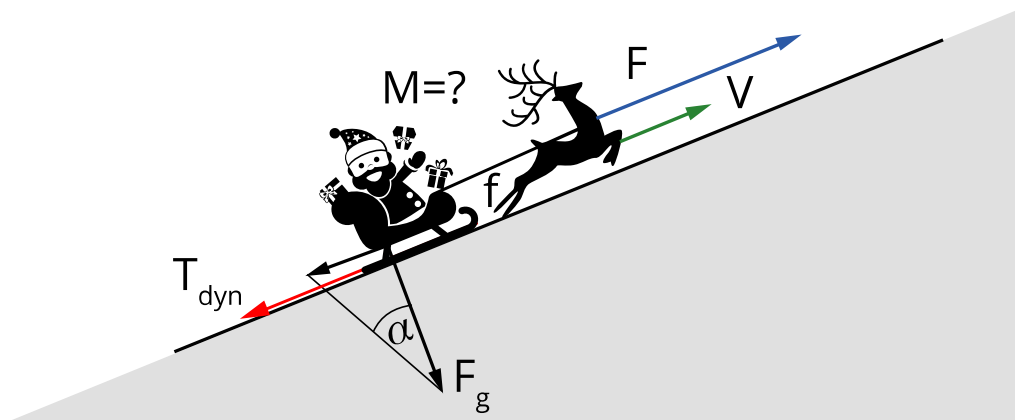
$$f_{\text{dyn}} = 0,1$$

2. Szukane:

$$M = ?$$

Rozwiązanie:

3. Rysunek pomocniczy:



Rys. 3. Rysunek pomocniczy do drugiego problemu.

4. Wyznaczamy wartość siły wypadkowej:

$$F_{\text{wyp}} = F - T_{\text{dyn}} - F_s.$$

5. Z warunków zadania wiemy, że renifer wraz z ciągniętymi saniami porusza się ze stałą prędkością. Znow korzystamy z I. zasady dynamiki, zatem wartość siły wypadkowej jest równa 0.

$$F_{\text{wyp}} = F - T_{\text{dyn}} - F_s = 0 \rightarrow F = T_{\text{dyn}} + F_s.$$

6. Wyznaczenie masy M wymaga zapisania sił tarcia dynamicznego oraz siły stycznej do zbocza górki w postaci zawierającej szukaną wielkość.

Siła ta wyznaczana jest ze wzoru:

$$T_{\text{dyn}} = f_{\text{dyn}} \cdot N.$$

gdzie N jest siłą nacisku wywieraną na podłoże. Siła ta jest składową siły grawitacji. Wyznamy ją korzystając z funkcji trygonometrycznej cosinus

$$N = Mg \cos \alpha.$$

Zatem siła tarcia dynamicznego może zostać zapisana jako

$$T_{\text{dyn}} = f_{\text{dyn}} \cdot Mg \cos \alpha.$$

Siła F_s również jest składową siły grawitacji, przy czym składowa ta jest styczna do zbocza górki. Wyznamy ją korzystając z funkcji trygonometrycznej sinus.

$$F_s = Mg \sin \alpha.$$

Obie siły równania

$$F = f_{\text{dyn}} \cdot Mg \cos \alpha + Mg \sin \alpha,$$

znajdujące się po prawej stronie, zawierają szukaną masę, zatem przekształcając powyższy wzór do postaci

$$M = \frac{F}{g(f_{\text{dyn}} \cos \alpha + \sin \alpha)}$$

możemy obliczyć masę M

$$M = \frac{2000 \text{ N}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (0,1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2})} = 347,5 \text{ kg}.$$

7. Odpowiedź: Suma mas renifera, Mikołaja oraz sań wynosi $M = 347,5 \text{ kg}$.

Zauważmy, że pomimo zmiany warunków zadania oraz wprowadzenia dodatkowego stopnia trudności w postaci nachylonego zbocza, sposób postępowania pozostaje ten sam.

Przeanalizujmy kolejny przykład.

Przykład 3.

Na poziomej powierzchni blisko urwiska znajduje się kamień o masie $M = 500 \text{ kg}$. Obok kamienia znajduje się alpinista, który chce zejść na dno urwiska. W tym celu przywiązuje linę do kamienia, a drugi jej koniec spuszcza wzdłuż pionowego zbocza góry. Alpinista ma masę $m = 60 \text{ kg}$. Wyznacz wartość współczynnika tarcia f , przy którym alpinista może bezpiecznie zejść po linie, tzn. kamień nie zacznie ślizgać się po powierzchni.

1. Dane:

$$M = 500 \text{ kg}$$

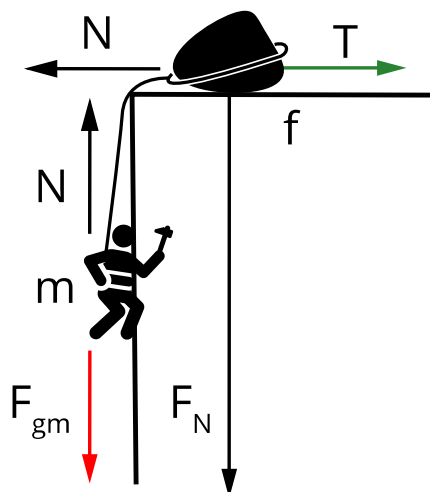
$$m = 60 \text{ kg}$$

2. Szukane:

$$f = ?,$$

Rozwiązanie:

3. Rysunek pomocniczy:



4. Zapiszmy siły wypadkowe działające zarówno na kamień, jak i na alpinistę.

Siła wypadkowa działająca w kierunku ruchu na kamień F_{wM} jest równa 0, ponieważ kamień nie ślizga się:

$$F_{wM} = N - T = 0.$$

W przypadku alpinisty, siła wypadkowa F_{wm} również jest równa 0:

$$F_{wm} = F_{gm} - N = 0.$$

5. Mając na uwadze fakt, że alpinista może bezpiecznie zejść po linie tylko wtedy, gdy kamień nie ślizga się po powierzchni, wnioskujemy, że kamień musi pozostać w spoczynku.

6. Wyznamy wartość współczynnika tarcia, wykorzystując fakt, że obie wartości sił wypadkowych są równe 0:

$$\begin{cases} F_{wM} = N - T = 0, \\ F_{wm} = F_{gm} - N = 0. \end{cases}$$

Należy również wyrazić wszystkie siły występujące w równaniu przy pomocy wielkości podanych w treści zadania:

$$\begin{cases} 0 = N - fMg, \\ 0 = mg - N. \end{cases}$$

Dodając oba równania stronami otrzymujemy:

$$0 = N - fMg + mg - N = mg - fMg$$

↓

$$fMg = mg$$



$$f = \frac{mg}{Mg}.$$

Po wykorzystaniu danych liczbowych szukany współczynnik tarcia jest równy:

$$f = \frac{60 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (500 \text{ kg} + 60 \text{ kg})}{500 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{60 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{500 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{6}{50} = 0,12.$$

7. Odpowiedź: Szukana wartość współczynnika tarcia statycznego kamienia o podłoże, dla bezpiecznego zejścia alpinisty na dno urwiska jest równa $f = 0,12$.

Słowniczek

dynamika

(ang.: *dynamics*) dział fizyki zajmujący się opisem ruchu ciał pod wpływem działających na nie sił.

Film samouczek

Zasady dynamiki w zadaniach

Obejrzyj film pokazujący rozwiązanie przykładowego zadania z dynamiki.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DU4BKQjp>

Polecenie 1

Czy da się z góry przewidzieć, nie dysponując żadnymi danymi liczbowymi, jaką nierówność spełniają prędkości graniczne zanurzania i wynurzania, oznaczone v_0 i v_1 ? Czy mogą być sobie równe?

Polecenie 2

Jakie założenie dotyczące siły oporu zostało w filmiku uczynione milcząco? Czy da się je jakoś obronić?

Dla zainteresowanych

Ilościowo rzecz biorąc, ruch, który opisywaliśmy powyżej, przypomina nieco rozpad promieniotwórczy (co nie znaczy, że należy doszukiwać się analogii między dyskretną zmienną N opisującą liczebność próbki promieniotwórczej czy usiłować nad nią pisać symbol wektora - podobieństwo widać w zależności od czasu). Równanie ruchu Ali w wodzie (np. w wersji bez złota, podczas ruchu od dna w górę) ma postać

$$M\vec{g} - d_w V\vec{g} + \vec{T} = M\vec{a},$$

przy czym trzeba pamiętać, że siła oporu zawiera wyraz proporcjonalny do prędkości chwilowej. Jeśli przypomnimy sobie, że przyspieszenie to zmiana prędkości w czasie, a pierwsze dwa wyrazy po lewej stronie powyższego równania są stałe, możemy sprowadzić to równanie do postaci bardzo podobnej do równania opisującego liczebność próbki promieniotwórczej. Mówi ono, że aktywność próbki, czyli liczba rozpadów w jednostce czasu, jest proporcjonalna do aktualnej liczebności tej próbki, co zapisuje się jako $\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N$. Nasz ruch jest jednowymiarowy, wybierzmy więc oś Oy skierowaną pionowo do góry i zrezygnujmy z wektorów. Równanie ruchu zrzucone na Oy ma postać

$$M\Delta v/\Delta t = (-M + d_w V)g - kv .$$

Skoro wyraz wynikający z sił ciężenia i wyporu jest stały, można go łatwo „wciągnąć” po prawej stronie pod operację liczącą zmianę w czasie - zmiana stałej to przecież zero; dostajemy wtedy

$$M \frac{\Delta}{\Delta t} \left(v - (M - d_w V) \frac{g}{k} \right) = -k \left(v - (M - d_w V) \frac{g}{k} \right) .$$

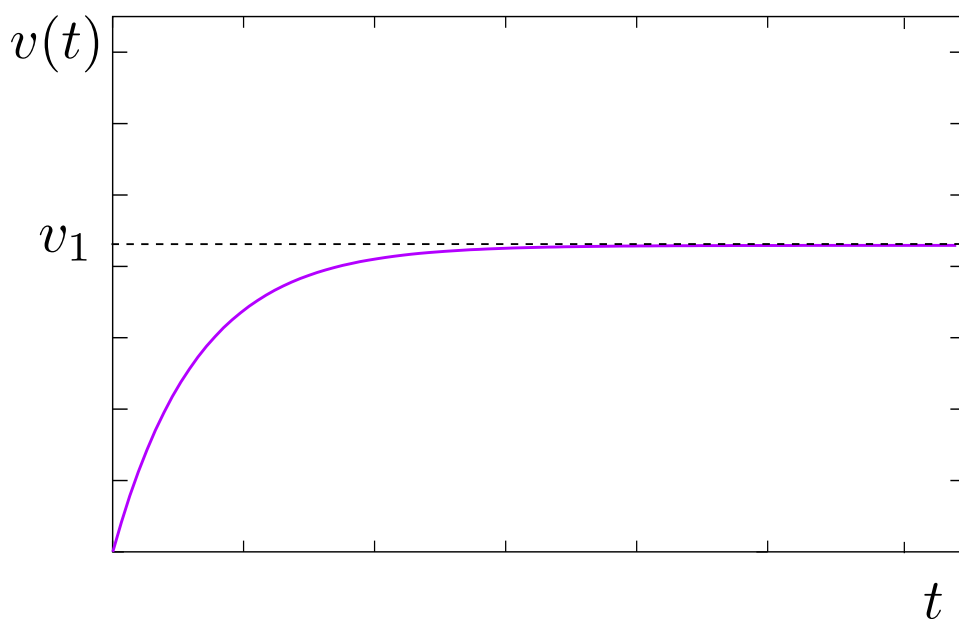
Jeśli sobie przypomnimy, że $(M - d_w V) \frac{g}{k}$ to obliczona wcześniej (z warunku zerowej siły wypadkowej) prędkość graniczna v_1 , to zobaczymy, że **różnica między prędkością chwilową a graniczną spełnia równanie analogiczne do równania opisującego rozpad promieniotwórczy**:

$$\frac{\Delta}{\Delta t} (v - v_1) = -\frac{k}{M} (v - v_1) .$$

Rolę N pełni tu $v - v_1$, rolę λ iloraz k/M . Wobec tego $v - v_1$ maleje wykładniczo w czasie. Rozwiązaniem tego równania jest

$$v(t) = v_1 (1 - e^{-kt/M}) .$$

Okazuje się, że dla $t \gtrsim 0$ funkcja ta jest dobrze przybliżana przez $v \approx gt$, co odpowiada ruchowi jednostajnie przyspieszonemu. Da się to prosto wyjaśnić faktem, że przy warunku początkowym $v(t=0) = 0$ prędkości dla $t \gtrsim 0$ są na tyle małe, że w równaniu Newtona można pominąć wkład od oporów ruchu. W teorii v_1 osiągnięta jest po nieskończonym czasie. Poniżej zamieszczamy wykres tej zależności:



Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Wykonując rysunek pomocniczy do zadania z dziedziny dynamiki, koniecznie należy zaznaczyć na nim:

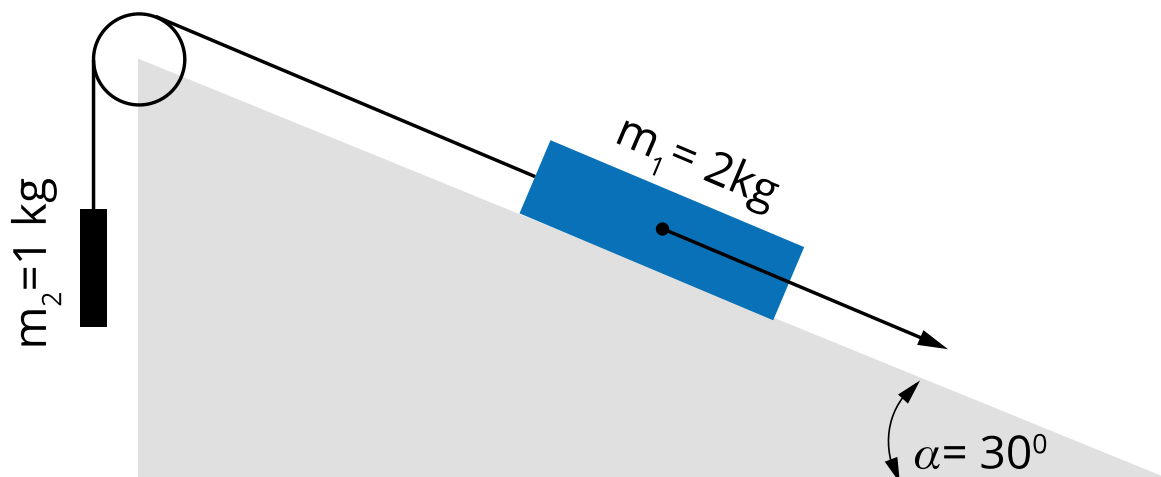
☐ Wszystkie prędkości i przyspieszenia ciała / ciał.

☐ Wszystkie siły działające na ciało / ciała.

☐ Wszystkie masy ciała / ciał.

☐ Wszystkie powyższe.

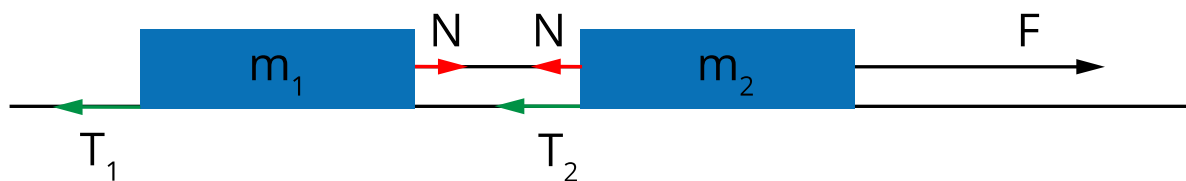
Ćwiczenie 2



Wyznacz wartość przyspieszenia, jakiego dozna klocek m_1 w sytuacji zaprezentowanej na rysunku. Pomiedzy klockiem m_1 a równią nie występuje siła tarcia. Wynik podaj z dokładnością do jednej cyfry znaczącej.

a =

Ćwiczenie 3



Wzór, który opisuje wartość przyspieszenia, z którym poruszają się klocki, w układzie przedstawionym na rysunku przyjmuje postać:

☐ $a = \frac{F+T_1+T_2}{m_1+m_2}$

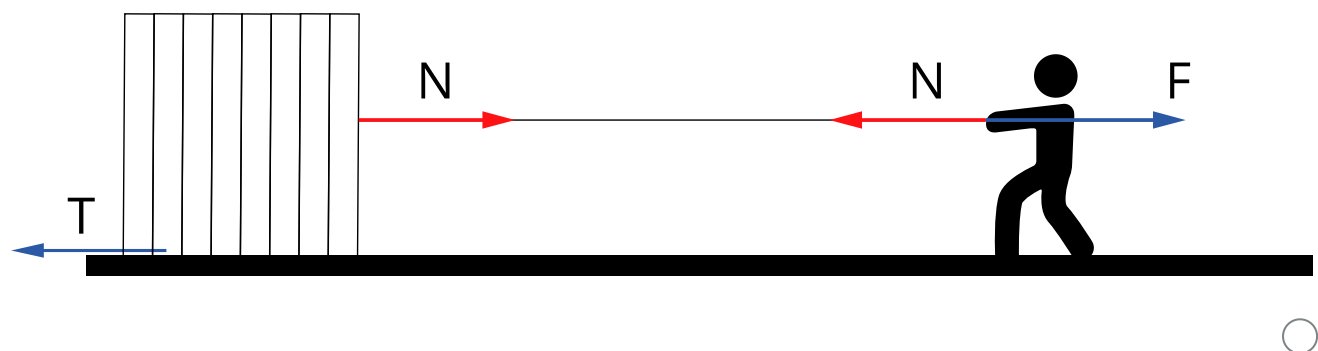
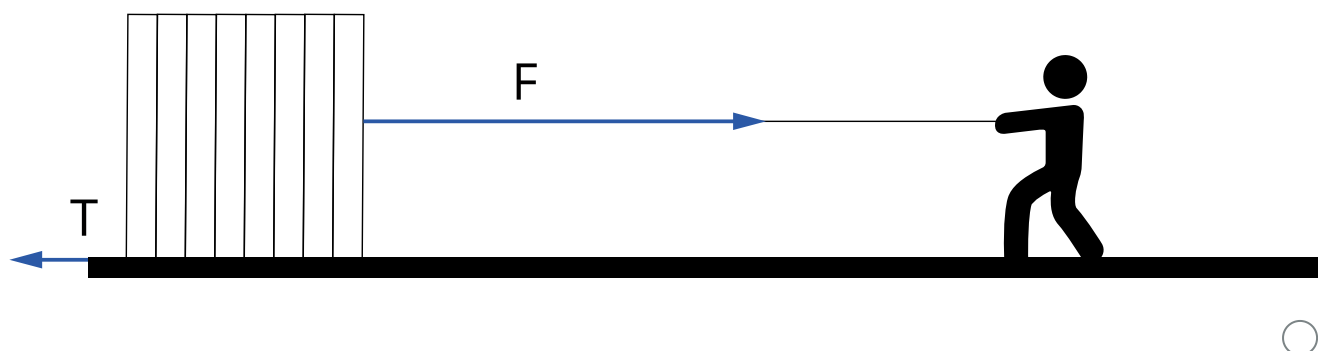
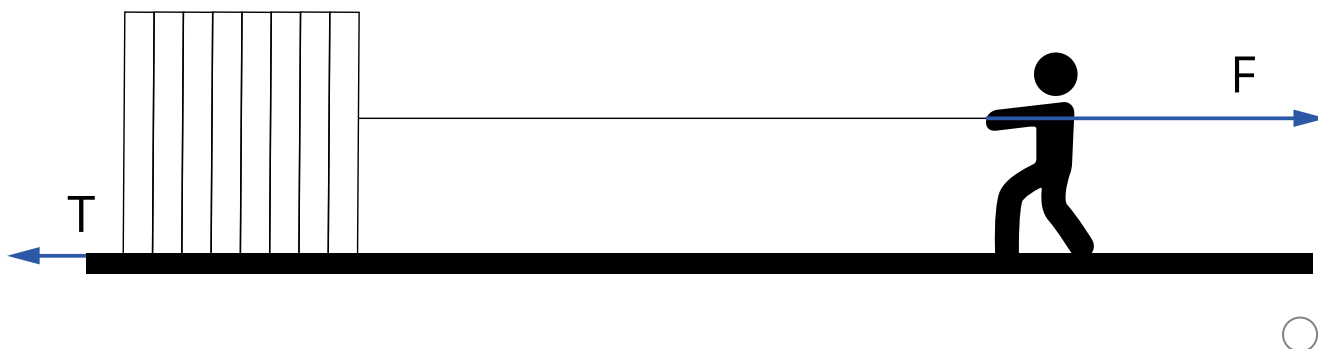
☐ $a = \frac{F-(T_1+T_2)}{m_1+m_2}$

☐ $a = \frac{F-T_1+T_2}{m_1+m_2}$

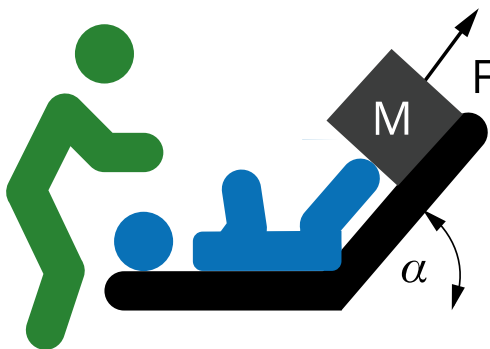
Ćwiczenie 4



Na zawodach siłaczy zawodnicy mają za zadanie przeciągnięcie skrzyni o masie m po poziomej powierzchni. Wybierz poprawnie wykonany rysunek pomocniczy.



Ćwiczenie 5



Na siłowni pewien chłopiec rozpoczyna trening polegający na wypychaniu dużego obciążenia nogami (tak jak przedstawiono na rysunku). Jakiej siły należy użyć, aby poruszyć ciężar M ? Zaniedbaj siłę tarcia pomiędzy ciężarem a przyrządem w siłowni.

☐ $F > Mg$

☐ $F > Mg \sin(90^\circ - \alpha)$

☐ $F > Mg \sin \alpha$

Ćwiczenie 6



Nad umieszczonym na wadze metalowym pudełkiem o masie m znajduje się magnes. Pudełko przyciągane jest przez magnes siłą F . Jaki wynik wskazywać powinna waga? Wybierz poprawny wzór.

☐ $m' = mg$

☐ $m' = \frac{mg - F}{g}$

☐ $m' = \frac{mg + F}{g}$

Ćwiczenie 7



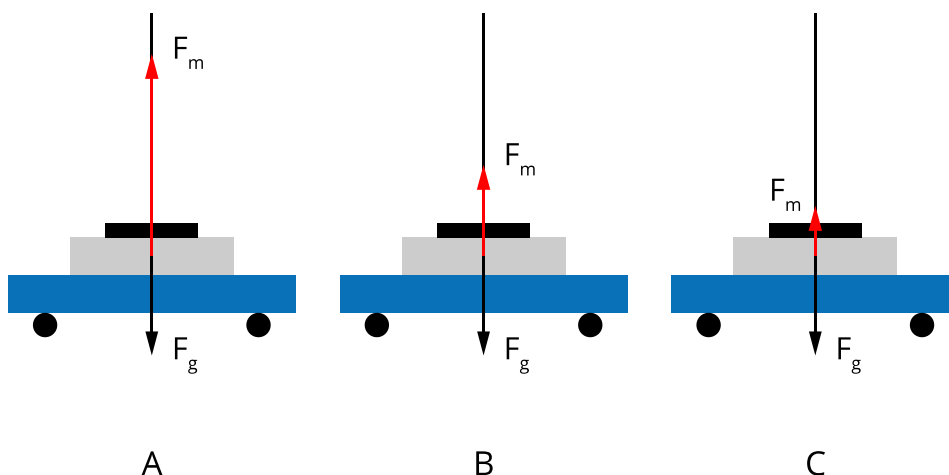
Na swobodnie opadającą z przyspieszeniem a w cieczy kulkę, działają siły grawitacji F_g , wyporu F_{wyporu} oraz siła oporu F_{op} cieczy. Która z relacji wiążącej te siły jest prawdziwa?

☐ $F_g = F_{\text{wyporu}} + F_{\text{op}}$

☐ $F_g > F_{\text{wyporu}} + F_{\text{op}}$

☐ $F_g < F_{\text{wyporu}} + F_{\text{op}}$

Ćwiczenie 8



Na złomowisku, w celu przeniesienia wraków samochodów do zgniatarki, wykorzystywane są elektromagnesy. Na których rysunkach poprawnie zaznaczono siłę grawitacji F_g oraz siłę, z jaką elektromagnes przyciąga auto F_m .

☐ C

☐ A

☐ B

Ćwiczenie 9



Odtwórz schemat rozwiązywania zadań z dynamiki.

część przygotowawcza

Siła wypadkowa - wyznaczamy wartość siły wypadkowej, na podstawie sił, które występują w analizowanym przypadku.

część pomocnicza

Wyznaczenie szukanej wielkości parametru - obliczeń dokonujemy w oparciu o informacje: wartość siły wypadkowej i zidentyfikowana zasada dynamiki.

rozwiązanie zadania

Szukane - definiujemy wielkość lub parametr, którego wyznaczenie jest rozwiązaniem zadania.

część podsumowująca

Zasady dynamiki - identyfikujemy zasadę/zasady dynamiki, które spełnione są w analizowanym przypadku. Wyboru dokonujemy na podstawie wartości siły wypadkowej.

Rysunek zadania - wykonujemy rysunek obrazujący przedstawioną sytuację, na którym zaznaczamy: wszystkie siły występujące w układzie oraz wszystkie znane parametry ciała i ruchu np. masy, prędkości, przyspieszenia.

Odpowiedź - formułujemy odpowiedź, jeśli to możliwe, odpowiedź powinna zostać podana w formie pełnego zdania. Analizujemy, czy

otrzymany wynik ma odniesienie do realnych wartości.

Dane - wypisujemy wszystkie istotne informacje zawarte w treści zadania.

Dla nauczyciela

Scenariusz lekcji:

Imię i nazwisko autora:	Bartłomiej Klus
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Przykłady zastosowań zasad dynamiki
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres podstawowy i rozszerzony

Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres podstawowy Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 6) tworzy teksty, tabele, diagramy lub wykresy, rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; właściwie skaluje, oznacza i dobiera zakresy osi; 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. II. Mechanika. Uczeń: 6) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 6) tworzy teksty, tabele, diagramy lub wykresy, rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; właściwie skaluje, oznacza i dobiera zakresy osi; 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. II. Mechanika. Uczeń: 13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.
------------------------------------	--

Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
Cele operacyjne:	Uczeń: 1. podaje schemat rozwiązania zadań z zakresu dynamiki, 2. wyjaśnia, jak ważne jest wykonanie poprawnego rysunku pomocniczego, 3. rozwiązuje zadania z zakresu dynamiki.
Strategie nauczania:	IBSE (Inquiry-Based Science Education - nauczanie/uczenie się przez odkrywanie/dociekanie naukowe)
Metody nauczania:	- burza mózgów, - analiza pomysłów.
Formy zajęć:	- praca w grupach, - praca indywidualna.
Środki dydaktyczne:	- zestaw zadań - film samouczek
Materiały pomocnicze:	e-materiał: dynamiki zasady dynamiki w zadaniach
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
- Uczniowie przypominają trzy zasady dynamiki Newtona. - Uczniowie, w formie burzy mózgów, dyskutują nad zastosowaniami zasad dynamiki w celu rozwiązania konkretnych problemów fizycznych.	
Faza realizacyjna:	
- Uczniowie samodzielnie zapoznają się z tekstem „Warto przeczytać” e-materiału. Analizują poszczególne przypadki zaprezentowanego przykładu. - Uczniowie zapoznają się z filmem samouczkiem i rozwiązują zadania aktywizujące. - Uczniowie ćwiczą dalej na podstawie otrzymanego zestawu zadań. W trakcie lekcji rozwiązują zadania 1-5.	
Faza podsumowująca:	

Uczniowie odnoszą się do postawionych sobie celów lekcji, ustalają które osiągnęli, a które wymagają jeszcze pracy (jakiej i kiedy). W razie potrzeby nauczyciel dostarcza im informację zwrotną kształtującą.

Praca domowa:

Uczniowie utrwalają wiedzę i poszerzają rozumienie czytając tekst e-materiału. Rozwiązują samodzielnie w domu zadania 6-8 z dołączonego zestawu zadań.

**Wskazówki
metodyczne
opisujące różne
zastosowania danego
multimedium:**

Multimedium bazowe powinno zostać wykorzystane w trakcie lekcji. Zadania z zestawu ćwiczeń mogą zostać rozwiązane w trakcie lekcji oraz mogą stanowić pracę domową.